بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

বিস্‌মিল্লাহির রাহ্‌মানির রাহীম

উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

LECTURE- HM 01

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

সমীকরণ সমাধান

সমাধান করঃ

- $x+y=5$
- $x-y=1$

$x+y=5 \quad \text{(i)}$

$x-y=1 \quad \text{(ii)}$

$\text{(i)}+\text{(ii)} \Rightarrow 2x=6$

$\Rightarrow x=3$

$\text{(i)}-\text{(ii)} \Rightarrow 2y=4$

$y=2$

$(x,y)=(3,2)$

সমাধান করঃ

- $2x+y-2z=10$
- $3x+2y+2z=1$
- $5x+4y+3z=4$

ম্যাট্রিক্স

নির্দিষ্ট সংখ্যক সারি (m) ও কলামে (n) বিন্যস্ত কিছু সংখ্যার আয়তাকার সংগ্রহ কে ম্যাট্রিক্স (m^*n) বলে, এবং এর মাত্রা ধরা হয় m^*n (সারি *কলাম)

কলাম

সারি

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 10 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

ভুক্তি

ম্যাট্রিক্স এর প্রকারভেদ

প্রকার	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
A. আয়তাকার ম্যাট্রিক্সঃ	Dim(A) = 2 × 3 no. of row ≠ no. of collumn → আয়তাকার / Ract. Matrix	$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 16 & 13 & 6 \end{bmatrix}$ # row = 2 # collumn = 3
B. সারি ম্যাট্রিক্সঃ Row Matrix	no. of row = 1 → Row Matrix	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 9 \end{bmatrix}$ #Row = 1
C. কলাম ম্যাট্রিক্সঃ collumn Mat.	no. of collumn = 1 → collumn Matrix	$\begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 19 \end{bmatrix}$ #collumn = 1

ম্যাট্রিক্স এর প্রকারভেদ

কিছু প্রয়োজনীয় সংজ্ঞা

বর্গ ম্যাট্রিক্সঃ no. of row = no. of collumn.

মুখ্য কর্ণঃ

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 \\ 1 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

ট্রেসঃ

$Trace(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33}$

$Trace(B) = 5 + 7 + 4 = 16$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 9 & x & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$Tr(C) = 9$ হলে $x = ?$

$1 + x + 5 = 9$

$\Rightarrow x = 9 - 6 = 3$

মুখ্য কর্ণ, ট্রেস থাকতে হলে অবশ্যই ম্যাট্রিক্স টিকে বর্গ ম্যাট্রিক্স হতে হবে

Poll Question-01

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 7 & X & -7 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$ ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস *7* হলে *X* এর মান কত?

(a) -1 (b) 5 (c) 1 (d) 4

$2 + x + 4 = 7$

$\Rightarrow x = 7 - 6$

$x = 1$

Ans

ম্যাট্রিক্স এর প্রকারভেদঃ

প্রকার	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
ক. বর্গ ম্যাট্রিক্সঃ (Square Matrix)	no. of row = no. of collumn → Square Matrix	$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 9 & 7 & 9 \\ 13 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ মুখ্য কর্ণ
খ. কর্ণ ম্যাট্রিক্সঃ (Diagonal Matrix)	মুখ্য কর্ণ বরাবর ভুক্তি অশূন্য, বাকী ভুক্তি = 0	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$
গ. স্কেলার ম্যাট্রিক্সঃ (Scalar)	মুখ্য কর্ণ বরাবর ভুক্তি গুলোর সমান	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
ঘ. অভেদক বা ইউনিট ম্যাট্রিক্সঃ (Identity)	মুখ্য কর্ণ বরাবর ভুক্তি গুলো = 1	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Poll Question-02

নিচের কোনটি স্কেলার ম্যাট্রিক্স?

(a) $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (d) a & c

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

ম্যাট্রিক্স এর প্রকারভেদ

প্রকার	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
ক. শূন্য ম্যাট্রিক্সঃ		$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
খ. রূপান্তরিত ম্যাট্রিক্সঃ		$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$
গ. প্রতিসম ম্যাট্রিক্সঃ		$\begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 2 & 7 & -3 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$
ঘ. বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্সঃ		$\begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

Poll Question-03

নিচের কোনটি বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স?

(a) $\begin{bmatrix} 5 & 6 & 1 \\ -6 & 2 & 7 \\ -1 & 7 & 9 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

ম্যাট্রিক্স এর সমতা

দুইটি ম্যাট্রিক্স সমান হওয়ার শর্তঃ

- ম্যাট্রিক্স দুটির আকার/মাত্রা সমান হতে হবে
- ম্যাট্রিক্স দুটির অনুরূপ ভুক্তিগুলো পরস্পর সমান হতে হবে

$$\begin{pmatrix} x & y \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

2×2 $\qquad$ 2×2

$x = 1$

$y = 2$

$a = 3$

$b = 4$

Poll Question-04

$\begin{bmatrix} x & 4 \\ 8 & 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2x \\ 8 & 3x \end{bmatrix}$ হলে *x, y* এর মান কত ?

2×2 2×2

(a) 4,3   (b) 2, 3   (c) 3,2   (d) 2,4

$x = 2$

$2y = 3x$

$\Rightarrow 2y = 3 \times 2$

$y = 3$

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

ম্যাট্রিক্স এর যোগ ও বিয়োগ

ম্যাট্রিক্সের যোগ বা বিয়োগের প্রধান শর্ত হচ্ছে অবশ্যই ম্যাট্রিক্স দুইটিকে সমান আকার/মাত্রাবিশিষ্ট হতে হবে

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}_{2\times 3} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

যোগঃ প্রথম ম্যাট্রিক্স এর ভুক্তিগুলোর সাথে পরের ম্যাট্রিক্সের অনুরূপ ভুক্তিগুলোর যোগ

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a \pm 1 & b \pm 2 & c \pm 3 \\ d \pm 4 & e \pm 5 & f \pm 6 \end{pmatrix}$$

বিয়োগঃ প্রথম ম্যাট্রিক্স এর প্রতিটি ভুক্তি থেকে পরের ম্যাট্রিক্সের অনুরূপ ভুক্তি বিয়োগ

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

অনুশীলনী ১.১

৬। $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ হলে $A+B$, $A-B$ নির্ণয় করো।

H.W.

উদ্ভাস U উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

কাজ

$\mathcal{A}+\mathcal{B}$, $\mathcal{A}$-$\mathcal{B}$ নির্ণয় করো

A+B , A -B

১। $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 9 \end{bmatrix}$

২। $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 6 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

উল্লাস U উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

ম্যাট্রিক্স এর গুণন

প্রথম প্রকারঃ

ধ্রুব সংখ্যা দ্বারা ম্যাট্রিক্সের গুণন

নিয়ম ধ্রুব সংখ্যা দ্বারা প্রতিটি ভুক্তি গুণ

১। $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ হলে $2A$ নির্ণয় করো।

Sol^{n}: দেওয়া আছে, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

$$\therefore 2A = 2\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 10 & 2 & -8 \end{pmatrix}$$

Ans.

কাজ

১। $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ হলে $3A+4B$ নির্ণয় করো।

$3A = (\quad)$ $4B = (\quad)$

২। $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ হলে $3A-5B$ নির্ণয় করো।

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

ম্যাট্রিক্স এর গুণন

দ্বিতীয় প্রকারঃ
দুইটি ম্যাট্রিক্সের গুণন

শর্তঃ প্রথম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ও দ্বিতীয় ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা সমান হতে হবে

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

উচ্ছ্বাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

ম্যাট্রিক্স এর গুণন

যদি $\mathcal{A}$ ম্যাট্রিক্সের ক্রম $m * n$ হয় এবং $\mathcal{B}$ ম্যাট্রিক্সের ক্রম $n * p$ হয়, তাহলে $\mathcal{AB}$ ম্যাট্রিক্সের ক্রম $m * p$ হবে।

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$A_{m \times n}$ $B_{p \times q}$

i) AB → সম্ভব হবে যদি $n = p$ হয়

$m \times n$ $p \times q$

$Dim(AB) = m \times q$

ii) BA → সম্ভব হবে যদি, $q = m$

$p \times q$ $m \times n$

$Dim(BA) = p \times n$

$2 \times 3 = 6$
$3 \times 2 = 6$
$ab = ba$

column, Row, Row, column

Copyright © 2003
Elizabeth Stapel
All Rights Reserved

অনুশীলনী ১.১

১। $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 9 \\ -2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ হলে দেখাও যে $AB \neq BA$

2×3, 3×2

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ -2 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 2 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5\times0+2\times1+9\times0 & 5\times7+2\times2+9\times(-5) \\ -2\times0+5\times1+3\times0 & -2\times7+5\times2+3(-5) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 5 & -19 \end{pmatrix}$$

$$Dim(AB) = 2\times2$$

3×2, 2×3 $\quad Dim(BA) = 3\times3$

$$BA = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 2 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ -2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0\times5+7(-2) & 0\times2+7\times5 & 0\times9+7\times3 \\ 1\times5+2(-2) & 1\times2+2(5) & 1\times9+2\times3 \\ 0\times5+(-5)(-2) & 0\times2+(-5)5 & 0\times9+(-5)\times3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -14 & 35 & 21 \\ 1 & 12 & 15 \\ 10 & -25 & -15 \end{pmatrix}$$

$\therefore AB \neq BA$ showed

কাজ

১। দেয়া আছে $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ দেখাও যে $(AB)C = A(BC)$

২। যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ হলে দেখাও যে $(A+B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$

$(A+B)^2 = (A+B)\cdot(A+B)$

$A^2 = A \cdot A$

$2AB = 2\, A \cdot B$

$B^2 = B \cdot B$

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

Poll Question-05

যদি $A = \begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & -3\end{bmatrix}$ এবং $A^2 + 2A - kI = 0$ হলে k এর মান কত? যেখানে $I_2 = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

(a) 11 *(b) 10* *(c) 8* *(d) 13*

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & -3\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1\times1+2\times4 & 1\times2+2(-3)\\ 4\times1+(-3)4 & 4\times2+(-3)(-3)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9 & -4\\ -8 & 17\end{pmatrix}$$

$$A^2 + 2A - kI = 0$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}9 & -4\\ -8 & 17\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & -3\end{pmatrix} - k\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}9 & -4\\ -8 & 17\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2 & 4\\ 8 & -6\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}k & 0\\ 0 & k\end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}11 & 0\\ 0 & 11\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 0\\ 0 & k\end{pmatrix}$$

$$k = 11$$

লেগে থাকো সৎভাবে,

স্বপ্ন জয় তোমারই হবে

উদ্ভাস-উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

Thank You