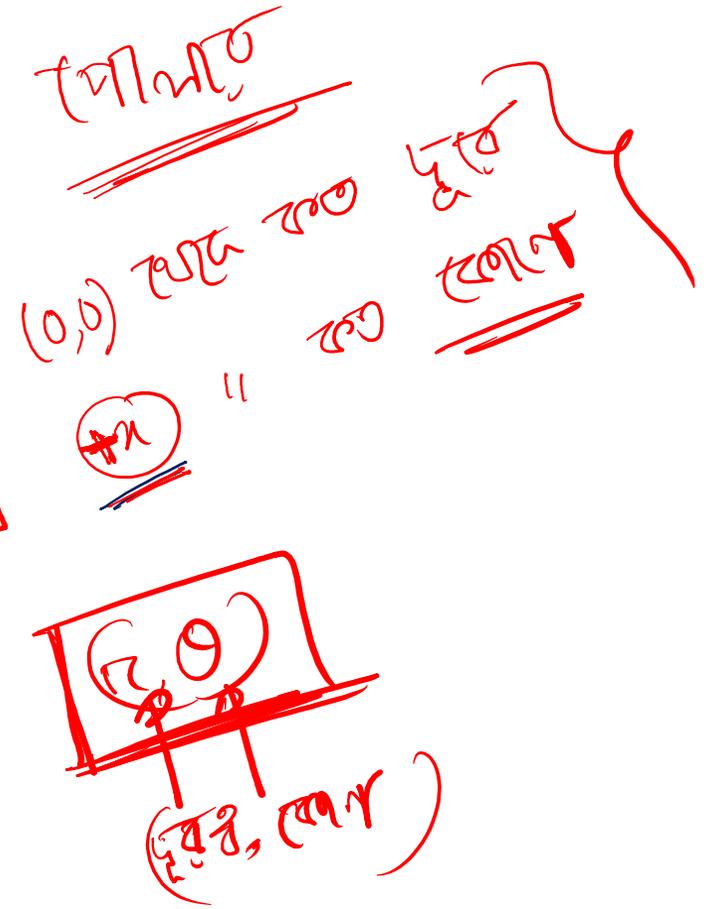
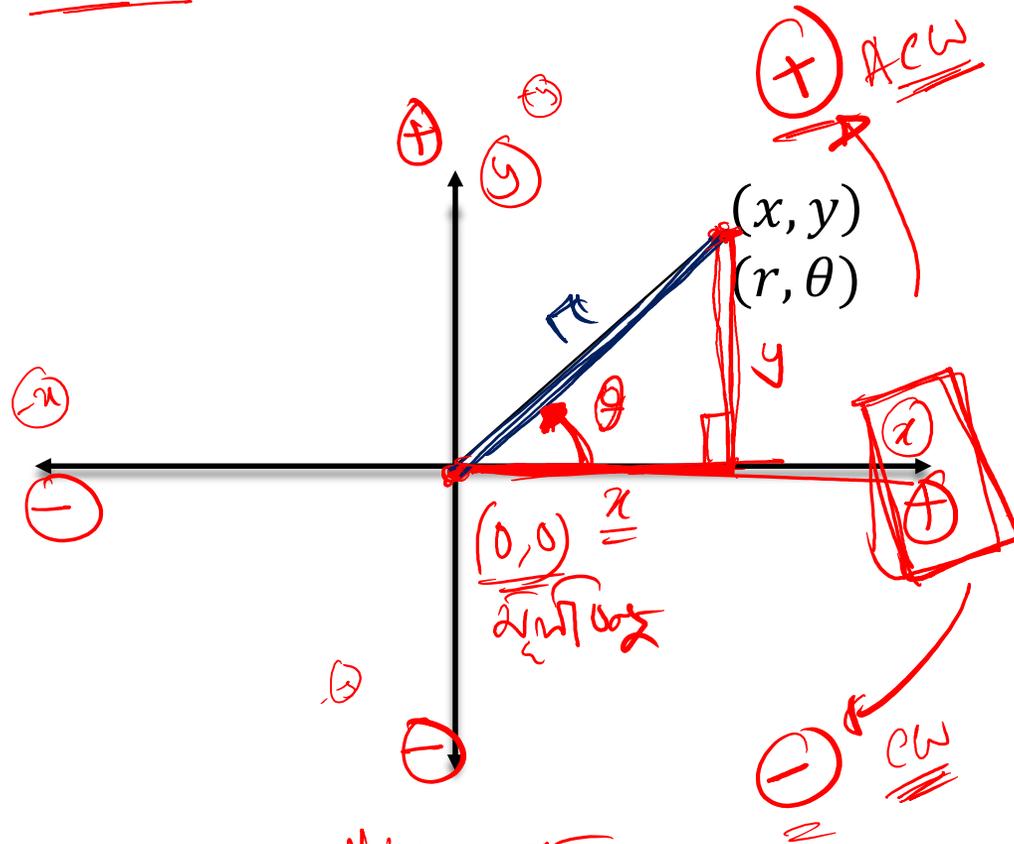
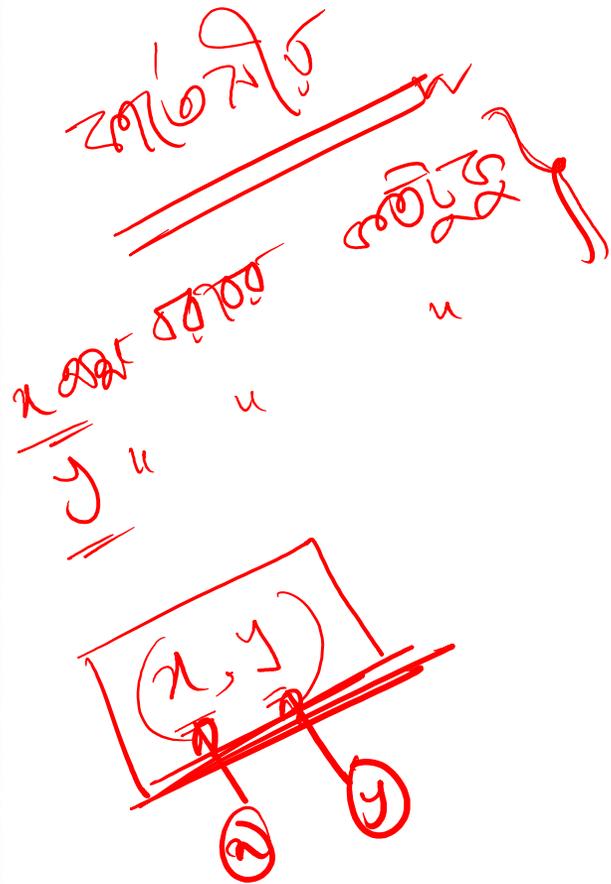




# কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্ক



পোলার স্থানাঙ্ক

কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক থেকে



# গাণিতিক সমস্যা

উদাহরণ  $y^2 = 1 - 2x$  কে পোলার সমীকরণে প্রকাশ করো।

$(x, y) \equiv$  কার্তেসীয়

$$x^2 + y^2 = x^2 + 1 - 2x$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x-1)^2$$

$$\Rightarrow r^2 = (r \cos \theta - 1)^2$$

$$\Rightarrow r^2 = r^2 \cos^2 \theta + 1 - 2r \cos \theta$$

$$\Rightarrow r^2 - r^2 \cos^2 \theta = 1 - 2r \cos \theta$$

$$\Rightarrow r^2 \sin^2 \theta = 1 - 2r \cos \theta$$

$$r^2 + y^2 = r^2$$

$$\frac{y}{x} = \tan \theta$$

$$r \cos \theta = x$$

$$r \sin \theta = y$$

$(r, \theta)$

সর্বমুখ্য  $\Rightarrow$   $r = 0$

$$r = (r \cos \theta - 1)$$

সর্ব ignore

$$y^2 = 1 - 2x$$

$$(r \sin \theta)^2 = 1 - 2r \cos \theta$$

$$\Rightarrow r^2 \sin^2 \theta = 1 - 2r \cos \theta$$

# POLL QUESTION-01

□ কোনো বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক  $(2, \frac{\pi}{3})$  হলে, এর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কত?

$\frac{1}{2}$

(a) (1,1)

$(2, \theta)$

(b)  $(\sqrt{3}, 1)$

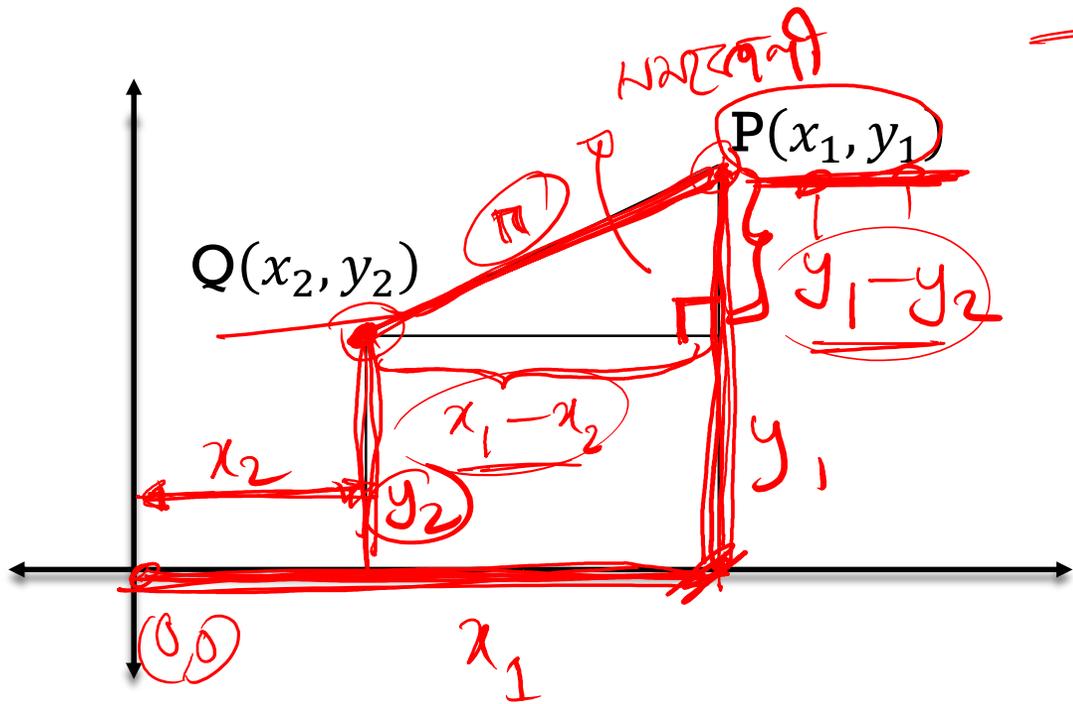
$(2, \theta)$

(c)  $(1, \sqrt{3})$

(d)  $(1, \sqrt{\frac{1}{3}})$

$$\begin{cases} x = r \cos \theta = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 1 \\ y = r \sin \theta = 2 \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \end{cases}$$

# দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব



$$r^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

easy peasy

distance can't be negative

## POLL QUESTION-02

□ (4, -3) এবং (-2, 5) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

(a)  $\sqrt{38}$

✓ (b) 10

(c)  $\sqrt{66}$

(d) 2

$$r = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (-3 - 5)^2}$$

$$r = \sqrt{6^2 + (-8)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100}$$

$$= \textcircled{10}$$

# গাণিতিক সমস্যা

❖ একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক বের করো যার কোটি ভূজের দ্বিগুণ এবং তা  $(4,3)$  বিন্দু থেকে  $\sqrt{10}$  একক দূরে অবস্থিত।

$(x, y)$   
কোটি  
কোটি

$$y = 2x$$

$(x, y) = (x, 2x)$

$(1, 2) \mid (Am.)$   
 $(3, 6)$

$(x, 2x) \quad (4, 3)$

$$d = \sqrt{(x-4)^2 + (2x-3)^2} = (\sqrt{10})^2$$

$$\Rightarrow (x-4)^2 + (2x-3)^2 = 10$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + 4x^2 - 12x + 9 = 10$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 20x + 25 = 10$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 20x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1, 3$$



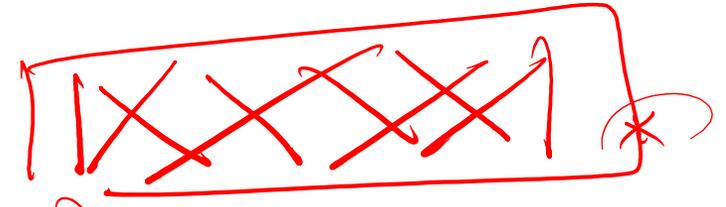
উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত

অধ্যায় ৩ : সরলরেখা

# গাণিতিক সমস্যা



$$1 - (-4) = 5$$

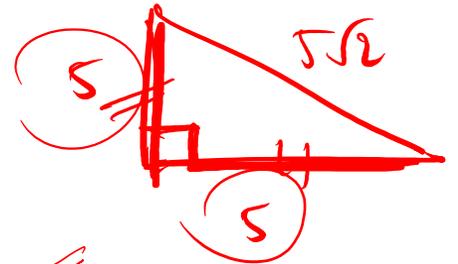
❖ দেখাও যে,  $A(1,2)$ ,  $B(-4,2)$  এবং  $C(-4,7)$  বিন্দুত্রয় একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করে।  
 ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

$$-4 - (-4) = 0$$

বাহুর মান ০ কে বসে।

$$\begin{cases} AB = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5 \\ BC = \sqrt{0^2 + (-5)^2} = 5 \\ AC = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2} \end{cases}$$

মান সমদ্বিবাহু



$$AC^2 = (5\sqrt{2})^2 = 25 \cdot 2 = 50 = \underbrace{25}_{AB^2} + \underbrace{25}_{BC^2} = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

হাইপোথেনাস

Area:  
 $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$   
 $\frac{1}{2} \times 5 \times 5$   
 $= \frac{25}{2}$  বর্গ একক

# গাণিতিক সমস্যা

~~$1 - (-4) = 5$~~

$-4 - 13 = 17$

$-4 - 8 = -12$

$2 - (-4)$

$13 - (-4) = 17$

❖ দেখাও যে,  $A(1,1)$ ,  $B(-4,13)$ ,  $C(8,8)$  এবং  $D(13,-4)$  বিন্দু চারটি একটি রম্বসের শীর্ষবিন্দু।

$AB = \sqrt{5^2 + (-12)^2} = 13$  এক

$BC = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = 13$  ২

$CD = \sqrt{(-5)^2 + 12^2} = 13$  ৩

$AD = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = 13$  ৪

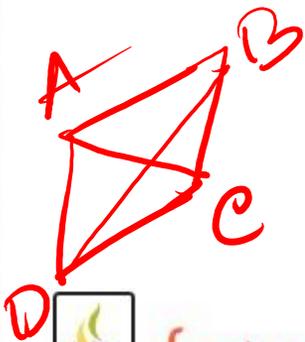
কর্তৃক  
সর্ব  
নতুন  
চক্র

কর্ণ check  $\left\{ \begin{array}{l} 1. AB = BC \\ 2. BC = CD \end{array} \right.$

$AC = \sqrt{(-7)^2 + (-7)^2} = 7\sqrt{2}$  এক

$BD = \sqrt{17^2 + 17^2} = 17\sqrt{2}$  ২

ABCD = চক্র



## প্র্যাকটিস প্রবলেম

- (i). দেখাও যে,  $(4, -1)$ ,  $(2,1)$ , এবং  $(1,2)$  বিন্দুত্রয় একই সরলরেখার উপর অবস্থিত।
- (ii). একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 10 একক, এর কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(11,2)$ ; এর যে জ্যা  $(2, -1)$  বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয় তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
- (i).  $Y$  অক্ষ ও  $(7,2)$  থেকে  $(a, 5)$  এর দূরত্ব সমান হলে  $a$  এর মান কত?

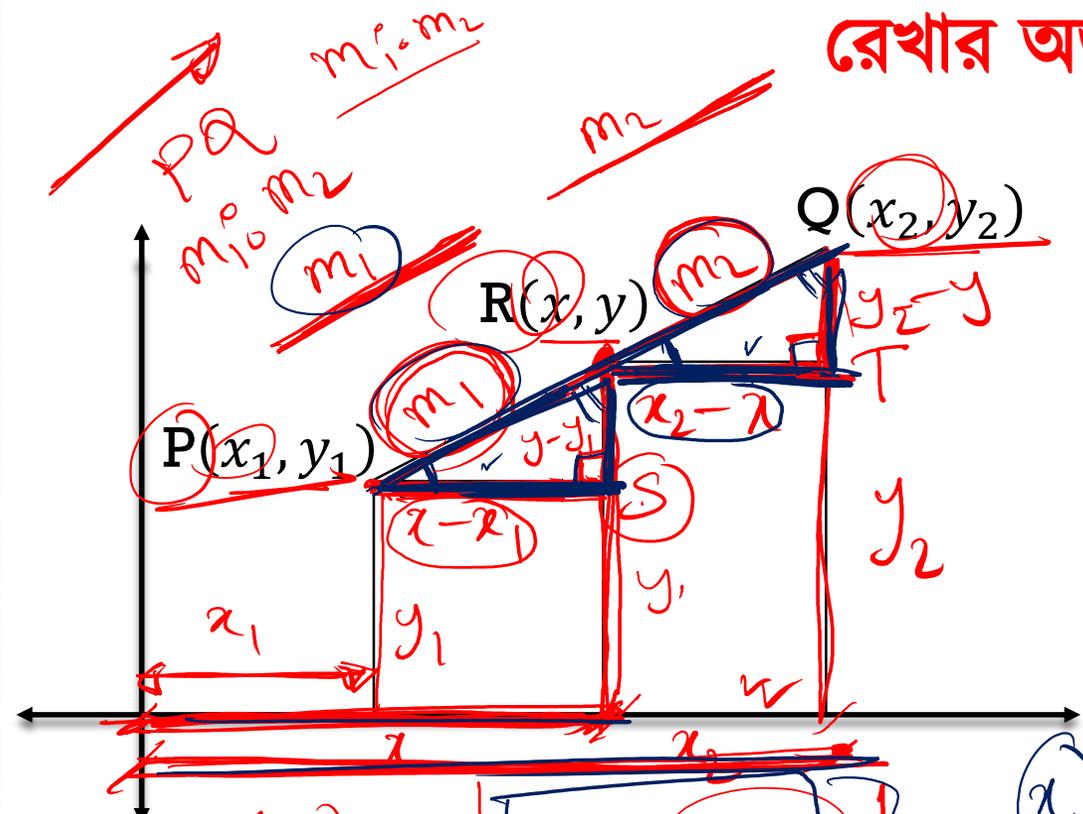
# রেখার অন্তর্বিভক্তকরণ সূত্র

অন্তর্বিভক্তি / বিভক্তকরণ

$PS \parallel RT$   $PQ$  (খন্ড)

$\Delta PSR, RTQ \Rightarrow$  মতো জোড়ী (সমুদ্র  
সমুদ্র  
মান)

$$\frac{PR}{RQ} = \frac{PS}{RT} = \frac{RS}{QT} = \frac{m_1}{m_2}$$



$R(x, y) = ?$

- $PS = x - x_1$
- $RT = x_2 - x$
- $RS = y - y_1$
- $QT = y_2 - y$

main line  $\vec{PQ}$

$x$   
proof

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_2 x - m_2 x_1 = m_1 x_2 - m_1 x$$

$$\Rightarrow m_2 x + m_1 x = m_2 x_1 + m_1 x_2$$

$$\Rightarrow x(m_1 + m_2) = m_2 x_1 + m_1 x_2$$

$$\therefore x = \frac{m_2 x_1 + m_1 x_2}{m_2 + m_1}$$

$$y = \frac{m_2 y_1 + m_1 y_2}{m_2 + m_1}$$

# POLL QUESTION-03

$(2,0)$  এবং  $(7,5)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ কে  $2:3$  অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

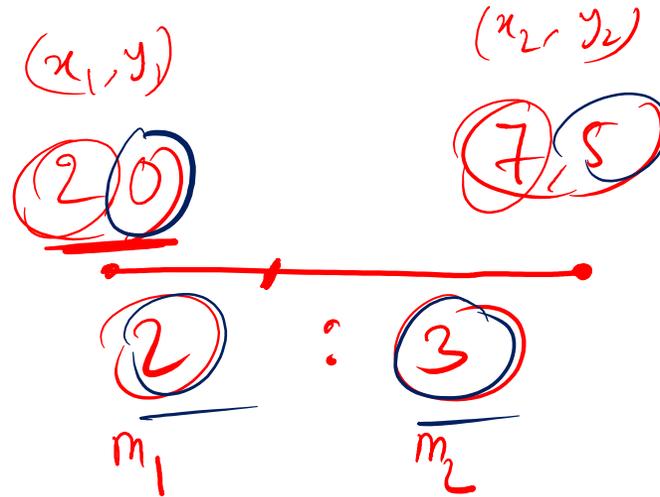
(a)  $(4,2)$

(b)  $(2,4)$

(c)  $(3,3)$

(d)  $(2,5)$

$(4,2)$



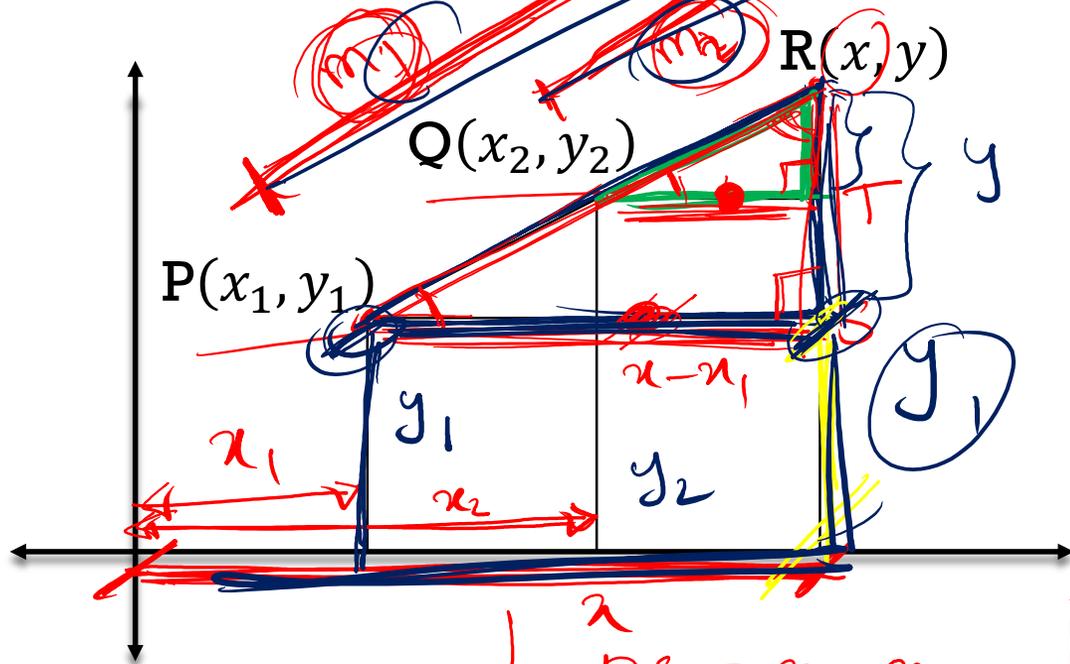
$$R \left( \frac{m_2 x_1 + m_1 x_2}{m_2 + m_1}, \frac{m_2 y_1 + m_1 y_2}{m_2 + m_1} \right)$$

$$x = \frac{3 \times 2 + 2 \times 7}{2 + 3} = \frac{20}{5} = 4$$

$$y = \frac{3 \times 0 + 2 \times 5}{2 + 3} = \frac{10}{5} = 2$$

# রেখার বহির্বিভক্তকরণ সূত্র

বাইরে বিভক্ত



$\triangle PSR \sim \triangle QTR \Rightarrow$  মতামত  
 $PS \parallel QT \Rightarrow PR$  ছেদিত

$$\frac{PR}{QR} = \frac{PS}{QT} \Rightarrow \frac{RS}{RT} = \frac{m_1}{m_2}$$

x proof:  $\frac{x-x_1}{x-x_2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_2x - m_2x_1 = m_1x - m_1x_2$

$\Rightarrow m_1x_2 - m_2x_1 = m_1x - m_2x$

$\Rightarrow x(m_1 - m_2) = m_1x_2 - m_2x_1$

$$\therefore x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$$

$$y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$$

PQ  $\Rightarrow$  main line

$R(x, y) = ?$

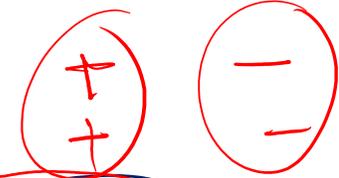
$PS = x - x_1$

$QT = x - x_2$

$RS = y - y_1$

$RT = y - y_2$

# POLL QUESTION-04



□ (3,4) এবং (5,9) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ কে 2:3 অনুপাতে বহিঃবিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

(a) (8,10)

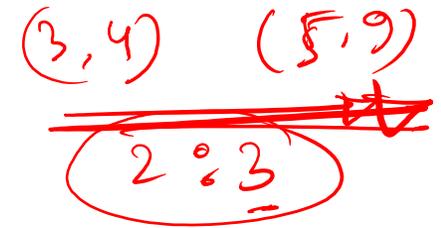
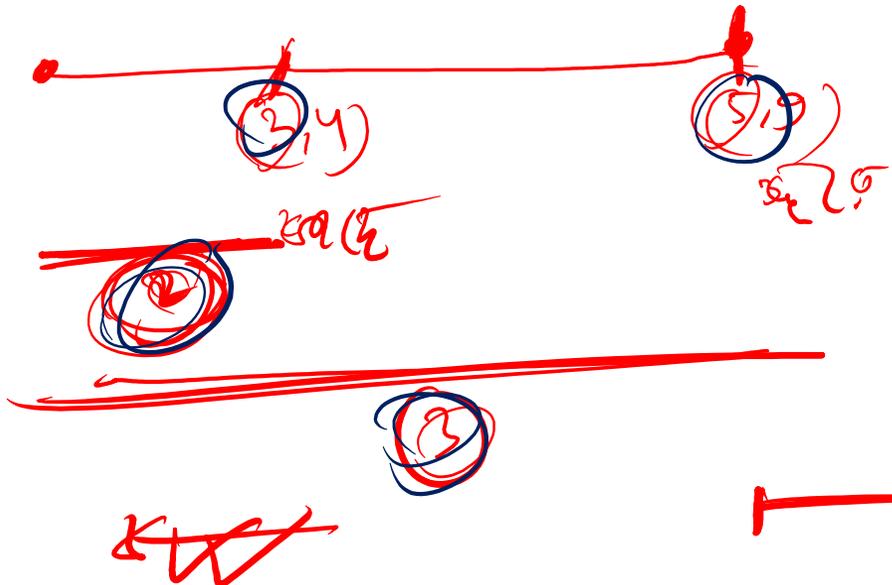
(b) (5,4)

~~(c) (-1, -6)~~

(d) (-2, -5)

$$x = \frac{2 \times 5 - 3 \times 3}{2 - 3} = \frac{10 - 9}{-1}$$

$$R \left( \frac{m_1 x_2 - m_2 x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 - m_2} \right)$$



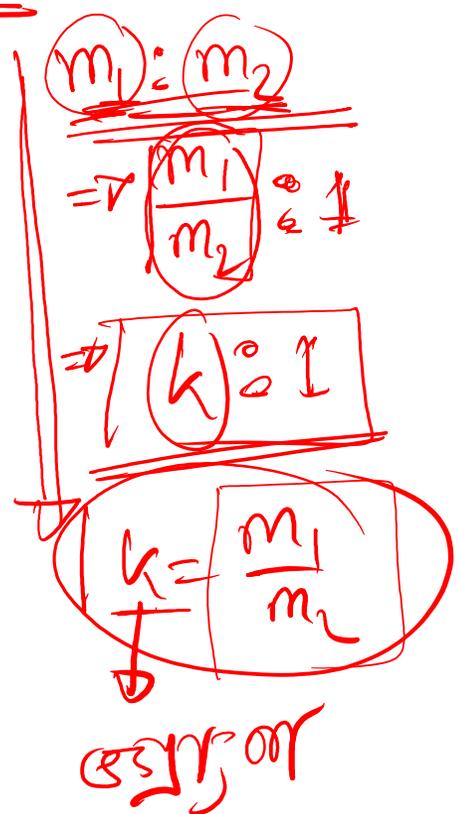
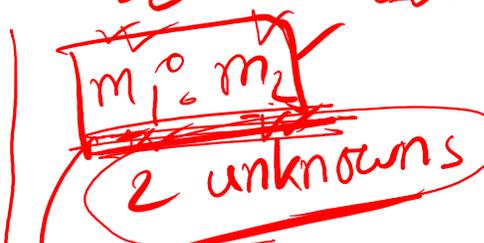
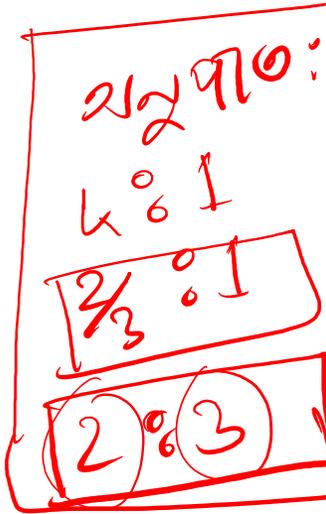
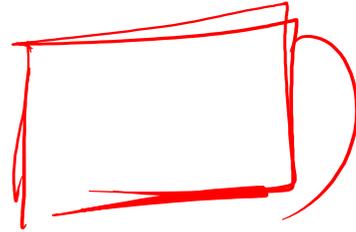
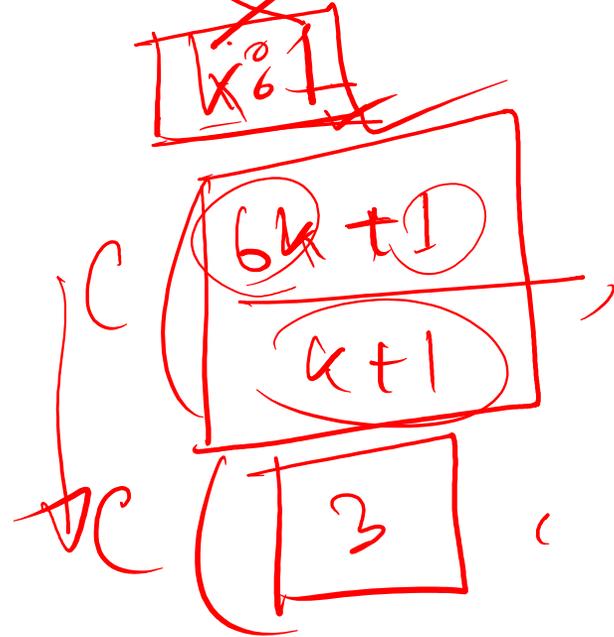
# গাণিতিক সমস্যা

❖  $(1,2)$  এবং  $(6,7)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ কে  $(3,4)$  বিন্দুটি যে অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তা নির্ণয় করো।

$$m_1 : m_2$$

$$m_1 + m_2$$

$(x, y)$



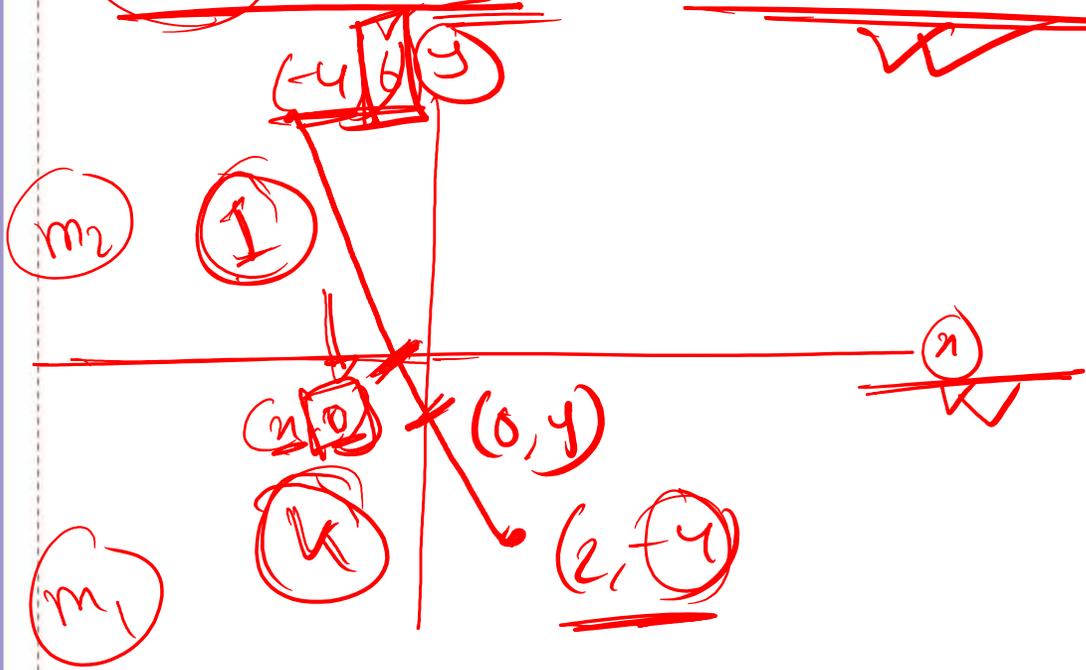
$$\frac{6k+1}{k+1} = 3 \Rightarrow 6k+1 = 3k+3 \Rightarrow 6k-3k=3-1$$

$$\Rightarrow 3k=2 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

$$k:1 = \frac{m_1}{m_2}$$

# গাণিতিক সমস্যা

❖  $(2, -4)$  এবং  $(-4, 6)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ কে  $x$  অক্ষ ও  $y$  অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় করো।



$y$  অক্ষত  $x=0$   
এতে  $y$  বিন্দু calculate

$$\text{কেন্দ্র} - \frac{0 = \frac{6 \cdot k + 1 \cdot (-4)}{(k+1)}}{= R (k+1)}$$

$$\Rightarrow \underline{0(k+1)} = 6k - 4$$

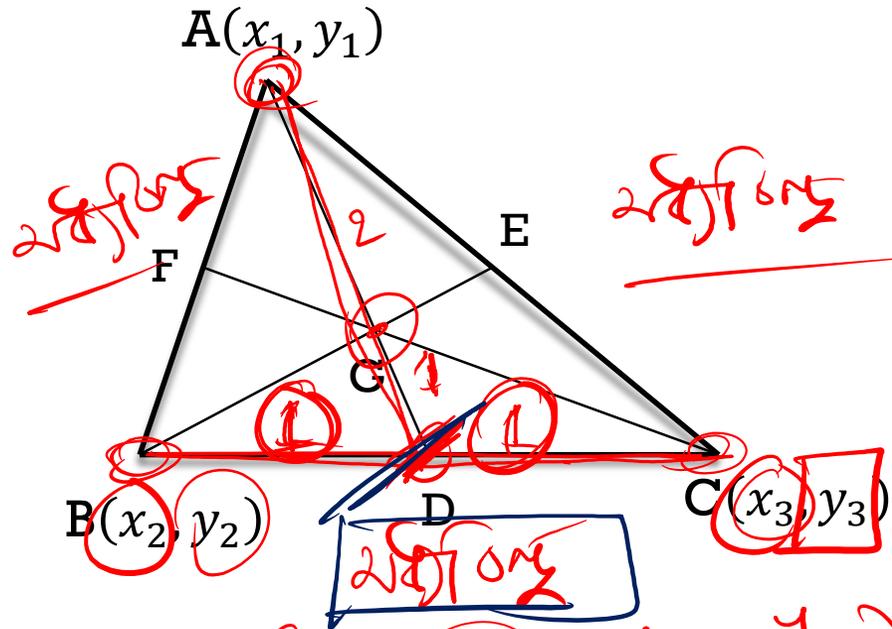
$$\Rightarrow 6k = 4$$

$$\Rightarrow k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$k^{\text{এ}} = \frac{2}{3} \text{ :}$$

$$\Rightarrow \boxed{2:3}$$

# ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র



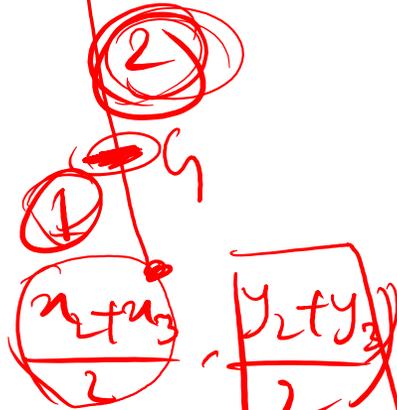
$$D \left( \frac{x_3 + x_2}{2}, \frac{y_3 + y_2}{2} \right)$$

2 : 1

ভর কেন্দ্র  $\Rightarrow$  মধ্যমা এতে ২:১ (২:১) ২

$\Rightarrow$  মধ্যমাকে ২:১

$A(x, y)$



$$G \left( \frac{2 \cdot \frac{x_2 + x_3}{2} + x_1}{2+1}, \frac{2 \cdot \frac{y_2 + y_3}{2} + y_1}{2+1} \right)$$

$$G \left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

# POLL QUESTION-05

□ একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $(2,7)$ ,  $(6,1)$  এবং এর ভারকেন্দ্র  $(6,4)$ । তৃতীয় শীর্ষবিন্দুটি কত?

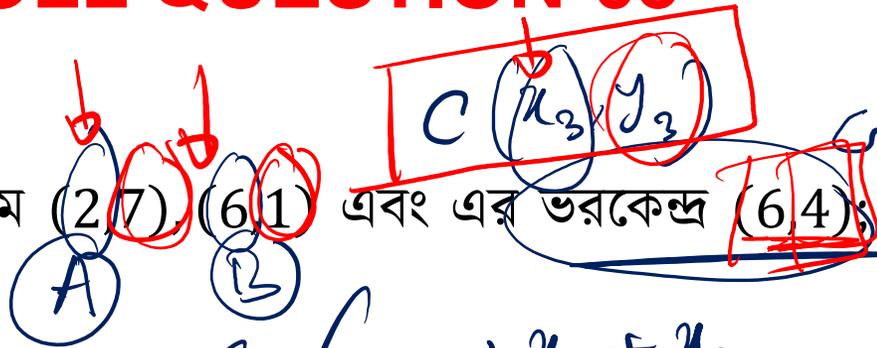
(a)  $(8,10)$

(b)  $(10,4)$

(c)  $(4,10)$

(d)  $(10,6)$

$(10,4)$



$$\left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

$$\left( \frac{2 + 6 + x_3}{3}, \frac{7 + 1 + y_3}{3} \right)$$

Handwritten calculations:

$$\frac{2 + 6 + x_3}{3} = 6 \Rightarrow 8 + x_3 = 18 \Rightarrow x_3 = 10$$

$$\frac{7 + 1 + y_3}{3} = 4 \Rightarrow 8 + y_3 = 12 \Rightarrow y_3 = 4$$

## প্র্যাকটিস প্রবলেম

- (i). ABCD একটি বর্গের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $A(8,8)$ ,  $B(9,-5)$  এবং  $C(-4,-6)$ ; D এর স্থানাঙ্ক ও বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- (ii). ABCD একটি আয়তের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $A(3,2)$ ,  $B(2,-1)$  এবং  $C(8,-3)$ ; D এর স্থানাঙ্ক ও আয়তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- (iii).  $(2,-4)$  এবং  $(-3,6)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ কে  $x$  অক্ষ ও  $y$  অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় করো।
- (iv). মূলবিন্দুটি যদি  $(x,y)$  এবং  $(r \cos\theta, r \sin\theta)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের মধ্যবিন্দু হয় তবে প্রমাণ করো যে  $x^2 + y^2 = r^2$

না বুঝে  
মুখস্থ করার  
অভ্যাস প্রতিভাকে  
ধ্বংস করে

$$X = \frac{c \rho P \sqrt{V^2}}{2S}$$

$$X = \frac{c \rho P \sqrt{V^2}}{2S}$$

$$E = mc^2$$

$$x = \frac{\sqrt{a^2}}{c} + c - \frac{b}{2}$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার