একাদশ শ্রেণি একাডেমিক প্রোগ্রাম ২০২০

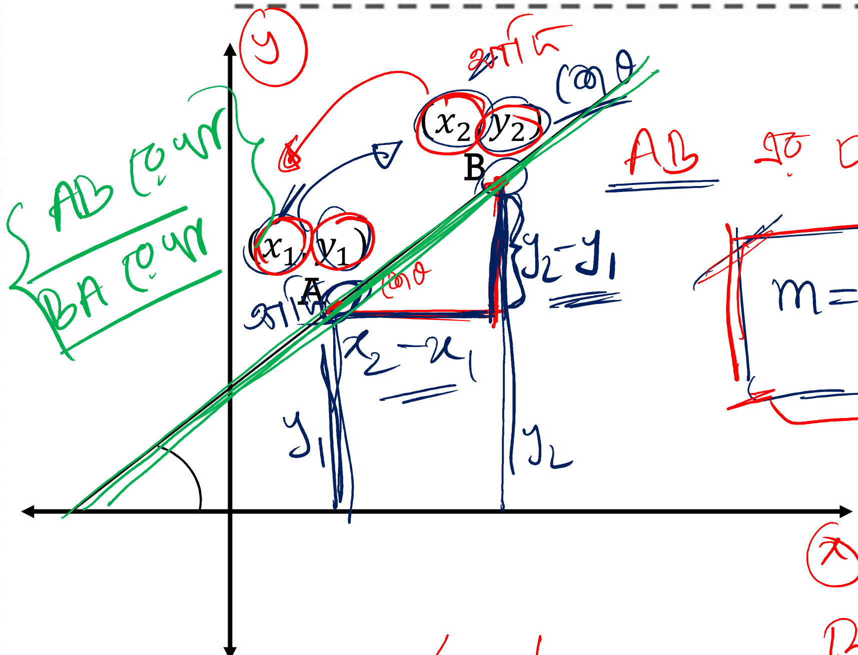
উচ্চতর গণিত

লেকচার : HM-08

অধ্যায় ৩ : সরলরেখা

উদ্ভাস
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখার ঢাল (m)



AB এর ঢাল $= \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

mathematically

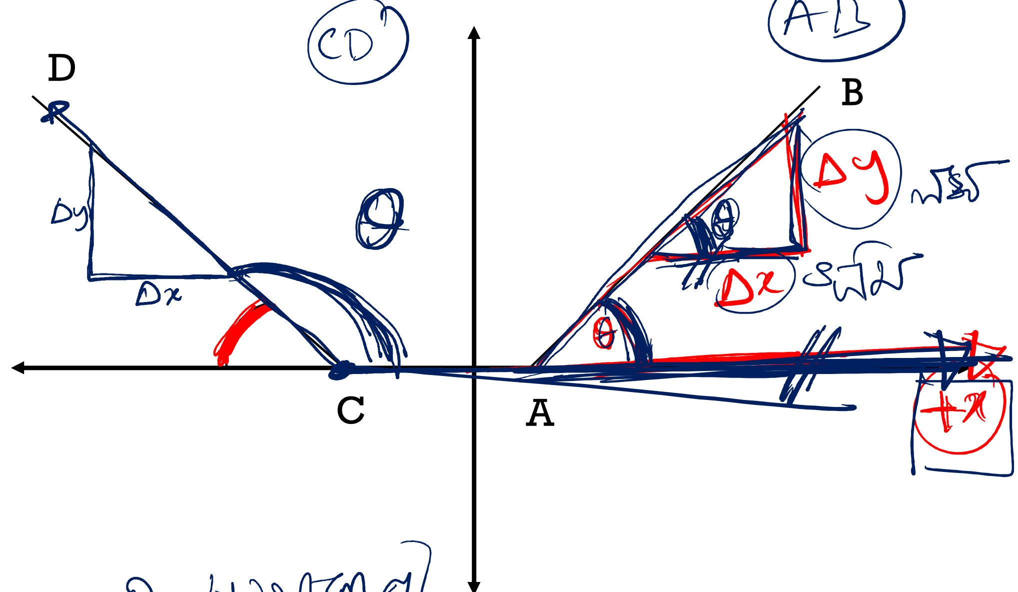
BA:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{-(y_2 - y_1)}{-(x_2 - x_1)}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

সরলরেখার ঢাল

- কোনো সরলরেখা ধনাত্মক x অক্ষের সাথে যে কোন উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্ট (tan) কেই ঐ সরলরেখার ঢাল (m) বলে।



POLL QUESTION-01

❑ A(2, 1) এবং B(−2, 13) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার ঢাল কত?

(a) 2

(b) 4

(c) −3

(d) 3

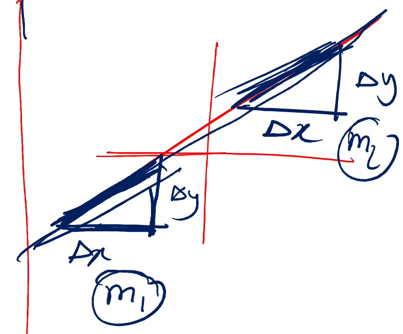
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{13-1}{-2-2} = \frac{12}{-4} = -3$$

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

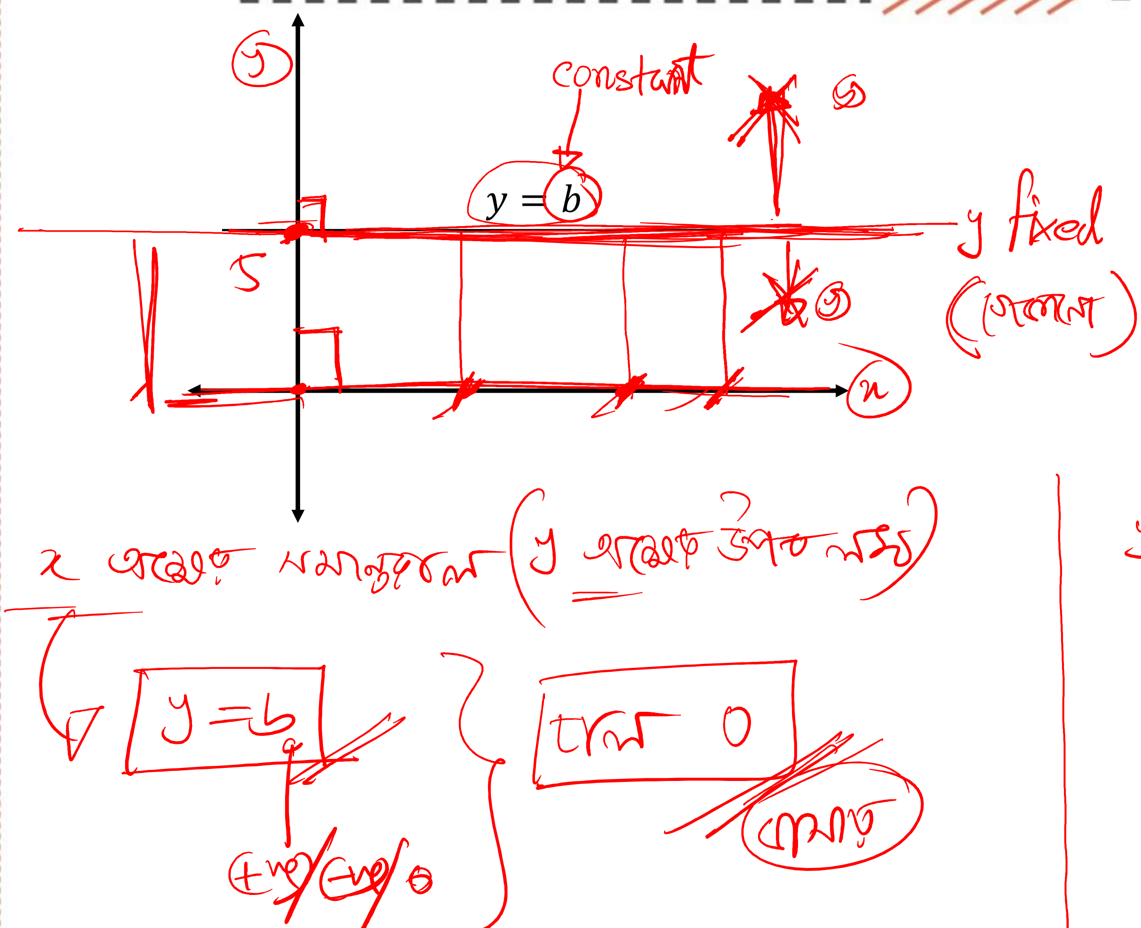
সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ

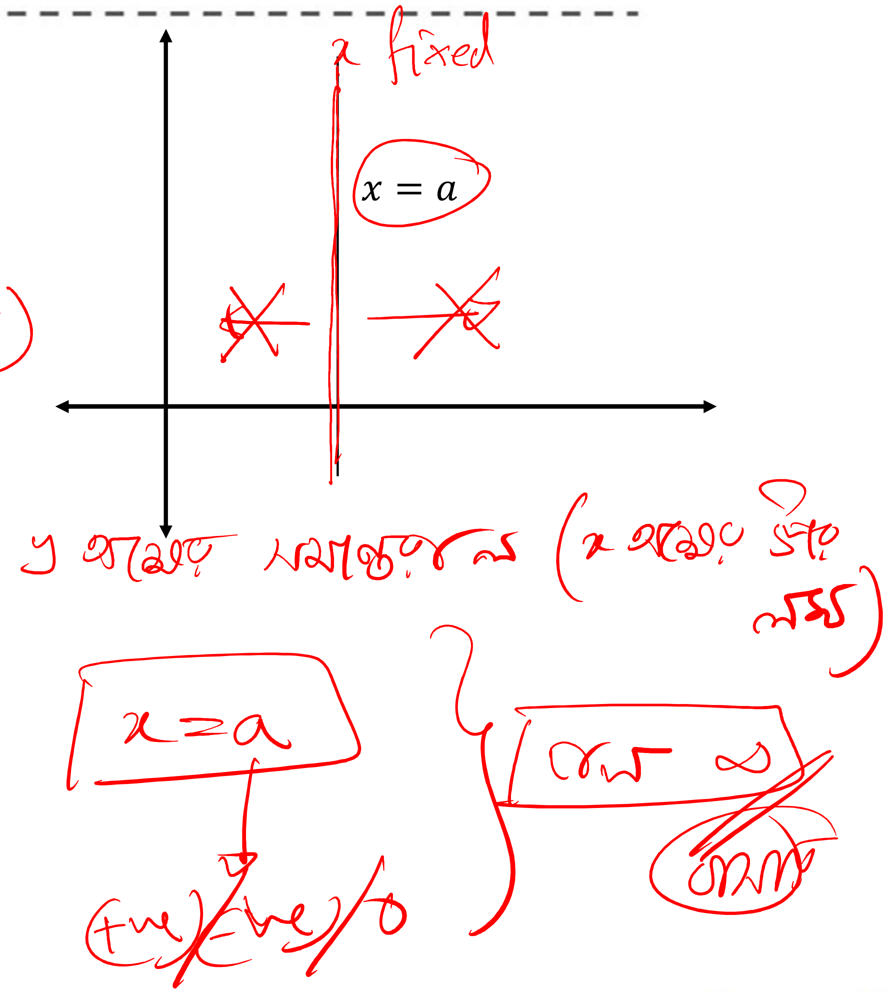
$$ax + by + c = 0$$

$$a, b \neq 0$$



অক্ষের সমান্তরাল রেখা





POLL QUESTION-02

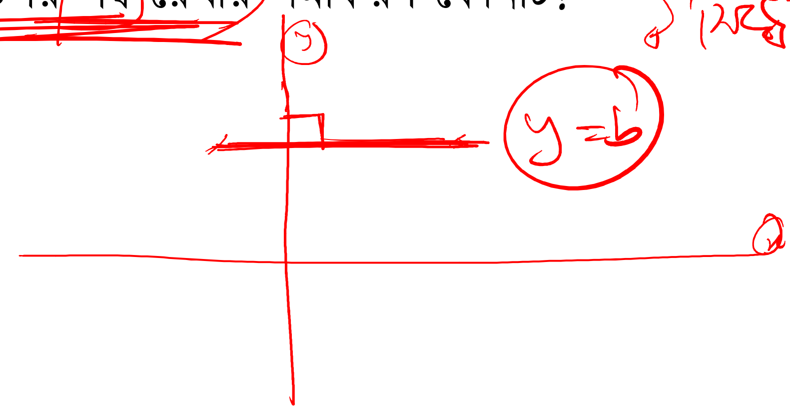
❑ $(6,3)$ বিন্দুগামী y অক্ষের উপর লম্ব রেখার সমীকরণ কোনটি?

(a) $x = 3$

(b) $y = 6$

(c) $x = 6$

(d) $y = 3$

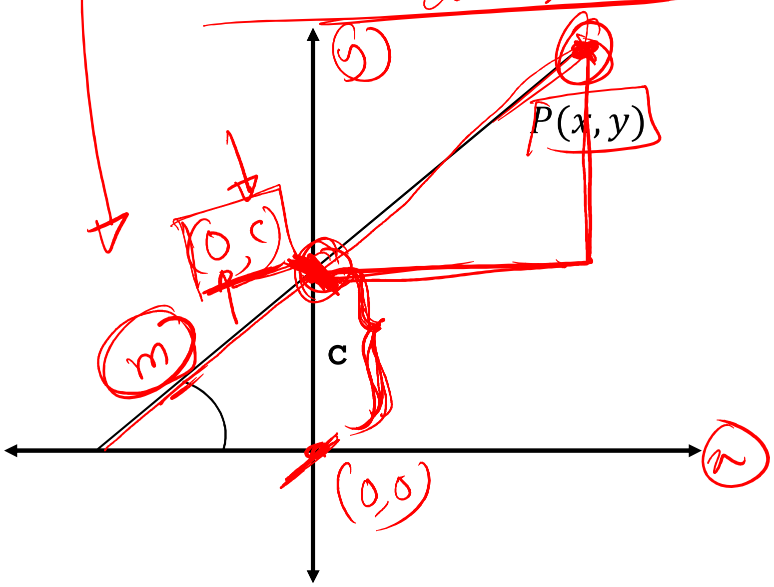


বিভিন্ন আকারের সরলরেখার সমীকরণ

❖ $y = mx + c$

m = ঢাল

c = y অক্ষের ছেদকাংশ



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - c}{x - 0}$$

$$\Rightarrow m = \frac{y - c}{x}$$

$$\Rightarrow y - c = mx$$

$$\Rightarrow y = mx + c$$

POLL QUESTION-03

❑ একটি রেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 135° কোণ উৎপন্ন করে, রেখাটি $(3, 3)$ বিন্দুগামী হলে সমীকরণ-

(a) $y = x + 4$

(b) $y = -2x + 6$

(c) $y = -x - 4$

(d) $y = -x + 6$

$m = \tan\theta$

$y = mx + c$

$m = \tan 135^\circ$

$m = -1$

$y = -x + c$

$3 = -3 + c \Rightarrow c = 6$

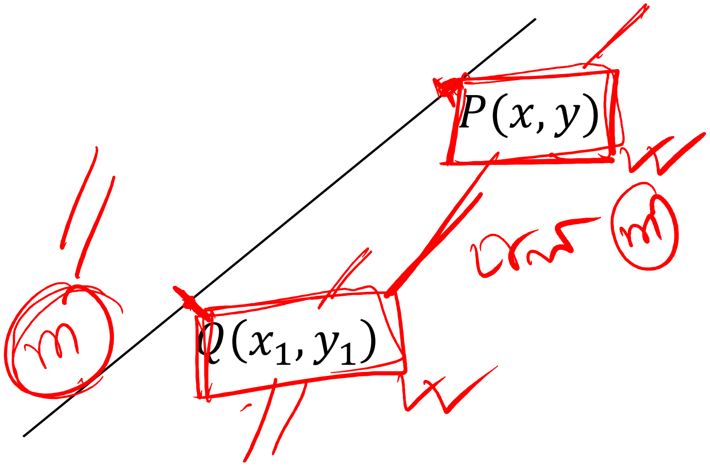
$y = -x + 6$

বিভিন্ন আকারের সরলরেখার সমীকরণ

❖ $y - y_1 = m(x - x_1)$

m = ঢাল

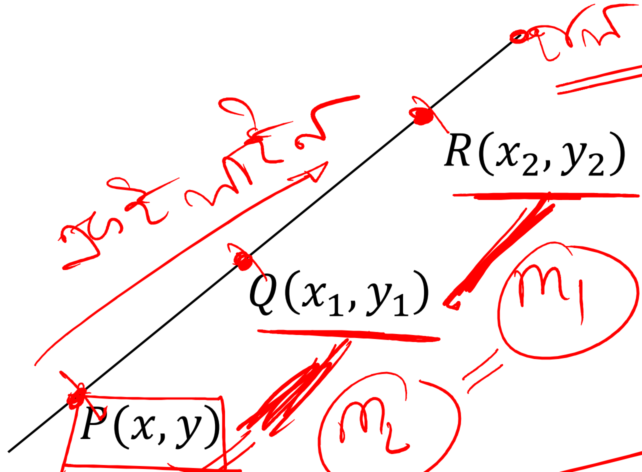
(x_1, y_1) = রেখার উপরস্থ বিন্দু



বিভিন্ন আকারের সরলরেখার সমীকরণ

❖ $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ = রেখার উপরস্থ দুইটি বিন্দু



$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) \cdot (x - x_1)$$

yayy!!!

উদ্ভাস
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

POLL QUESTION-04

❑ $(1, 2)$ ও $(3, 4)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ-

(a) $x + y + 1 = 0$

(b) $x - y + 1 = 0$

(c) $y - x + 1 = 0$

(d) $y + x - 1 = 0$

(x_1, y_1), (x_2, y_2)

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y - 2 = \frac{4-2}{3-1}(x - 1)$

$y - 2 = \frac{2}{2}(x - 1) = x - 1$

$x - 1 - y + 2 = x - y + 1 = 0$

প্র্যাকটিস প্রবলেম

(i). $(3, 4)$ বিন্দুগামী x অক্ষের উপর লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii). $(5, 7)$ ও $(0, -4)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ কত?

(iii). $(-1, 2)$ বিন্দুগামী ও 2 ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

(iv). $3x + 7y = 21$ এবং $2ax - 3by + 6 = 0$ রেখা দুইটি একই সরলরেখা নির্দেশ করলে a ও b এর মান কত?

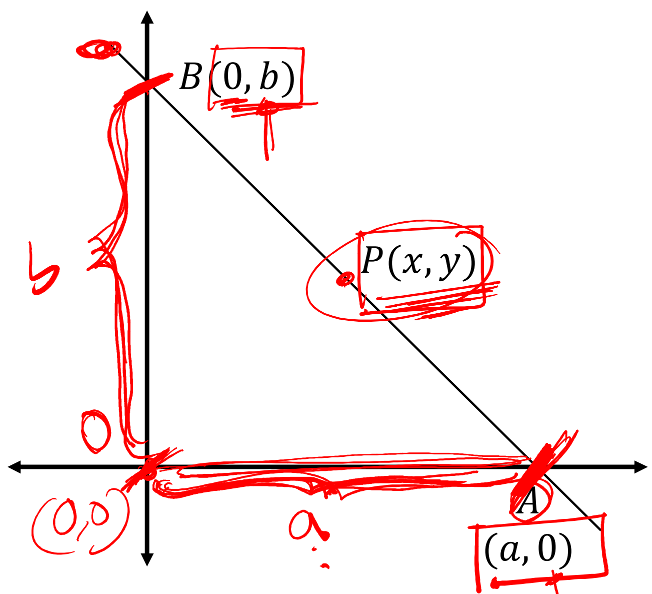
বিভিন্ন আকারের সরলরেখার সমীকরণ

❖ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

a = x অক্ষের খন্ডিতাংশ

b = y অক্ষের খন্ডিতাংশ

$a = OA$ $b = OB$



A $(a, 0)$ (x_1, y_1) B $(0, b)$ (x_2, y_2)

$$y - 0 = \frac{b-0}{0-a}(x-a) \Rightarrow y = \frac{b}{-a}(x-a)$$

$$\Rightarrow \frac{y}{b} = \frac{1}{-a}(x-a) \Rightarrow \frac{y}{b} = \frac{x}{-a} - \frac{a}{-a}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

POLL QUESTION-05

- $6x + 5y - 30 = 0$ রেখাটির অক্ষদ্বয়ের খন্ডিতাংশের যোগফল কত?

(a) 11

(b) 1

(c) -1

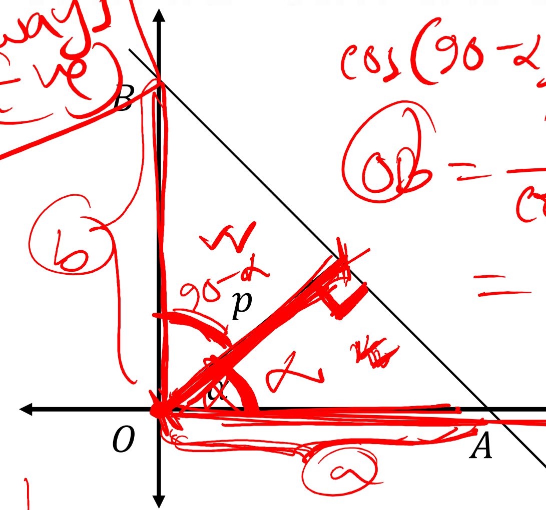
(d) -11

বিভিন্ন আকারের সরলরেখার সমীকরণ

❖ $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

p = মূলবিন্দু থেকে সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য

α = x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে মূলবিন্দু থেকে রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব p এর উৎপন্ন কোণ



$\cos(90-\alpha) = \frac{p}{OB}$

$OB = \frac{p}{\cos(90-\alpha)} = \frac{p}{\sin\alpha}$

$OA = a = p/\cos\alpha$

$OB = b = p/\sin\alpha$

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x}{p/\cos\alpha} + \frac{y}{p/\sin\alpha} = 1$

$\Rightarrow \frac{x\cos\alpha}{p} + \frac{y\sin\alpha}{p} = 1$

$\Rightarrow x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

yayy!!!

গাণিতিক সমস্যা

❖ $A(h,k)$ বিন্দুটি $6x - y = 1$ রেখার উপর অবস্থিত এবং $B(k,h)$ বিন্দুটি $2x - 5y = 5$ রেখার উপর অবস্থিত; AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

$A \rightarrow 6h - k = 1 \Rightarrow 6h - k - 1 = 0 \quad \cdots (1)$

$B \rightarrow 2k - 5h = 5 \Rightarrow 5h - 2k + 5 = 0 \quad \cdots (2)$

$(h, k) \equiv (1, 5)$

AB দুই বিন্দুগামী: $A(1,5)$, $B(5,1)$

$y - 5 = \frac{1-5}{5-1}(x - 1) = \frac{-4}{4}(x - 1)$

$y - 5 = -x + 1 \Rightarrow x + y - 6 = 0$

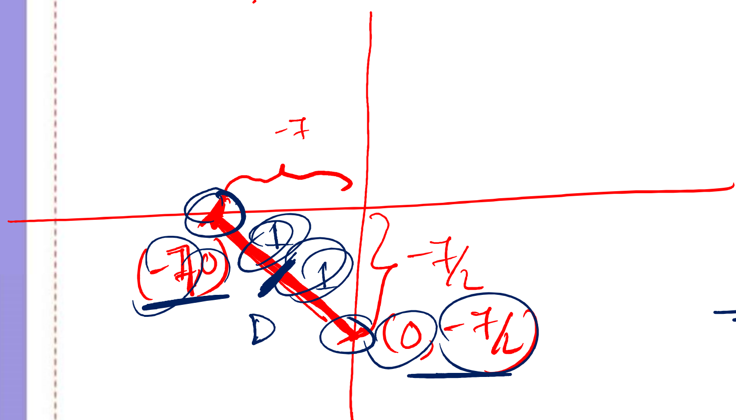
গাণিতিক সমস্যা

❖ $x + 2y + 7 = 0$ এর অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খন্ডিতাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$x + 2y + 7 = 0 \Rightarrow x + 2y = -7$$

$$\frac{x}{-7} + \frac{2y}{-7} = 1 \Rightarrow \frac{x}{-7} + \frac{y}{-7/2} = 1$$



1 : 1

$$D\left(\frac{-7+0}{2}, \frac{-\frac{7}{2}+0}{2}\right)$$

$$D\left(\frac{-7}{2}, \frac{-7}{4}\right)$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ একটি সরলরেখা $(3, 7)$ বিন্দুগামী এবং রেখাটি অক্ষদ্বয় সমমানের বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট অংশ ছেদ করে; রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$a = k$, $b = -k$

$$\frac{x}{k} + \frac{y}{-k} = 1$$

$$\Rightarrow x - y = k$$

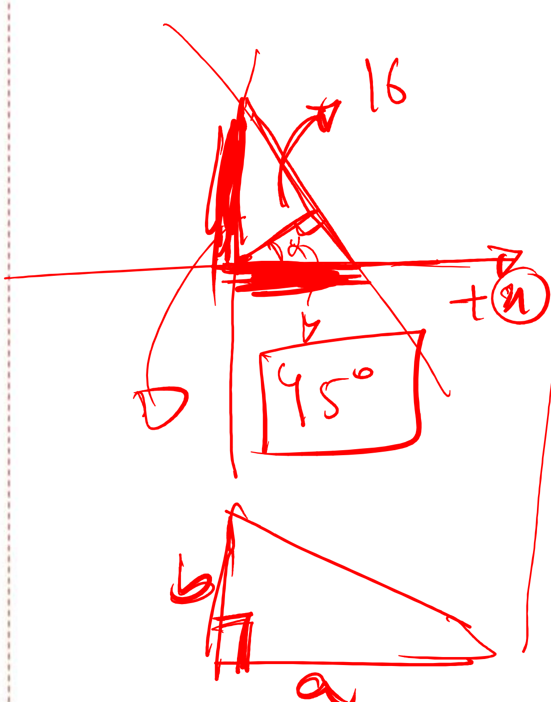
$$\Rightarrow 3 - 7 = k$$

$$\Rightarrow k = -4$$

$$x - y = -4 \Rightarrow x - y + 4 = 0$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে 16 বর্গ একক ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ত্রিভুজ গঠন করে এবং মূলবিন্দু থেকে ওই রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে; রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।



ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab = 16$

$\Rightarrow ab = 32$

$\Rightarrow p\sqrt{2} \cdot p\sqrt{2} = 32$

$\Rightarrow p^2 \cdot 2 = 32$

$\Rightarrow p = 4$

$\alpha = 45^\circ$

$p, \alpha, (a, b)$

$a = \frac{p}{\cos\alpha} = \frac{p}{1/\sqrt{2}} = p\sqrt{2}$

$b = \frac{p}{\sin\alpha} = \frac{p}{1/\sqrt{2}} = p\sqrt{2}$

$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

$\Rightarrow x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + y \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 4$

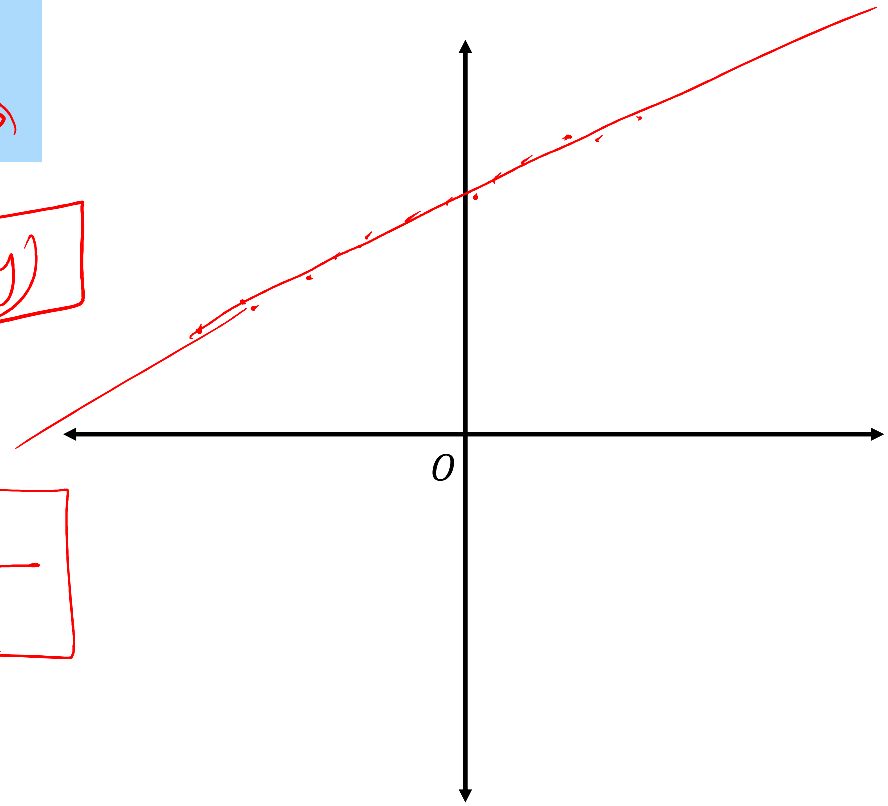
$\Rightarrow x + y = 4\sqrt{2}$

Ans.

লেখচিত্রে সরলরেখার উপস্থাপন

- সরলরেখার সমীকরণ নির্দিষ্টকরণ
- সমীকরণ অনুযায়ী কিছু (x, y) ক্রমজোড় নির্ণয়
- লেখচিত্রে (x, y) ক্রমজোড় স্থাপন এবং সংযুক্তকরণ

$y = 5x + 6$



প্র্যাকটিস প্রবলেম

(i). কোনো সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খন্ডিত অংশ $(-4,3)$ বিন্দুতে $5:3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়; রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii). একটি সরলরেখা $(-2,6)$ বিন্দুগামী এবং রেখাটির অক্ষদ্বয়ে খন্ডিতাংশের গুণফল 6; রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো

(iii). $12x + 5y - 6 = 0$ এবং $xcos\alpha + ysin\alpha = p$ দুইটি একই সরলরেখা নির্দেশ করলে p এর মান কত?

(iv). কোনো সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খন্ডিত অংশ $(6,2)$ বিন্দুতে $2:3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়; রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

না বুঝে
মুখস্থ করার
অভ্যাস প্রতিভাকে
ধ্বংস করে