



৮ম শ্রেণি একাডেমিক প্রোগ্রাম ২০২০

গণিত

লেখকচর : M-18

অধ্যায় ৯ : পিথাগোরাসের উপপাদ্য



$$x = \sqrt{\frac{c^2}{2} + c - \frac{b}{2}}$$



সৃজনশীল প্রশ্ন

কোনো ছাত্রাবাসের 65% ছাত্র মাছ পছন্দ করে, 55% ছাত্র মাংস পছন্দ করে এবং 40% ছাত্র উভয়টি পছন্দ করে।

- সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।
- উভয় খাদ্য পছন্দ করে না তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।
- যারা শুধু একটি খাদ্য পছন্দ করে তাদের সংখ্যার গুণনীয়ক সেটের ছেদ নির্ণয় কর।

ক $U =$ মোট ছাত্রের মোট

$F =$ মাছ পছন্দকারী ছাত্রের মোট

$M =$ মাংস পছন্দকারী ছাত্রের মোট

$F \cap M =$ মাছ ও মাংস উভয় পছন্দকারী ছাত্রের মোট

White Board

২) উৎস-যাদ্য পহন্দ কমে না- ওদের মত্যা ?

উৎস পহন্দ কমে → 40%

✓ $\frac{2}{2}$ - ১৫% পহন্দকরা হ্রাসমত্যা $(65 - 40\%) = \underline{25\%}$ ✓

✓ " ১০% " " " $(55 - 40\%) = \underline{15\%}$

উৎস যাদ্য পহন্দ কমে না- ওদের মত্যা

$$100 - (40 + 25 + 15) = \underline{20\%} \text{ (Ans)}$$

White Board

১) একটি-খাদ্য-বহন-কর-জীৱ-মণ্ডল-
 অন্যান্য-মোট-৫৮ নিগুণ-কর।

Only fish \rightarrow 25
 " meat \rightarrow 15

$$\begin{cases} 1 \times 25 = 25 \\ 5 \times 5 = 25 \end{cases}$$

25 এর অন্যান্য মোট $P = \{1, 5, 25\}$

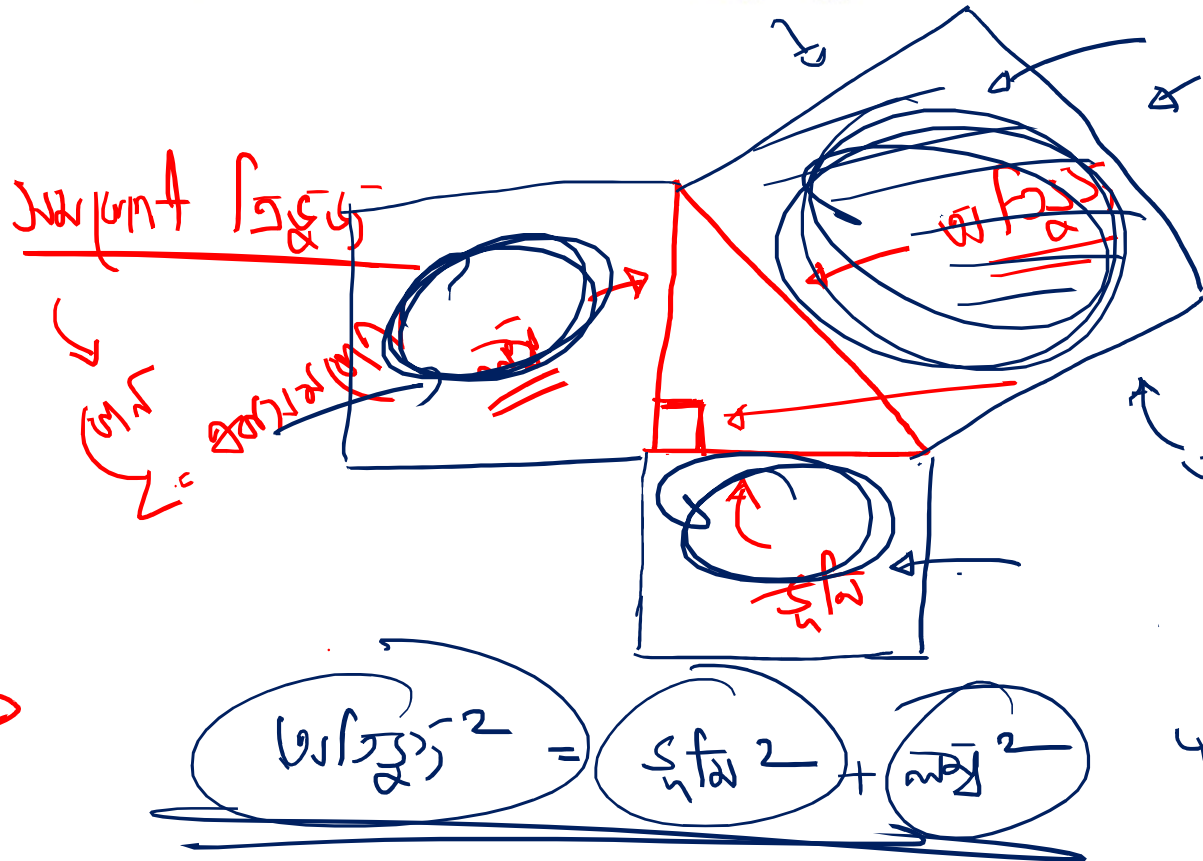
$$\begin{cases} 1 \times 15 = 15 \\ 3 \times 5 = 15 \end{cases}$$

15 এর অন্যান্য মোট
 $Q = \{1, 3, 5, 15\}$

$$\begin{aligned} P \cap Q &= \{1, 5, 25\} \cap \{1, 3, 5, 15\} \\ &= \{1, 5\} \end{aligned}$$

Ans

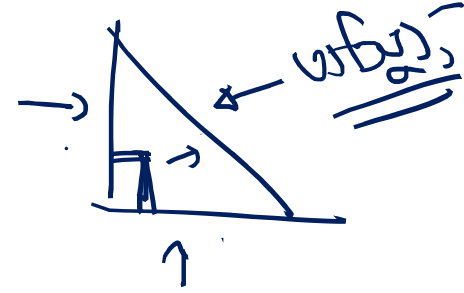
অধ্যায় ৯ -এ কী কী শিখবো?



- ১) সম্পূর্ণ ত্রিভুজ
- ২) সমাপেক্ষতা -
 $কতিপুত্র^2 = দুটি^2 + ন্যূন^2$
- ৩) কতি-বিভাজক
 উৎসর্গ

পিথাগোরাসের উপপাদ্য

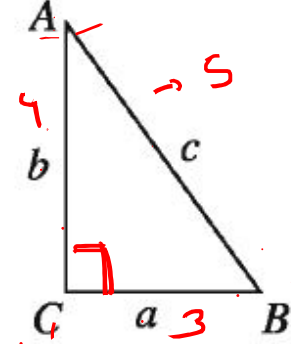
□ খ্রিস্টপূর্ব ষষ্ঠ শতাব্দীর দার্শনিক পিথাগোরাস সমকোণী ত্রিভুজের একটি বিশেষ বৈশিষ্ট্য নিরূপণ করেন। সমকোণী ত্রিভুজের এ বৈশিষ্ট্য পিথাগোরাসের বৈশিষ্ট্য বলে পরিচিত। বলা হয় পিথাগোরাসের জন্মের আগে মিসরীয় ও ব্যাবিলনীয় যুগেও সমকোণী ত্রিভুজের এ বৈশিষ্ট্যের ব্যবহার ছিল। এ অধ্যায় আমরা সমকোণী ত্রিভুজের এ বৈশিষ্ট্য নিয়ে আলোচনা করব। সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলো বিশেষ নামে পরিচিত। সমকোণের বিপরীত বাহু অতিভুজ এবং সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ভূমি ও উন্নতি। বর্তমান অধ্যায়ে এ তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের মধ্যে যে সম্পর্ক রয়েছে সে বিষয়ে আলোচনা করা হবে।



পিথাগোরাসের উপপাদ্য

চিত্রে, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, এর $\angle ACB$ কোণটি সমকোণ।

সুতরাং AB ত্রিভুজটির অতিভুজ। চিত্রে ত্রিভুজটির বাহুগুলো a, b, c দ্বারা নির্দেশ করি।

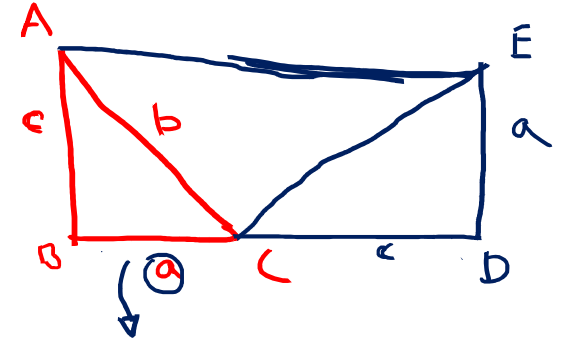


লক্ষ কর, $3^2 + 4^2 = 5^2$ অর্থাৎ দুই বাহুর পরিমাপের বর্গের যোগফল অতিভুজের পরিমাপের বর্গের সমান।

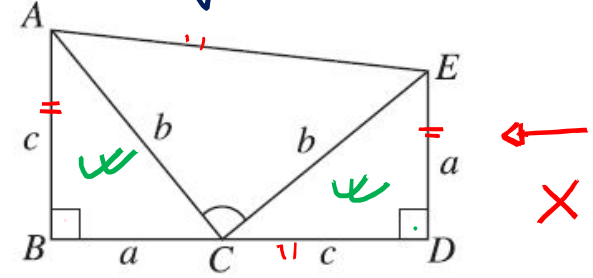
সুতরাং a, b, c বাহু দ্বারা নির্দেশিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রে $c^2 = a^2 + b^2$ হবে। এটা পিথাগোরাসের উপপাদ্যের মূল প্রতিপাদ্য। এই উপপাদ্যটি বিভিন্নভাবে প্রমাণ করা হয়েছে। এখানে কয়েকটি সহজ প্রমাণ নিয়ে আলোচনা করব।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র
 অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।
 [দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের সাহায্যে]



বিশেষ নোট:- ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।
 $\angle B = 90^\circ$, অতিভুজ AC = b, AB = c, BC = a.



এখন ক্ষেত্র দুই, $b^2 = c^2 + a^2$

$$b^2 = c^2 + a^2$$

AB || DE

প্রমাণ:-

BC কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি। অর্থাৎ, $CD = a$
 এ যিন্তু নতুন টানি। অর্থাৎ, $DE = a$, AE ও EC



পিথাগোরাসের উপপাদ্য

প্রমাণ

$$\triangle ABC \cong \triangle CDE$$

$$\angle ABC = \angle CDE \text{ [কর্তা সমকোণ]} \text{ [কর্তা সমকোণ]}$$

$$AB = CD = c, BC = DE = a$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDE, AC = EC = b$$

$$\angle BAC = \angle ECD$$

$$\angle BAC + \angle BCA = \text{কর্তা সমকোণ}$$

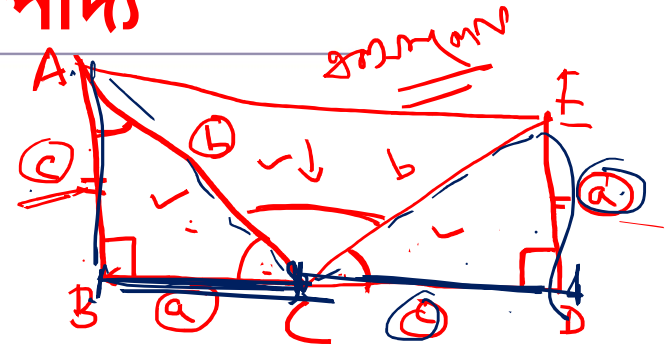
$$\angle ECD + \angle BCA = \text{কর্তা সমকোণ}$$

$$\angle ACE = \text{কর্তা সমকোণ}$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কোয়ার্টার



ABDE

$$\hookrightarrow \text{দুটি সমকোণীয়া ত্রিভুজ} \quad BD = (a+c)$$

$$ABDE \text{ দুটির ক্ষেত্রফল} = \triangle ABC + \triangle ACE + \triangle CDE$$

$$\frac{1}{2} \times (c+a) \times (a+c) = \frac{1}{2} \times a \times c + \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} \times a \times c$$

$$\frac{1}{2} (c+a)(a+c) = \frac{1}{2} (ac + b^2 + ac)$$

$$c^2 + c^2 + ca + ca^2 = 2ca + b^2$$

$$c^2 + a^2 = b^2$$

$$b^2 = c^2 + a^2$$

অধ্যায় ৯ : পিথাগোরাসের উপপাদ্য

Poll Question-01

নিচের কোন বাহুগুলো দ্বারা একটি সমকোণী ত্রিভুজ

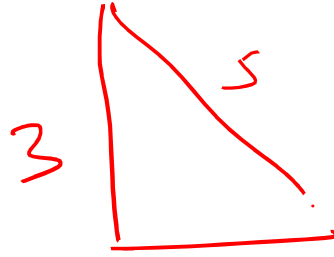
আঁকা সম্ভব?

(a) 3, 4, 5

(b) 4, 4, 5

(c) 6, 7, 8

(d) 1, 6, 7



$$\begin{aligned}5^2 &= 3^2 + 4^2 \\25 &= 9 + 16 \\c^2 + b^2 &= a^2\end{aligned}$$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য

পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিকল্প প্রমাণ

(সদৃশকোণী ত্রিভুজের সাহায্যে)

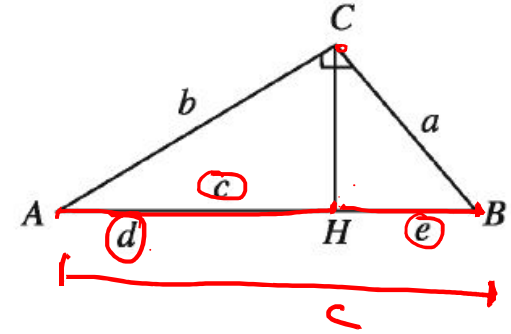
কিন্তু নিচের :- ABC মনোভুজ ত্রিভুজ

$\angle C = 90^\circ$, $AB =$ হাইপোটেনুজ = c ,

$BC = a$, $AC = b$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

প্রমাণ :- c হাইপোটেনুজ AB এর উপর c লম্ব টানি।



White Board

প্রমাণ -

$\triangle BCH \sim \triangle ABC$,

$\angle BHC = \angle ACB =$ এককোণ

$\angle ABC = \angle HBC =$ সাধারণ কোণ

$\triangle BCH \sim \triangle ABC$ হলে

$$\frac{BC}{AB} = \frac{BH}{BC}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{e}{a}$$

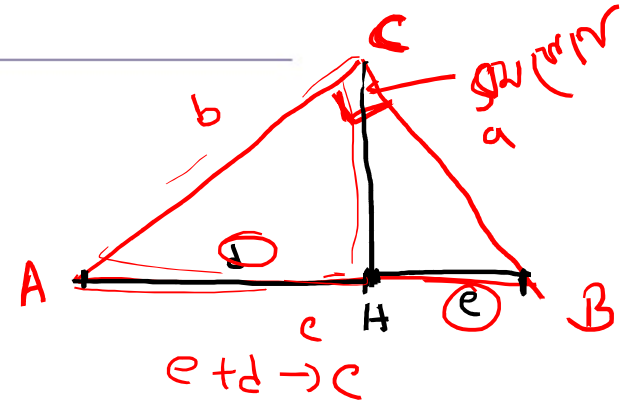
$a^2 = ce$ (i)

$\triangle ACH \sim \triangle ABC$ হলে

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AH}{AC}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{d}{b}$$

$\Rightarrow b^2 = cd$ (ii)



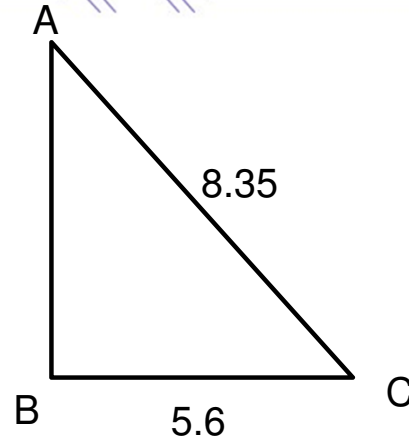
$$a^2 + b^2 = ce + cd$$

$$a^2 + b^2 = c(e+d)$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot c$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

Poll Question-02



চিত্রে AB=?

(a) 5.2

(b) 6.2

(c) 7.4

(d) 8

$$\begin{aligned}AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\AB &= \sqrt{AC^2 - BC^2} \\&= \sqrt{8.35^2 - 5.6^2} \\&= \underline{\underline{6.2}}\end{aligned}$$

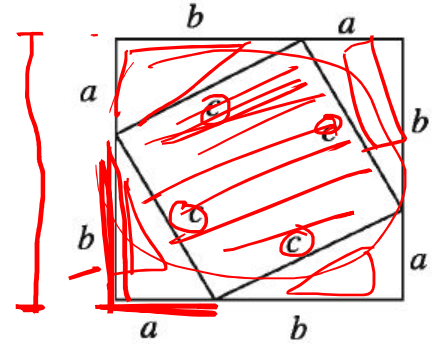
পিথাগোরাসের উপপাদ্য

পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিকল্প প্রমাণ

(বীজগণিতের সাহায্যে)

বি. নিঃ $c = \text{হাইপটেনুস}$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



এখন

দুটি-কোণের, বাহু = $a+b$

বহু-কোণের (এখন $(a+b)^2$)

কোণের (এই-কোণের) (এখন c^2)

$$c^2$$

বহু-কোণের (এখন) = ৪টি $\frac{1}{2} \times a \times b$ (এখন) + (এই-কোণের) =

$$(a+b)^2 = 4 \times \frac{1}{2} \times b \times a + c^2$$

↓

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

গণিত

অধ্যায় ৯ : পিথাগোরাসের উপপাদ্য

White Board

Poll Question-03

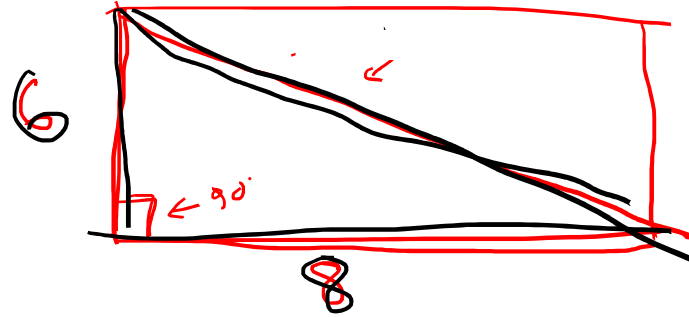
একটি আয়তের সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 6cm এবং 8cm হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য cm?

(a) 56

(b) 48

(c) 28

(d) 10



৩১.

$$\sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36}$$
$$\sqrt{100} = 10$$

৩১^L =

$$৩১৩ = \sqrt{৯৯^2 + ১১^2}$$

পিথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্য

পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য

যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র
অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান
হয়, তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।

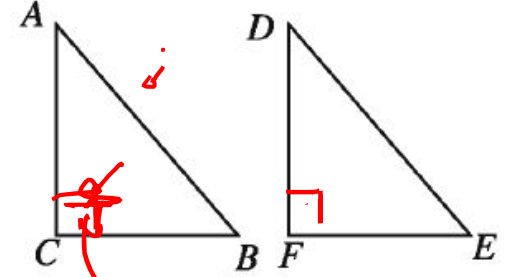
বি: নি: -

ΔABC

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

এখানে $AB^2 = AC^2 + BC^2$, $\angle C =$ এক সমকোণ

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$



সমকোণ

White Board Δ

উদ্দেশ্য :- এমন একটি চিত্র আঁকি,

$$\angle F = 90^\circ$$

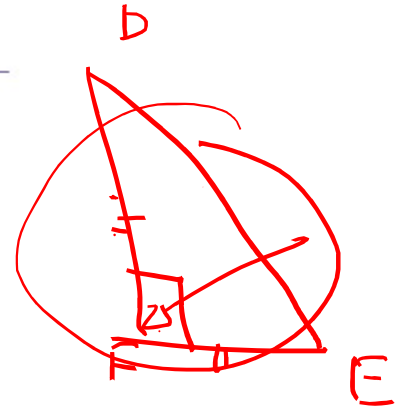
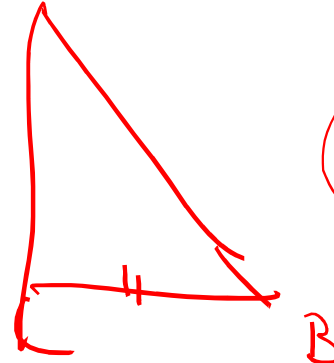
$$EF = BC \text{ ও } DF = AC$$

প্রমাণ :-

ΔDEF ,

$$\begin{aligned} DE^2 &= DF^2 + EF^2 \\ &= AC^2 + BC^2 = AB^2 \end{aligned}$$

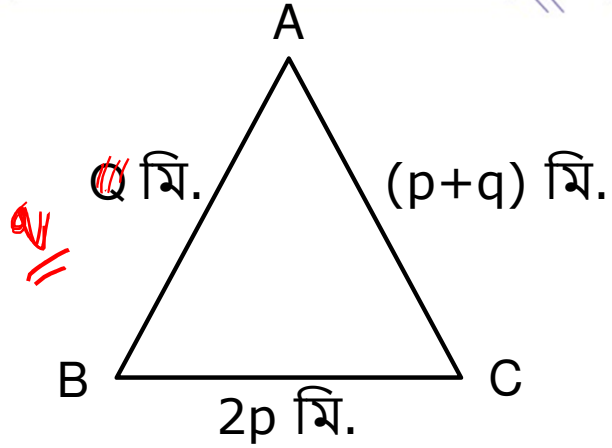
$$\therefore \underline{DE = AB}$$



$$\Delta ABC \cong \Delta DEF$$

$$\angle F = \angle C = 90^\circ$$

Poll Question-04



$$q + p + q + 2p = 12$$
$$3q + 2p = 12$$

উপরের ত্রিভুজের পরিসীমা 12 মি. হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) $p - q = 6$
- (b) $3p + 2q = 12$
- (c) $p - 2q = 6$
- (d) $2p - q = 12$

না বুঝে
মুখস্থ করার
অভ্যাস প্রতিভাকে
ধ্বংস করে

$$X = c \rho \frac{V^2}{2S}$$

$$X = c \rho \frac{V^2}{2S}$$

$$E = mc^2$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2}{c^2} + c} - \frac{b}{2}$$