

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

বিস্মিল্লাহির রাহমানির রাহীম



উদ্দাম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

অষ্টম শ্রেণি: গণিত (অধ্যায়-১০)

বৃত্ত

লেকচার-১৩

আগের দিনের Homework

$9x - 7y = 13$ এবং $5x - 3y = 9$ দুইটি সরল সহসমীকরণ

(ক) $(0, -3)$ বিন্দুটি কোন সমীকরণকে সিদ্ধ করে তা নির্ণয় কর।

২

(খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোড়ের সমাধান কর।

৪

(গ) সমীকরণদ্বয়ের লেখ অঙ্কন করে ছেদ বিন্দু ভূজ ও কোটি নির্ণয় কর।

৪

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে,

$$9x - 7y = 13 \dots\dots\dots (i)$$

$$5x - 3y = 9 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং সমীকরণের বামপক্ষে $x = 0$ এবং $y = -3$ বসিয়ে পাই, $9 \times 0 - 7(-3) = 21 \neq$

ডানপক্ষ

আবার,

(iii) নং সমীকরণের বামপক্ষে $x = 0$ এবং $y = -3$ বসিয়ে পাই, $5 \times 0 - 3(-3) = 9 =$

ডানপক্ষ

$$\underline{\underline{L.H.S = R.H.S}}$$

আগের দিনের Homework

(খ) দেওয়া আছে, $9x - 7y = 13$ (i)

$$5x - 3y = 9$$
 (ii)

(i) নং সমীকরণের 3 দ্বারা এবং (ii) নং সমীকরণকে 7 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$27x - 21y = 39$$
 (iii)

$$35x - 21y = 63$$
 (iv)

এখন (iv) নং হতে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$8x = 24$$

$$\therefore x = 3$$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$9 \times 3 - 7y = 13$$

$$\text{বা, } 27 - 13 = 7y$$

$$\text{বা, } 7y = 14$$

$$\therefore y = 2$$

নির্নয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$

Thanks



আগের দিনের Homework

(খ) $9x - 7y = 13$ ✓

বা, $9x - 13 = 7y$

বা, $y = \frac{9x-13}{7} \dots \dots \dots (i)$

(i) নং সমীকরণের x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে পাই,

x	-4	3	10
y	-7	2	11
ছক-১			

আবার, $5x - 3y = 9$

বা, $3y = 5x - 9$

বা, $y = \frac{5x-9}{3} \dots \dots \dots (ii)$

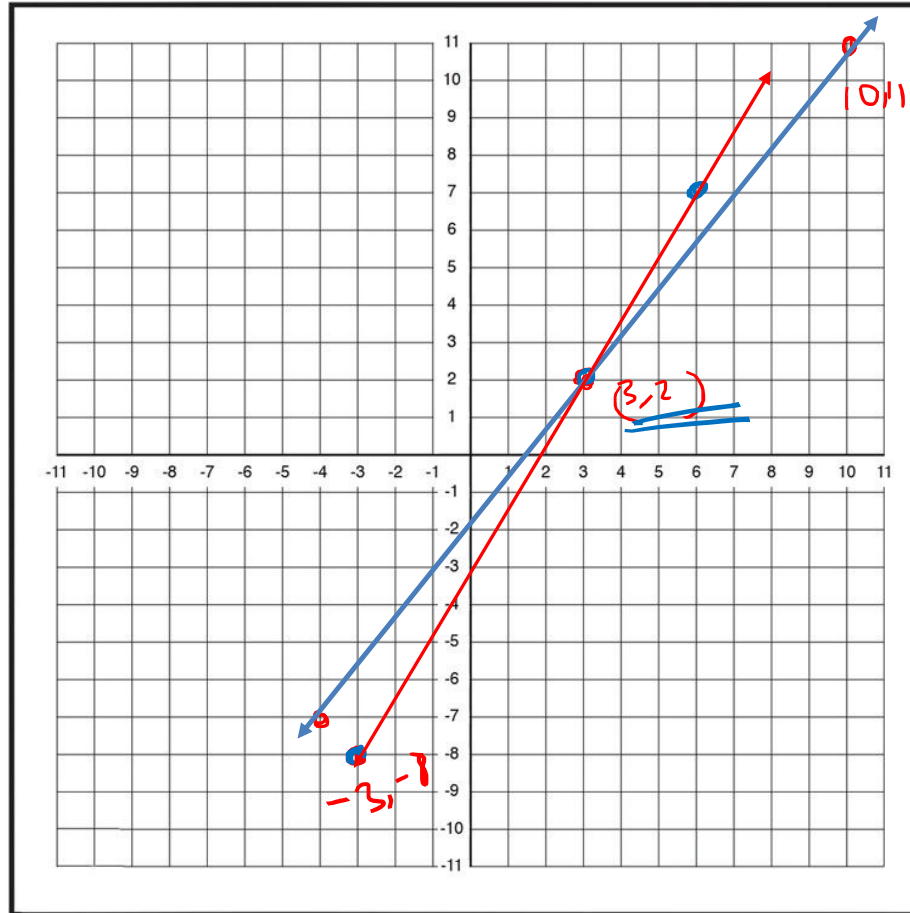
(ii) নং সমীকরণের x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে পাই,

$$\frac{5(-3)-9}{3} = \frac{-15-9}{3} = \frac{5 \cdot 6 - 9}{3}$$

x	-3	3	6
y	-8	2	7
ছক-১			

আগের দিনের Homework

$-4, -7$
 $3, 2$
 $10, 11$



$-3, -8$
 $3, 2$
 $6, 7$

$3, 2$

Poll Question 01

পিতার বয়স পুত্রের বয়সের চারগুণ। 4 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ছিল 52 বছর। পিতার বর্তমান বয়স কত?

(a) 32

(b) 38

(c) 48

(d) 52

$$2 + 4 = 6$$

$$\frac{10}{10-5}$$

পুত্রের বয়স $\rightarrow x$
পিতার বয়স $\rightarrow 4x$

$$(4x - 4) + (x - 4) = 52$$

$$5x = 52 + 8$$

$$5x = 60$$

$$\therefore x = 12$$

Poll Question 02

তুহিনের বয়স ০৫ বছর। রিফাতের বয়স তুহিনের বয়সের ৫ গুণ হলে রিফাতের বয়স কত হবে?

- (a) 10 বছর (b) 25 বছর (c) 30 বছর (d) 20 বছর

5 x 5

অধ্যায় ১০-এ কি কি শিখবো ?

বৃত্ত
সংক্রান্ত
পরিচিতি
ও
উপপাদ্য



বৃত্ত
সংক্রান্ত
গাণিতিক
সমস্যা

অনুশীলনী ১০.১

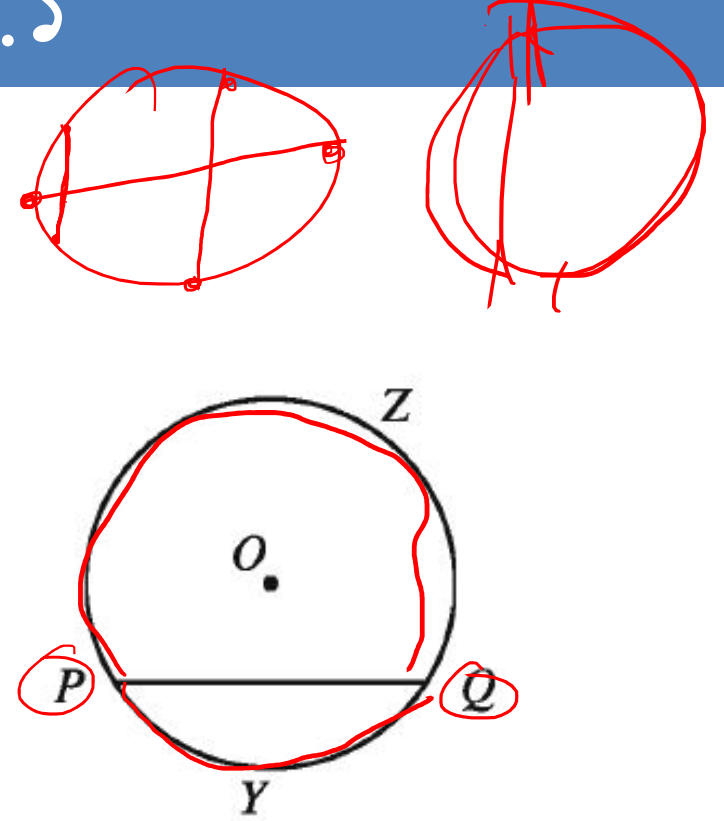
১০.২ বৃত্তের জ্যা ও চাপ

পাশের চিত্রে, একটি বৃত্ত দেখানো হয়েছে, যার কেন্দ্র O । বৃত্তের উপর যেকোনো বিন্দু P , Q নিয়ে এদের সংযোজক রেখাংশ PQ টানি।

PQ রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা। জ্যা দ্বারা বৃত্তটি দুইটি অংশে বিভক্ত হয়েছে। জ্যাটির দুই পাশের দুই অংশে বৃত্তটির উপর দুইটি বিন্দু Y , Z নিলে ঐ দুইটি অংশের নাম PYQ ও PZQ । জ্যা দ্বারা বিভক্ত বৃত্তের প্রত্যেক অংশকে বৃত্তচাপ, বা সংক্ষেপে চাপ বলে। চিত্রে, PQ জ্যা দ্বারা সৃষ্ট চাপ দুইটি হচ্ছে PYQ ও PZQ ।

বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা।

প্রত্যেক জ্যা বৃত্তকে দুইটি চাপে বিভক্ত করে।



অনুশীলনী ১০.১

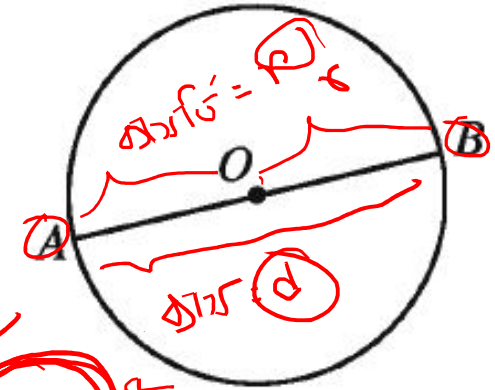
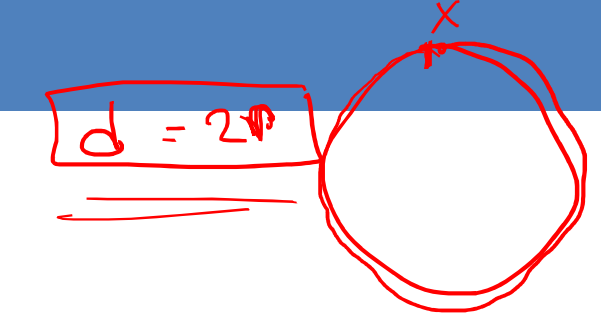
১০.৩ ব্যাস ও পরিধি

পাশের চিত্রে, AB এমন একটি জ্যা, যা বৃত্তের কেন্দ্র O দিয়ে গেছে। এরূপ ক্ষেত্রে আমরা বলি, জ্যাটি বৃত্তের একটি ব্যাস। ব্যাসের দৈর্ঘ্যকেও ব্যাস বলা হয়। AB ব্যাসটি দ্বারা সৃষ্ট চাপ দুইটি সমান; এরা প্রত্যেকে একটি অর্ধবৃত্ত। বৃত্তের কেন্দ্রগামী যেকোনো জ্যা, বৃত্তের একটি ব্যাস। ব্যাস বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা। বৃত্তের প্রত্যেক ব্যাস বৃত্তকে দুইটি অর্ধবৃত্তে বিভক্ত করে। ব্যাসের অর্ধেক দৈর্ঘ্যকে ব্যাসার্ধ বলে। ব্যাস ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।

বৃত্তের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্যকে পরিধি বলে। অর্থাৎ বৃত্তস্থিত যেকোনো বিন্দু P থেকে বৃত্ত বরাবর ঘুরে পুনরায় P বিন্দু পর্যন্ত পথের দূরত্বই পরিধি।

বৃত্ত সরলরেখা নয় বলে রুলারের সাহায্যে বৃত্তের পরিধির দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায় না। পরিধি মাপার

$$d = 2r$$



অনুশীলনী ১০.১

উপপাদ্য ১।

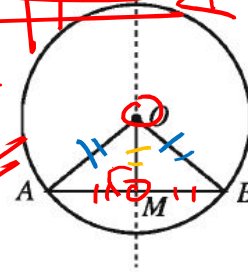
বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা-এর উপর লম্ব।

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং M এই জ্যা-এর মধ্যবিন্দু। O, M যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, OM রেখাংশ AB জ্যা-এর উপর লম্ব।

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :



$$\angle OMA = \angle OMB$$

প্রমাণ ->

(কোণ কোণ নড়ি-নড়ি)

হলু-হলু

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle OAM$ এবং $\triangle OBM$ এ $AM = BM$ $OA = OB$ এবং $OM = OM$ সুতরাং $\triangle OAM \cong \triangle OBM$ $\therefore \angle OMA = \angle OMB$	[M, AB এর মধ্যবিন্দু] [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [সাধারণ বাহু] [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
(২) যেহেতু কোণদ্বয় রেখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান, সুতরাং, $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$ সমকোণ। অতএব, $OM \perp AB$. (প্রমাণিত)	

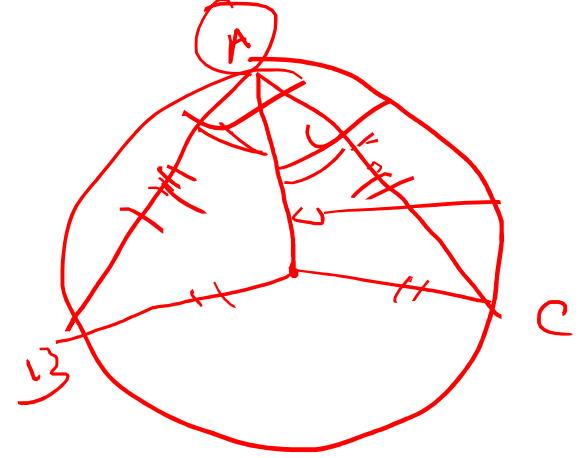
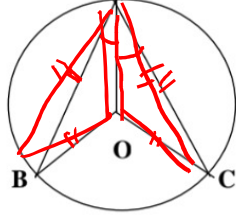
অনুশীলনী থেকে সমাধান করি

৩। কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে,
 $AB = AC$.

সমাধান:

বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$.

প্রমাণ:



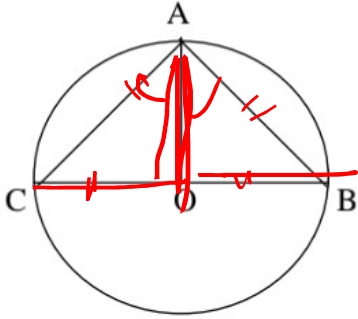
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔAOC এর মধ্যে $BO = CO$ $\angle BAO = \angle CAO$ এবং $OA = OA$ $\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$ $\therefore AB = AC$ (প্রমাণিত)	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কল্পনা করে] [সাধারণ ঠাছ] [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

অনুশীলনী থেকে সমাধান করি

৪। চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা $AB =$ জ্যা AC । প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO$

সমাধান:

বিশেষ নির্বচন: O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা $AB =$ জ্যা AC । প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAO = \angle CAO$
প্রমাণ:

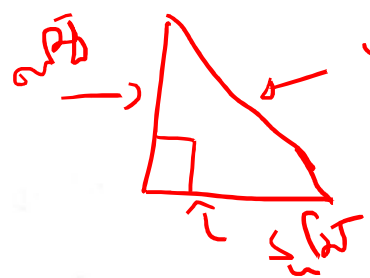


ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle AOB$ ও $\triangle AOC$ এর মধ্যে $AB = AC$ $OB = OC$ এবং $OA = OA$ $\therefore \triangle AOB \cong \triangle AOC$ $\therefore \angle BAO = \angle CAO$ (প্রমাণিত)	[কল্পনা করে] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [সাধারণ ঠালু] [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

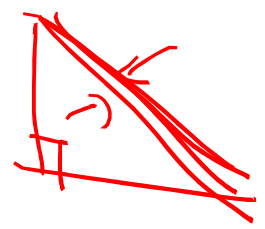
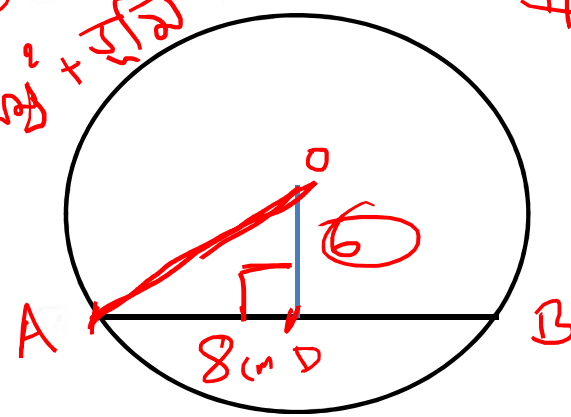
Poll Question 03

ଉତ୍ତର କର

୦ କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ? ABC ତ୍ରୁତ୍ତେ OD ⊥ AB, AB = 16 cm
 ଓ: OD = 6 cm ହଲେ ତ୍ରୁତ୍ତେ ଓକାଟି କେତେ cm?



ଅକ୍ଷରା, ଅକ୍ଷରା² = ଅକ୍ଷରା² + ଅକ୍ଷରା² C



(A) 10

(B) 14

(C) 17

(D) 22

OA → ଅକ୍ଷରା = $\sqrt{36 + 64}$
 $OA^2 = 6^2 + 8^2$
 $OA = \sqrt{6^2 + 8^2}$
 $= \sqrt{100}$
 $= 10$

অনুশীলনী ১০.২

উপপাদ্য ২।

বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা।

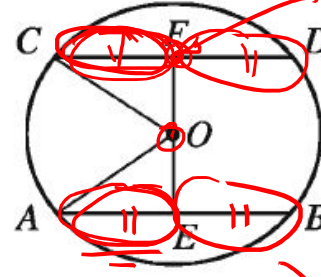
প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে AB এবং CD জ্যায় সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : O থেকে AB এবং CD জ্যা-এর উপর যথাক্রমে

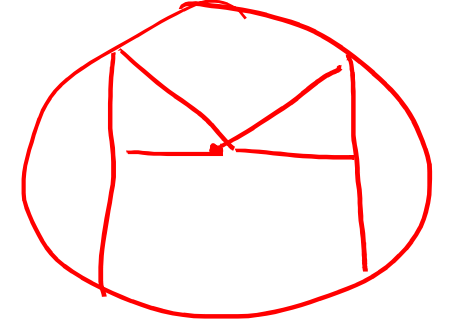
OE এবং OF লম্ব রেখাংশ আঁকি। O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) $OE \perp AB$ ও $OF \perp CD$.</p> <p>সুতরাং, $AE = BE$ এবং $CF = DF$.</p> <p>$\therefore AE = \frac{1}{2} AB$ এবং $CF = \frac{1}{2} CD$.</p> <p>(২) কিন্তু, $AB = CD$ বা $\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$ $\therefore AE = CF$.</p> <p>(৩) এখন $\triangle OAE$ এবং $\triangle OCF$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে</p>	<p>[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]</p> <p>[কল্পনা]</p>

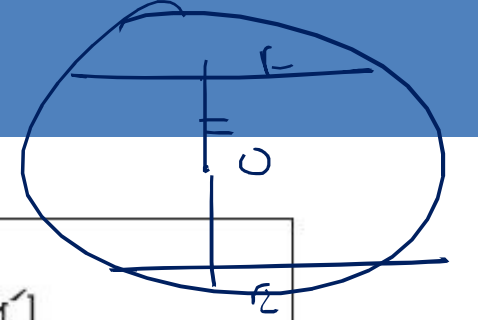


অনুশীলনী



$$\begin{aligned} \textcircled{AB} &= \textcircled{CD} \\ \frac{1}{2} AB &= \frac{1}{2} CD \\ \hline \hline AE &= CF \\ \hline \hline \end{aligned}$$

অনুশীলনী ১০.২



অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OC এবং

$$AE = CF.$$

$$\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF$$

$$\therefore OE = OF.$$

(৪) কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে

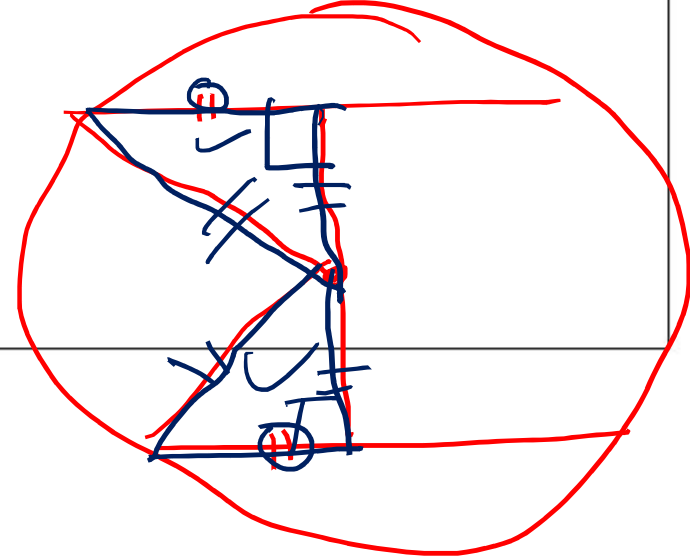
AB জ্যা এবং CD জ্যা-এর দূরত্ব।

সুতরাং, AB এবং CD জ্যা দ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। (প্রমাণিত)

[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

[ধাপ ২]

[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]



অনুশীলনী ১০.২

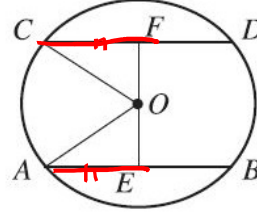
উপপাদ্য ৩

বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

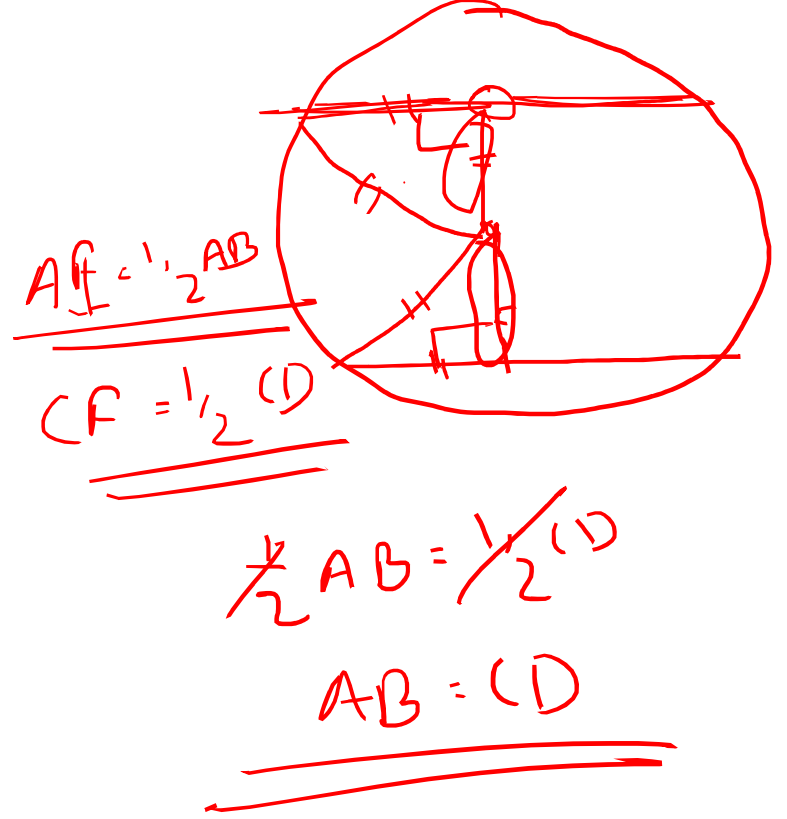
মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব। তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যা এর দূরত্ব নির্দেশ করে। $OE = OF$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে $AB = CD$ ।

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :



ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$. সুতরাং, $\angle OEA = \angle OFC =$ এক সমকোণ	[সমকোণ]
(২) এখন, $\triangle OAE$ এবং $\triangle OCF$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OC এবং $OE = OF$ $\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF$ $\therefore AE \cong CF$	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কল্পনা]
(৩) $AE = \frac{1}{2} AB$ এবং $CF = \frac{1}{2} CD$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
(৪) সুতরাং $\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$ অর্থাৎ, $AB = CD$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

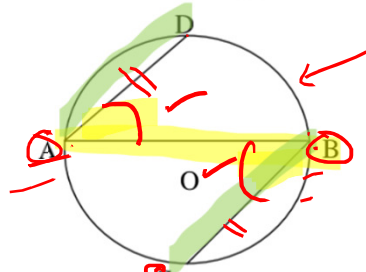
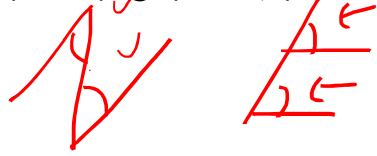


অনুশীলনী থেকে সমাধান করি

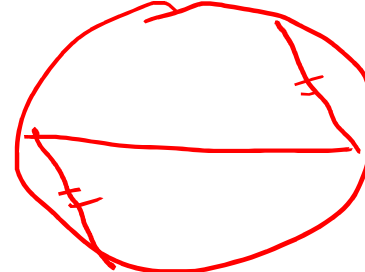
৩। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয়।

সমাধান:

সাধারণ নির্বচন দেখাতে হবে যে ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।



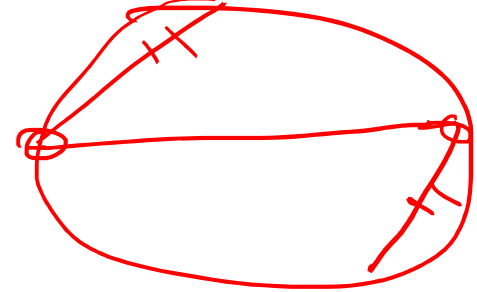
||



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাসের A প্রান্ত থেকে AD জ্যা এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা অঙ্কন করা হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD \parallel BC$.

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, $AD = BC$ এবং AB তাদের ছেদক $\therefore \angle BAD = \angle ABC$	[কল্পনা] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(২) ছেদকের উভয় পাশের একান্তর কোণগুলো সমান হয়ে রেখাদ্বয় সমান্তরাল। $\therefore AD \parallel BC$ (প্রমাণিত)	

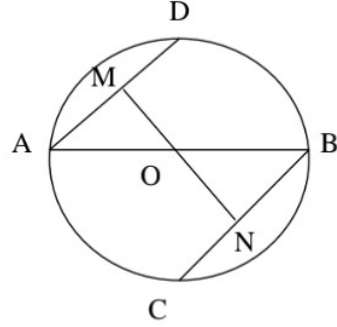


অনুশীলনী থেকে সমাধান করি

৩। দেখাও যে, চ্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর ঠিকপূরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয়।

সমাধান:

প্রিশেষ নির্চন: মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB এর A প্রান্ত থেকে AD জ্যা আকা হল এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা আঁকা হল এবং $AD \parallel BC$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BC$



অঙ্কন: কেন্দ্র O থেকে AD ও BC এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) সমকোণী ΔAOM ও ΔBON এ, $AO = BO$ এবং $AM = BN$ $\therefore \Delta AOM \cong \Delta BON$ $\therefore OM = ON$	[কল্পনা] [অতিভূজ-বাহু উপপাদ্য]
(২) $\therefore AD = BC$ (প্রমাণিত)	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা সমান]

Poll Question 04

25. (1) 28

$OE = OF$

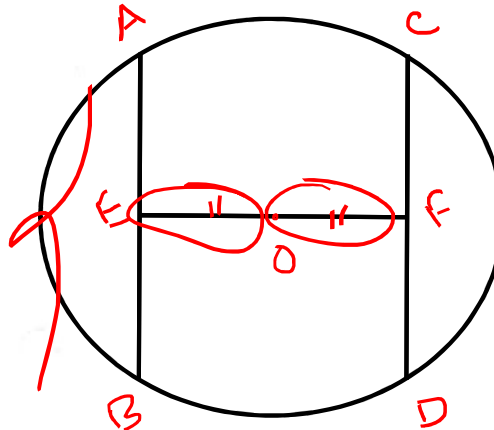
, $AB = 6$ cm 2 cm $(F = 45)$.

(A) 2

(C) 4

~~(B) 3~~

(D) 6



$AB = CD$

$CD = 6$

$\therefore (F = \frac{6}{2} = 3)$

অনুশীলনী ১০.৩

উদাহরণ ১ | 10 সে.মি ব্যাসের বৃত্তের পরিধি কত? ($\pi \approx 3.14$ ধর)

সমাধান :

বৃত্তের ব্যাস $d = 10$ সে.মি

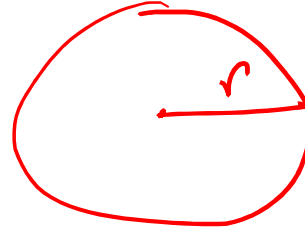
বৃত্তের পরিধি $= \pi(d)$ / $2\pi r$

$$\approx 3.14 \times 10 \text{ সে.মি.} = 31.4 \text{ সে.মি.}$$

অতএব, 10 সে.মি. ব্যাসের বৃত্তের পরিধি 31.4 সে.মি. (প্রায়)।

$$\text{বৃত্তের পরিধি (দৈর্ঘ্য)} = 2\pi r$$

$$\text{ব্যাস} = d = 2r \quad \xrightarrow{\quad} \quad \underline{\underline{d\pi}}$$



অনুশীলনী ১০.৩

উদাহরণ ৪ । পাশের চিত্রে দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্ত প্রদর্শিত হয়েছে । বৃত্ত দুইটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে ৯ সে.মি. ও ৪ সে.মি. । বৃত্তদ্বয়ের পরিধির মধ্যবর্তী এলাকার ক্ষেত্রফল কত ?

সমাধান :

বৃহত্তর বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 9$ সে.মি.

বৃহত্তর বৃত্তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ সেন্টিমিটার

$\approx 3.14 \times 9^2$ বর্গ সেন্টিমিটার = 254.34 বর্গ সেন্টিমিটার

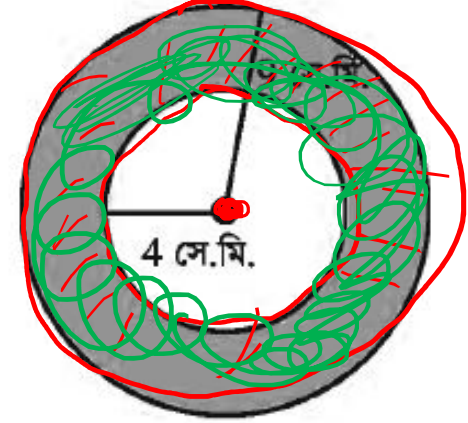
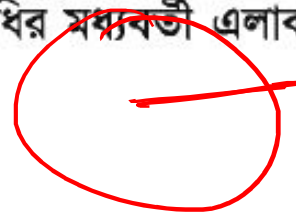
ক্ষুদ্রতর বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 4$ সে.মি.

ক্ষুদ্রতর বৃত্তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ সেন্টিমিটার

$\approx 3.14 \times 4^2$ বর্গ সেন্টিমিটার = 50.24 বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)

বৃত্তদ্বয়ের মধ্যবর্তী এলাকার ক্ষেত্রফল = (254.34 - 50.24) বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)

= 204.10 বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)



বৃত্তের (মধ্যবর্তী)



☆

সৃজনশীল প্রশ্ন :

০ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস এবং AD ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা।

ক. 6.4 মিটার ব্যাসের বৃত্তাকার একটি মাছের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB > CD$.

8

গ. E, CD এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $OE \perp CD$.

8

লেগে থাকো সৎভাবে,
স্বপ্ন জয় তোমারই হবে

ঊদ্ভাস-উন্মেষ শিক্ষা পরিবার