

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

বিস্মিল্লাহির রাহমানির রাহীম



উদ্দান

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

নবম শ্রেণি (অধ্যায়: ৩.১, ৩.২)

বীজগাণিতিক রাশি

LECTURE M-06

অনুশীলনী ৩.১

১১) $a + b + c = 6$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ হলে, $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ এর মান কত?

$$\begin{aligned} \underline{(a-b)^2} + \underline{(b-c)^2} + \underline{(c-a)^2} &= \underline{a^2 - 2ab + b^2} + \underline{b^2 - 2bc + c^2} + \underline{c^2 - 2ca + a^2} \\ &= 2(\underline{a^2 + b^2 + c^2}) - \{2(\underline{ab + bc + ca})\} \\ &= 2(\underline{a^2 + b^2 + c^2}) - \{(\underline{a+b+c})^2 - \underline{(a^2 + b^2 + c^2)}\} \\ &= 3(\underline{a^2 + b^2 + c^2}) - (a+b+c)^2 \\ &= 3 \cdot 14 - 6^2 = 42 - 36 = 6 \end{aligned}$$

(Ans.)

অনুশীলনী ৩.১

১৫) $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ এবং $a^2 + ab + b^2 = 4$ হলে, ক) $a^2 + b^2$ খ) ab এর মান কত?

$$a^2 + ab + b^2 = 4 \Rightarrow (a^2 + b^2)^2 = (4 - ab)^2$$

$$\Rightarrow a^4 + 2a^2b^2 + b^4 = 16 - 8ab + a^2b^2$$

$$\Rightarrow a^4 + 2a^2b^2 - a^2b^2 + b^4 = 16 - 8ab$$

$$\Rightarrow a^4 + a^2b^2 + b^4 = 16 - 8ab$$

$$\Rightarrow 8 = 16 - 8ab$$

$$\Rightarrow 8ab = 16 - 8 = 8$$

$$\Rightarrow ab = \frac{8}{8} = 1 \quad (\text{Ans.})$$

$$a^2 + ab + b^2 = 4 \Rightarrow a^2 + 1 + b^2 = 4$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 3 \quad (\text{Ans.})$$

Poll Question: 01

$a + b = \sqrt{16}$ এবং $ab = 1$ হলে, $(a - b)^2$ এর মান কত?

a) 12

b) 14

c) 18

d) 20

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$= (\sqrt{16})^2 - 4 \cdot 1 = 16 - 4$$

$$= 12$$

ঘন সংবলিত সূত্রাবলি :-

→ সূত্র ৬ : $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$(a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)^2(a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$

→ অনুসিদ্ধান্ত ৯ : $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \Rightarrow a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

→ সূত্র ৭ : $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

$(a-b)(a-b)(a-b) = 3ab(-a+b)$

→ অনুসিদ্ধান্ত ১০ : $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

$(a-b)^3 = (a^3 - b^3) - 3ab(a-b) \Rightarrow a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

ঘন সংবলিত সূত্রাবলি :-

→ সূত্র ৮ : $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b) \{ (a + b)^2 - 3ab \}$$

$$= (a + b) \{ a^2 + 2ab + b^2 - 3ab \} = (a + b) (a^2 - ab + b^2)$$

→ সূত্র ৯ : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = (a - b) \{ (a - b)^2 + 3ab \}$$

$$= (a - b) \{ a^2 - 2ab + b^2 + 3ab \} = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$$

Poll Question: 02

□ নিচের কোনটি ঠিক নয়?

(a) $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

(b) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

✓ (c) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab - b^2)$

(d) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

কাজ : [পৃষ্ঠা নং- ৫১]

সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয়ঃ 1) $3x+2y$

2) $3x-4y$

3) 397

3

$$\underline{\underline{(400-3)^3}}$$

কাজ : [পৃষ্ঠা নং- ৫৩]

ক) $x = -2$ হলে, $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$ এর মান কত ?

কাজ : [পৃষ্ঠা নং- ৫৩]

খ) $a + b = 5$ এবং $ab = 6$ হলে, $a^3 + b^3 + 4(a - b)^2$ এর মান কত?

কাজ : [Page no-53]

গ) $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

Poll Question: 03

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{ হলে } x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$$

(a) 21

(b) 23

(c) 110

(d) 140

$$\underline{a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)}$$

এখানে,

$$\underline{x \Rightarrow a}$$

$$\underline{\frac{1}{x} \Rightarrow b}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 5^3 - 3 \cdot 1 \cdot 5 = 125 - 15 = 110$$

অনুশীলনী- ৩.২

২) সরল করঃ

$$x) \underbrace{(a + b + c)^3} - \underbrace{(a - b - c)^3} - 6 \underbrace{(b + c)} \{ \underbrace{a^2 - (b + c)^2} \}$$

$$a^3 - b^3 - (3 \cdot ab(a-b))$$

$$\left(\underbrace{\text{১ম পদ}}^3 - \underbrace{\text{২য় পদ}}^3 - \left(3 \cdot \underbrace{\text{২য় পদ}} \cdot \underbrace{\text{২য় পদ}} \cdot \underbrace{(\text{১ম পদ} - \text{২য় পদ})} \right) \right)$$

$$\{ \underline{a+b+c} \} \{ \underline{a-(b+c)} \} = \{ \underline{a^2 - (b+c)^2} \}$$

$$\underline{a+b+c} - \underline{a+b+c} = \underline{2(b+c)}$$

$$\underline{a+b+c}^3 - \underline{a-b-c}^3 - 3 \cdot \{ \underline{a+b+c} - \underline{a-b-c} \} \{ \underline{(a+b+c)(a-b-c)} \}$$

$$= \underline{a+b+c} - \underline{a+b+c} \}^3 = \{ \underline{2(b+c)} \}^3 = 8(b^3 + c^3 + 3bc(b+c))$$

অনুশীলনী- ৩.২

2) সরল করঃ গ) $(m+n)^6 - (m-n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(m+n)^2}{a} \right)^3 - \left(\frac{(m-n)^2}{b} \right)^3 - 3 \left\{ \frac{(m+n)}{a} \cdot \frac{(m-n)}{b} \right\}^2 \left\{ \frac{(m+n)^2}{a} - \frac{(m-n)^2}{b} \right\} \\ & \frac{a^3}{a^3} - \frac{b^3}{b^3} - 3ab(a-b) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{(m+n)^2}{a} \right)^3 - \left(\frac{(m-n)^2}{b} \right)^3 - 3 \left(\frac{m^2 - n^2}{a} \right)^2 (4mn)$$

question

$$\left(\frac{(m+n)^2}{a} - \frac{(m-n)^2}{b} \right)^3 = (4mn)^3 = 64m^3n^3$$

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
 $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
 $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

Poll Question: 04

সরল কর: $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{a^3} \quad + \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{b^3} \quad + \quad 3 \cdot \underbrace{ab}_{ab} \cdot \underbrace{(a+b)}_{(a+b)}$

(a) $64x$

(b) $128z^2$

~~(c) $64x^3$~~

(d) $64z^3$

$$\left\{ \underbrace{(2x + 3y - 4z)}_{a} \right\} \left\{ \underbrace{2x - (3y - 4z)}_{b} \right\}$$

$$= (4x^2 - (3y - 4z)^2)$$

$$3 \cdot \underbrace{4x}_{ab} \cdot \underbrace{(4x^2 - (3y - 4z)^2)}_{(a+b)}$$

$$(a+b)^3 = (4x)^3 = 64x^3$$

অনুশীলনী- ৩.২

4) $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ হলে, ab এর মান কত?

$$\underline{(a-b)^3} = \underline{a^3 - b^3} - \underline{3ab(a-b)}$$

$$3^3 = 513 - (3)ab(3)$$

$$\hookrightarrow ab = \boxed{}$$

অনুশীলনী- ৩.২

6) $a = 15$ হলে, তবে $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$ এর মান কত?

$$\rightarrow \left\{ \underbrace{(2a)^3}_{12a^3} + \underbrace{3 \cdot (2a)^2 \cdot 5}_{6a^2 \cdot 5 = 150a} + \underbrace{3 \cdot (2a) \cdot 5^2}_{125} + \underbrace{5^3}_{125} \right\} + 5$$

$2a \quad 5$

$$\rightarrow = (2a+5)^3 + 5$$

$$= \underline{\underline{35^3 + 5}}$$

$$\underline{\underline{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}}$$

অনুশীলনী- ৩.২

7) $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ হলে, দেখাও যে $m^3 + 2p^3 = 3mn$

Poll Question: 05

$2x - \frac{2}{x} = 3$ হলে, $8(x^3 - \frac{1}{x^3}) = ?$

- (a) ৩২ (b) ২৪ (c) ৬৪ (d) ৬৩

$$\begin{aligned} 8x^3 - \frac{8}{x^3} &= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3 = \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right) \\ &= 3^3 + 3 \cdot 4 \cdot 3 = 27 + 36 = 63 \end{aligned}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

অনুশীলনী- ৩.২

13) $a + b + c = 0$ হলে, তবে দেখাও যে

ক) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

খ) $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$

অনুশীলনী- ৩.২

16) $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6-1}{a^3}$ এর মান কত?

লেগে থাকো সৎভাবে,

স্বপ্ন জয় তোমারই হবে

ঔদ্যম-উন্মেষ শিক্ষা পরিবার