৯ম শ্রেণি একাডেমিক প্রোগ্রাম ২০২০

সাধারণ গণিত

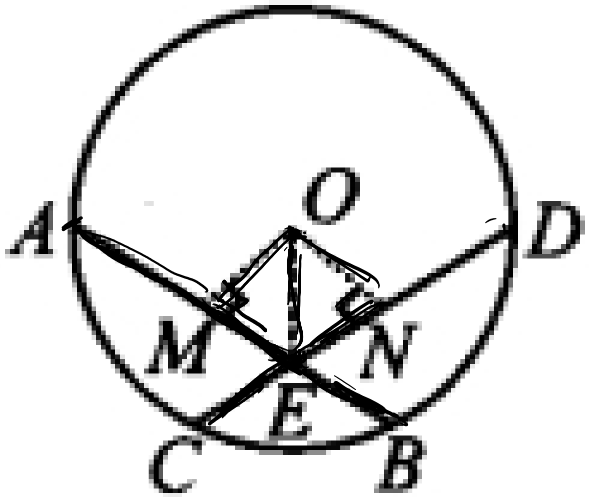
লেকচার : M-19

অধ্যায় ৮: বৃত্ত

অনুশীলনী ৮.১ (৫)

$AE = DE$ — (i)

$BE = CE$ — (ii)



Soln:

$\triangle OME$ ও $\triangle ONE$

$OM = ON$

$OE = OE$

$\angle OME = \angle ONE$

$\therefore \triangle OME \cong \triangle ONE$

$\therefore ME = NE$

$OM \perp AB$; $AM = BM = \frac{1}{2} AB$

$ON \perp CD$; $CN = DN = \frac{1}{2} CD$

$AB = CD$

বা, $\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$

বা, $AM = DN$

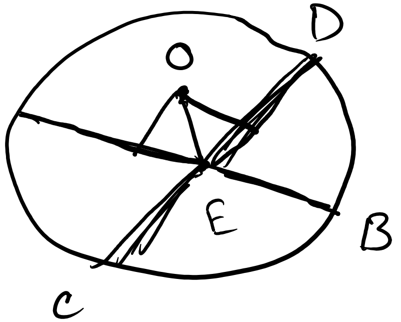
বা, $AM + ME = DN + NE$

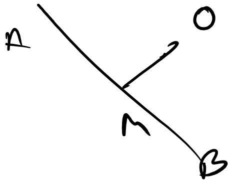
বা, $AE = DE$

আবার, $AB = CD$

$AB - AE = CD - DE$

$\therefore BE = CE$ — (i)

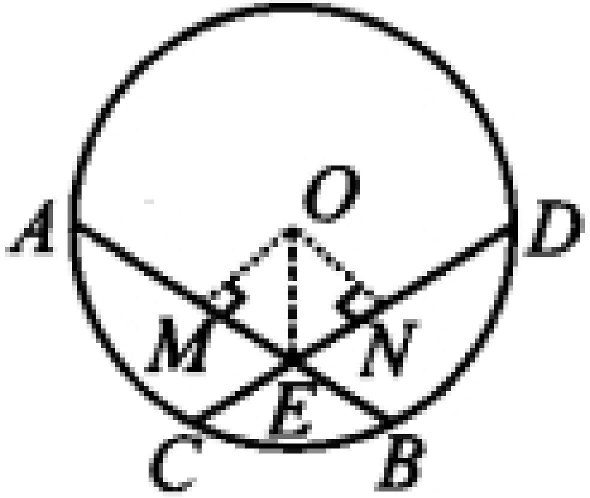




অনুশীলনী ৮.১ (৫)

ধরি, ABCD বৃত্তে AB ও CD দুটি সমান জ্যা পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AE=DE ও BE=CE.

অঙ্কনঃ O, E যোগ করি। কেন্দ্র O থেকে AB এর উপর OM লম্ব এবং CD এর উপর ON লম্ব আঁকি।



প্রমাণঃ এখন ΔOME ও ΔONE তে,

OM = ON; [সমান জ্যা থেকে সমদূরবর্তী]

OE সাধারণ বাহু;

এবং $\angle OME = \angle ONE$ [সমকোণ]

অর্থাৎ, ΔOME ও ΔONE সর্বসম।

তাহলে, ME=NE

এখন যেহেতু AB ও CD সমান ও তাদের মধ্যবিন্দু M ও N যথাক্রমে, তাহলে AM = DN

তাহলে, AM + ME = DN + NE

বা, AE= DE

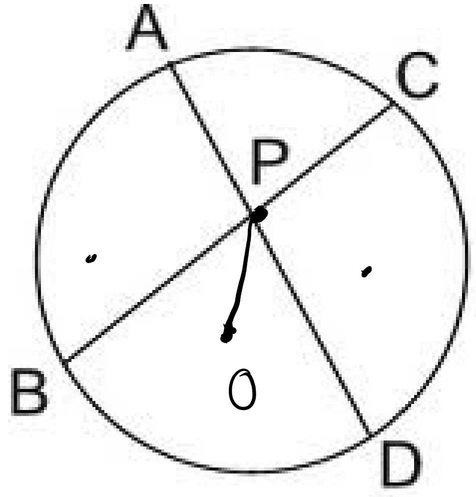
অথবা, AB = CD

তাহলে, AB – AE = CD-DE

বা, BE + CE

অনুশীলনী ৮.১ (১২)

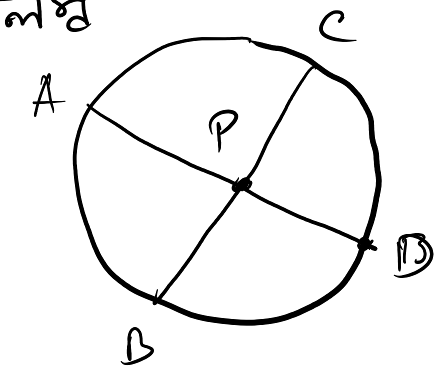
P, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র।



Soln: ধরে নিই, O হচ্ছে বৃত্তের কেন্দ্র। O, P যোগ করি।

P, AB ও BC এর ছেদবিন্দু

(*) কেন্দ্র থেকে কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর দূরত্ব ঐ জ্যা এর উপর লম্ব



∴ $OP \perp AD$ এবং $OP \perp BC$

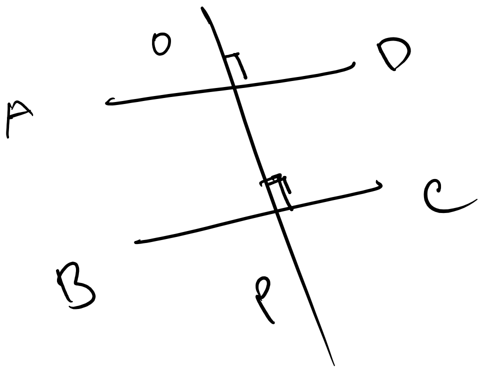
$AD \parallel BC$ হলে OP একই সাথে উভয়ের উপর লম্ব হয়।

কিন্তু AD ও BC সমান্তরাল না।

OP একইসাথে AB ও BC এর উপর লম্ব হবে না,

∴ O, বৃত্তের কেন্দ্র নয়।

∴ P বৃত্তের কেন্দ্র।

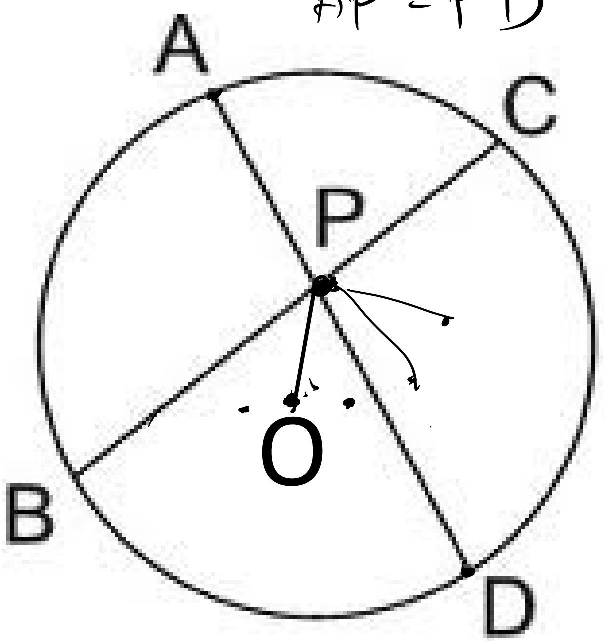


$AP = DP$

$CP = BP$

অনুশীলনী ৮.১ (১২)

ধরি, ABCD বৃত্তে AD ও BC দুটি জ্যা যারা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে, এবং P, AD ও BC দুটিরই মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, P হলো ABCD বৃত্তের বেন্দ্র।



অঙ্কনঃ ধরি P বৃত্তের কেন্দ্র নয়। ধরি O হলো বৃত্তের কেন্দ্র। O, P যোগ করি।

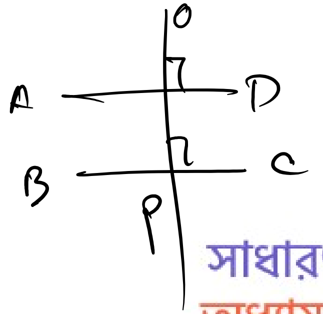
প্রমাণঃ যেহেতু O হলো বৃত্তের কেন্দ্র ও P, AD এর মধ্যবিন্দু, সতরাং OP, AD এর উপর লম্ব [কেন্দ্র থেকে উৎপন্ন লম্ব জ্যা এর উপর লম্বদ্বিখণ্ডক]

একইভাবে যেহেতু P, BC এরও মধ্যবিন্দু, সুতরাং OP, BC এর উপরও লম্ব।

কিন্তু তারা পরস্পরছেদী জ্যা, সমান্তরাল নয়।

সুতরাং OP একই সাথে দুটোর উপরই লম্ব হতে পারে না।

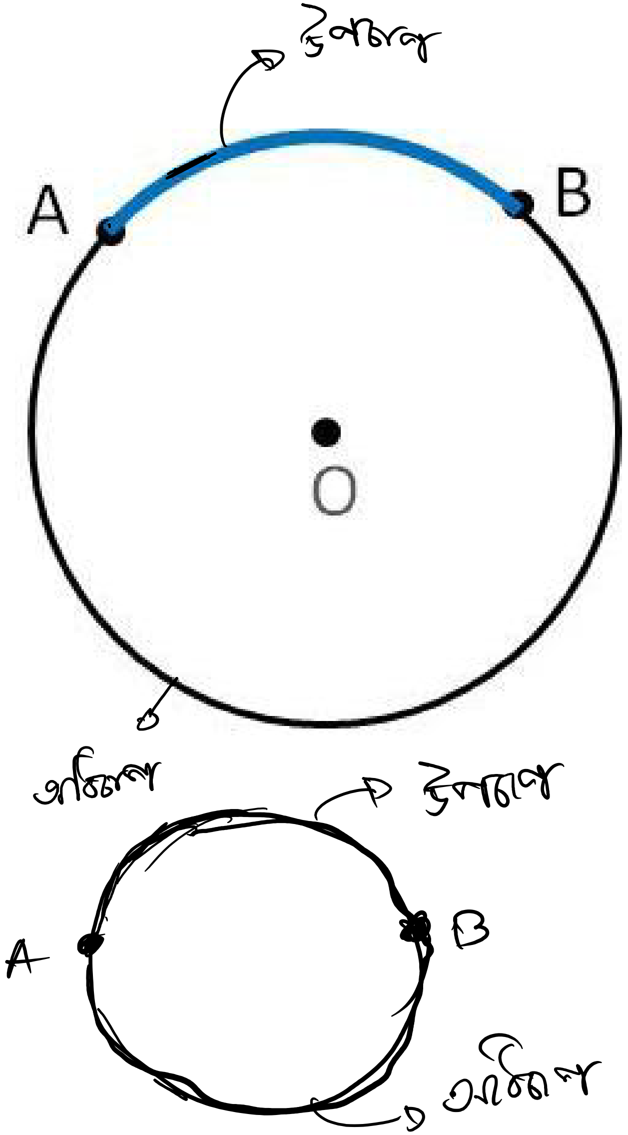
অর্থাৎ O এবং P আলাদা বিন্দু নয়।



বৃত্তচাপ

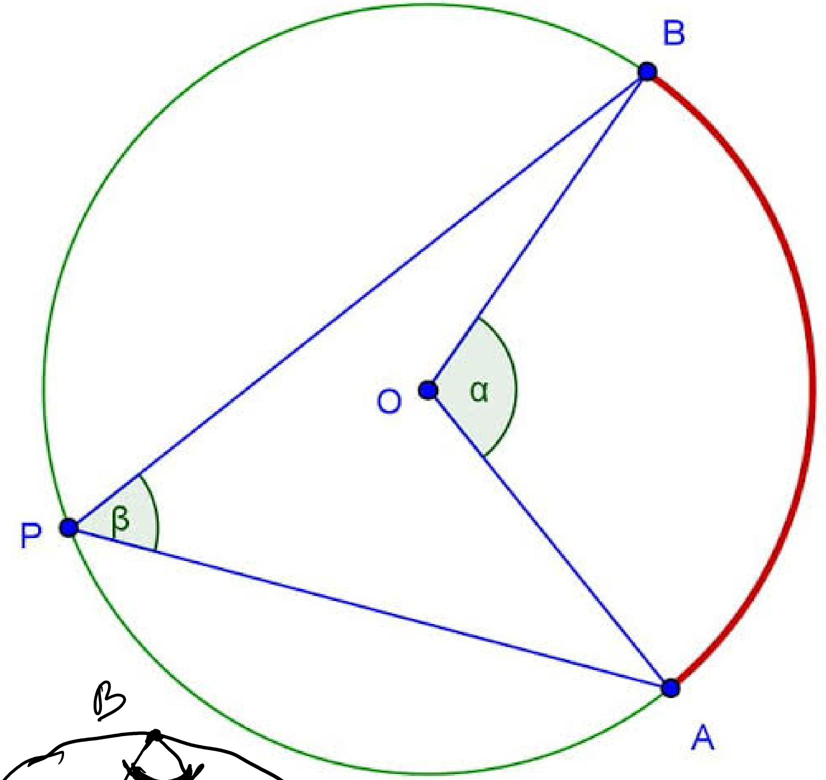
বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যের পরিধির অংশকে চাপ বলে। অর্থাৎ বৃত্তটি যদি কোনো চলার পথ হয়, তাহলে সেই পথের যেকোনো অংশকে বৃত্তচাপ বলা যায়

বৃত্তচাপের ফলে বৃত্ত দুটো অংশে বিভক্ত হয়ে যায়। ছোট অংশটাকে বলা হয় উপচাপ ও বড় অংশটাকে বলা হয় অধিচাপ



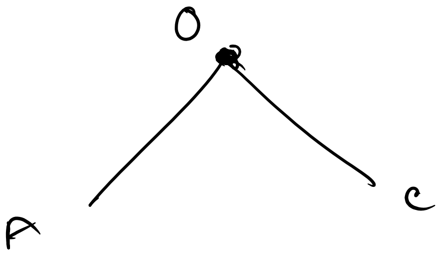
বৃত্তস্থ কোণ

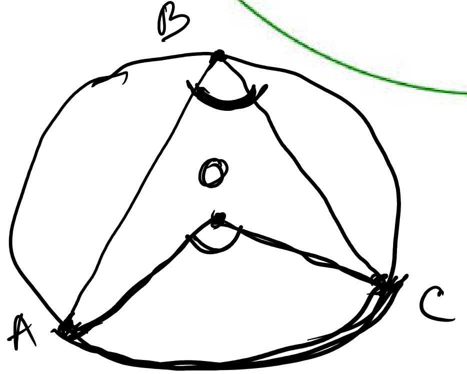
বৃত্তের যেকোনো দুইটি জ্যা পরস্পরকে বৃত্তের উপর কোনো বিন্দুতে ছেদ করলে এদের মধ্যবর্তী কোণকে বৃত্তস্থ কোণ বা বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোণ বলা হয়



কেন্দ্রস্থ কোণ

একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে, কোণটিকে ঐ বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ বলা হয় এবং কোণটি বৃত্তে যে চাপ খণ্ডিত করে সেই চাপের উপর তা দণ্ডায়মান বলা হয়





POLL QUESTION-01

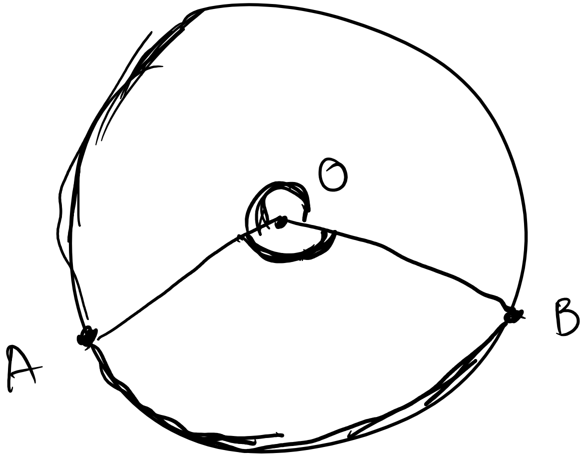
➢ কোনো বৃত্তের উপচাপ ও অধিচাপের কেন্দ্রস্থ কোণদ্বয়ের মধ্যে সম্পর্ক কী?

(a) দুটিই একে অপরের পূরক কোণ

(b) দুটিই একে অপরের সম্পূরক কোণ

(c) দুটি কোণের যোগফল ৩৬০°

(d) কোনোটিই নয়



উপপাদ্য

উপপাদ্য ২০

বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ

উপপাদ্য ২১

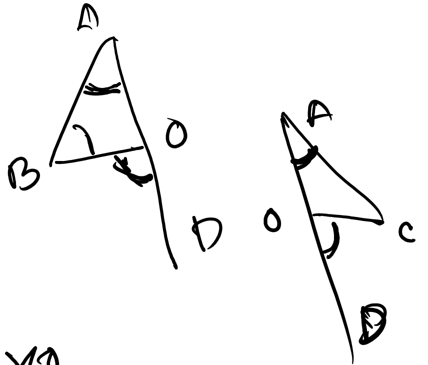
বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান

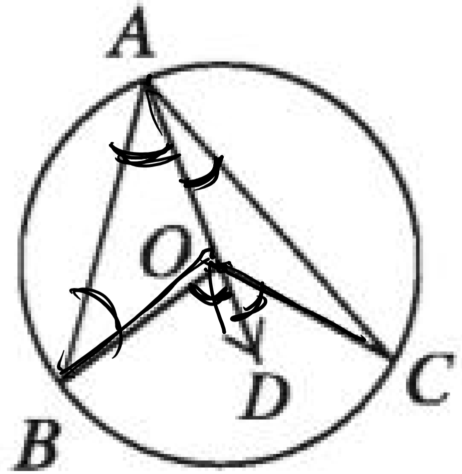
উপপাদ্য ২২

অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ

প্রমাণঃ উপপাদ্য ২০

প্রমাণ্য: $\angle BOC = 2\angle BAC$





Soln: $\triangle OBA$ হতে পাই,

$OA = OB$

অ, $\angle OBA = \angle OAB$

$\triangle OBA$ তে,

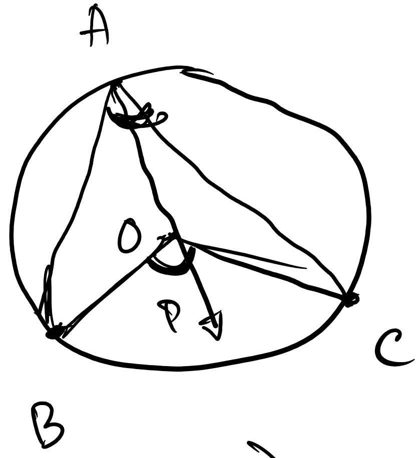
বহিঃস্থ $\angle BOD = \angle OAB + \angle OBA$

অ, $\angle BOD = \angle OAB + \angle OAB$

$\therefore \angle BOD = 2\angle OAB$ —(i)

অনুরূপভাবে,

$\angle COD = 2\angle OAC$ —(ii)



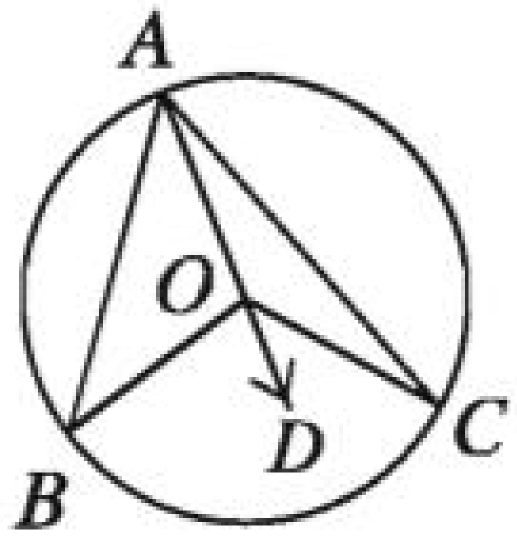
(i) + (ii)

$\angle BOD + \angle COD = 2\angle OAB + 2\angle OAC$

অ, $\angle BOC = 2(\angle OAB + \angle OAC)$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC$

প্রমাণঃ উপপাদ্য ২০



মনি করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং তার একই □□□□□ BC এর ওপর দণ্ডায়মান $\angle BAC$ বৃত্তস্থ এবং $\angle BOC$ কেন্দ্রস্থ কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 2\angle BAC$

অঙ্কন: মনে করি, AC রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এ ক্ষেত্রে A বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ AD আঁকি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. ΔAOB এর বহিঃস্থ কোণ $\angle BOD = +\angle ABO$ [∴ বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

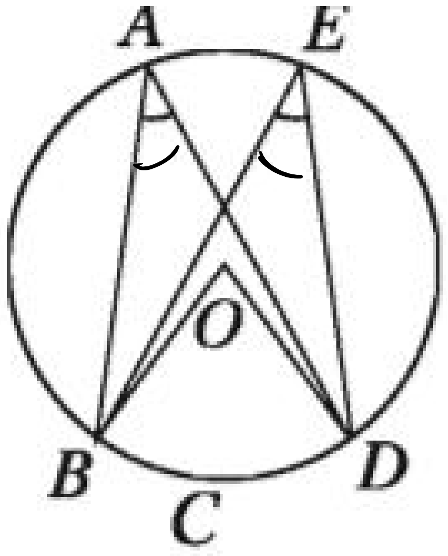
ধাপ ২. ΔAOB এ $OA = OB$ [∴ একই বৃত্তের ব্যাসর্ধ]
অতএব, $\angle BAO = \angle ABO$ [∴ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভুমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ ৩. ধাপ (১) ও (২) থেকে $\angle BOD = 2\angle BAO$

ধাপ ৪. একইভাবে ΔAOC থেকে $\angle COD = 2\angle CAO$

ধাপ ৫. ধাপ (৩) ও (৪) থেকে $\angle BO + \angle COD = 2\angle BAO + 2\angle CAO$ [যোগ করে]
অর্থাৎ $\angle BOC = 2\angle BAC$। (প্রামাণিত)

প্রমাণঃ উপপাদ্য ২১



∴ $\angle BAD = \angle BED$ → প্রমাণ করতে হবে।

প্রমাণ:

কেন্দ্রস্থ $\angle BOD = 2\angle BAD$

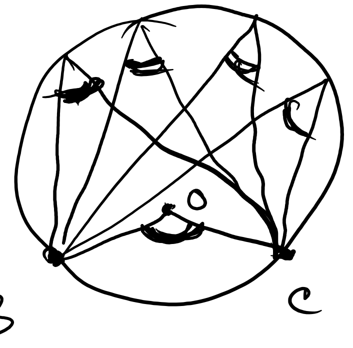
কেন্দ্রস্থ $\angle BOD = 2\angle BED$

উপপাদ্য ২০ হতে

$2\angle BAD = 2\angle BED$

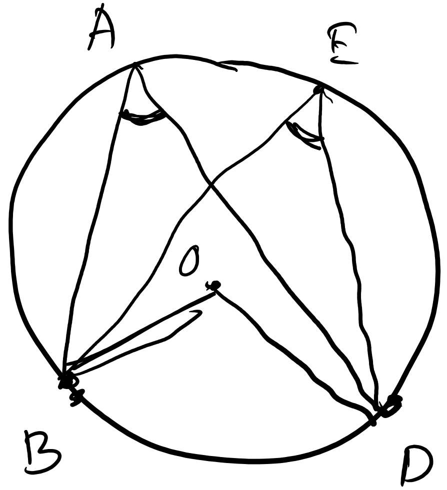
$\therefore \angle BAD = \angle BED$

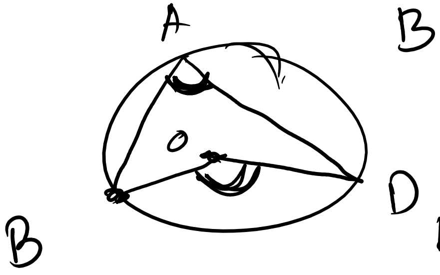
[প্রমাণিত]

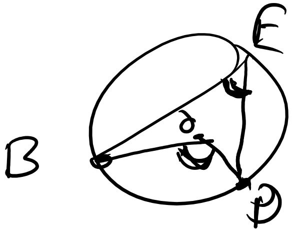


B C

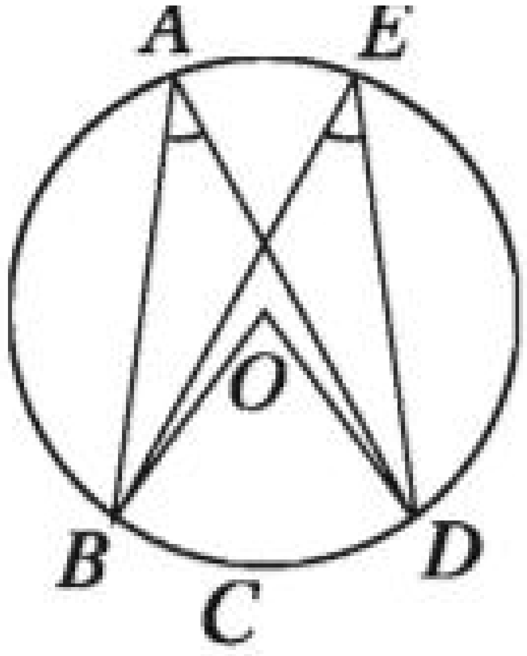
$\angle BOC$







প্রমাণঃ উপপাদ্য ২১



মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং বৃত্তের BCD চাপের ওপর দণ্ডায়মান $\angle BAD$ এবং $\angle BED$ দুইটি বৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAD = \angle BED$।

অঙ্কন: O, B এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. এখানে BCD চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle BOD$।

সুতরাং, $\angle BOD = 2\angle BAD$ এবং $\angle BOD = 2BED$ [$\because$ একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$\therefore 2\angle BAD = 2\angle BED$

বা $\angle BAD = \angle BED$ (প্রমাণিত)

POLL QUESTION- 02

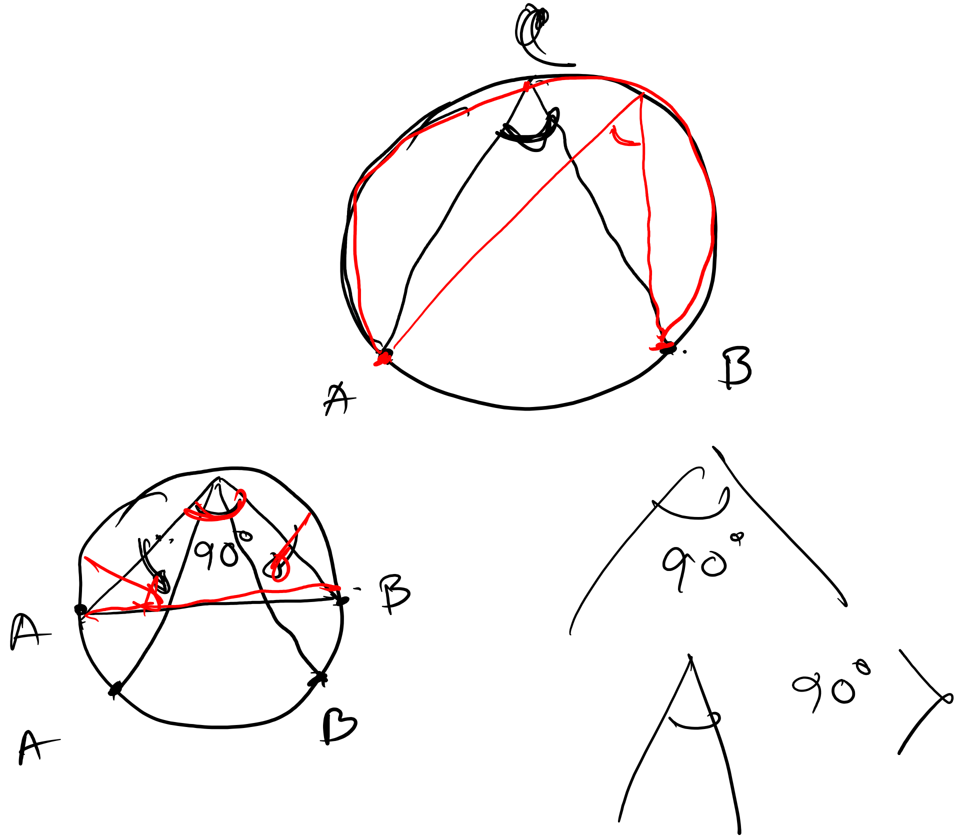
- কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ-

(a) সূক্ষ্মকোণ

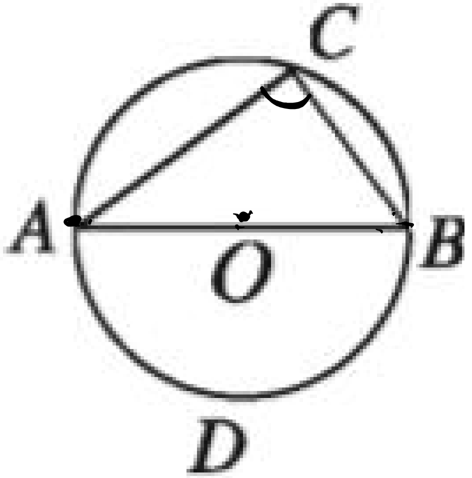
(b) স্থূলকোণ

(c) সমকোণ

(d) পূরক কোণ



প্রমাণঃ (উপপাদ্য ২২)



প্রমাণ করতে হবে, $\angle ACB = 90^\circ$

Soln: O, বৃত্তের কেন্দ্র,

$\angle AOB$, AB চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণ,

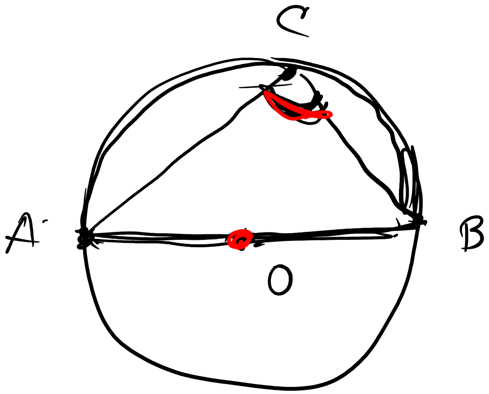
A, O, B একই সরলরেখায় আছে,

$\angle AOB = 180^\circ$

কেন্দ্রস্থ $\angle AOB = 2\angle ACB$

$180^\circ = 2\angle ACB$

বা, $\angle ACB = \frac{180}{2} = 90^\circ$



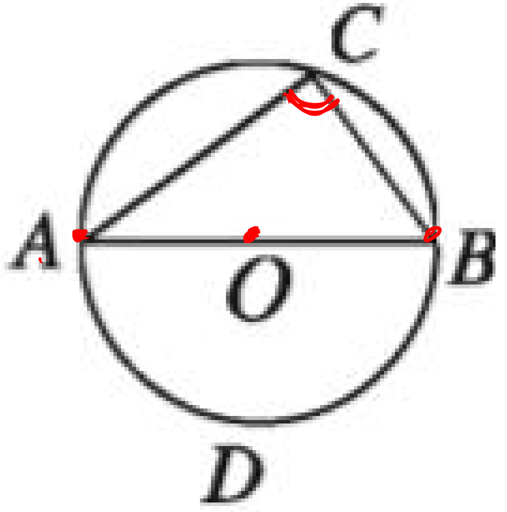
অর্ধবৃত্তের উপর

যে বৃত্তস্থ কোণ

$\angle ACB \rightarrow$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ

প্রমাণঃ (উপপাদ্য ২২)

উপপাদ্য ২২. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এর সমকোণ।



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস এবং $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACB$ এক সমকোণ।

অঙ্কন: AB এর যে পাশে C বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু D নিই।

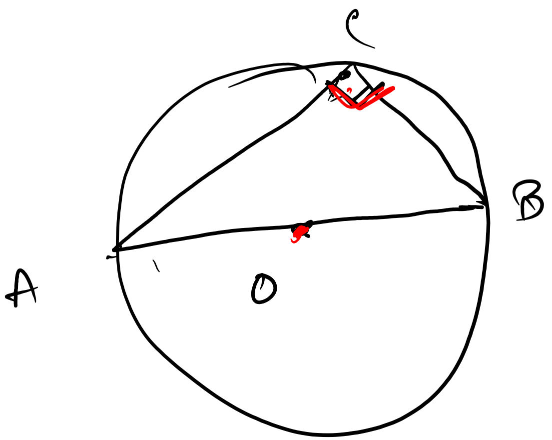
প্রমাণ:

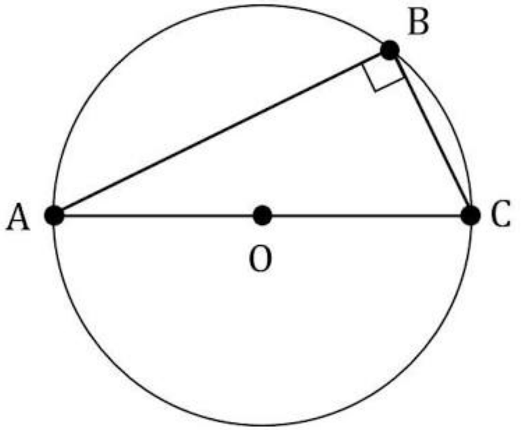
ধাপ ১. ADB চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle ACB = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOB$) [∴ একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ ২. কিন্তু সরলকোণ $\angle AOB$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ। (প্রমাণিত)

অনুশীলনী ৮.১ (৩)





Soln: $\angle ACB = 90^\circ$

ACB একটি অর্ধবৃত্ত।

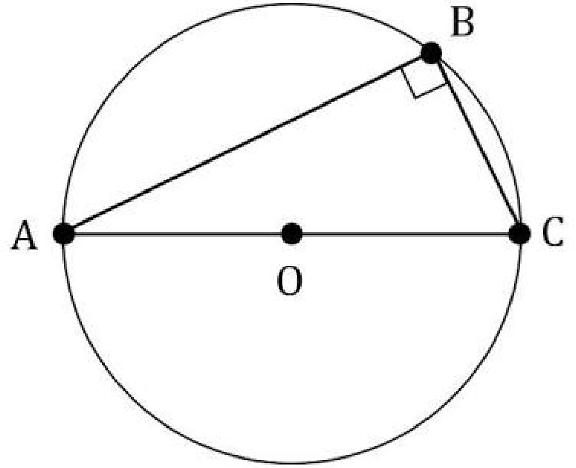
AB হচ্ছে বৃত্তের ব্যাস।

তাহলে, AB হচ্ছে অতিভুজ, O, AB এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ O হচ্ছে বৃত্তের কেন্দ্র।

অনুশীলনী ৮.১ (৩)

ধরি, ABC বৃত্তটি ABC সমকোণী ত্রিভূজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের কেন্দ্র অতিভূজ AC এর মধ্যবিন্দু



প্রমাণ: ΔABC তে $\angle ABC$ সমকোণ, যা AC চাপের উপর দণ্ডায়মান।
সুতরাং $\angle ABC$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ, কারণ আমরা জানি, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

অর্থাৎ AC হলো ABC বৃত্তের ব্যাস।
সূতরাং, বৃত্তের কেন্দ্র হলো AC ব্যাসের মধ্যবিন্দু, বা অতিভূজ AC এর মধ্যবিন্দু।

না বুঝে
মুখস্থ করার
অভ্যাস প্রতিভাকে
ধ্বংস করে