بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

বিস্‌মিল্লাহির রাহ্‌মানির রাহীম

উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

৩য় অধ্যায়ঃ বীজগানিতিক রাশি

ALGEBRAIC EXPRESSIONS

LECTURE-05

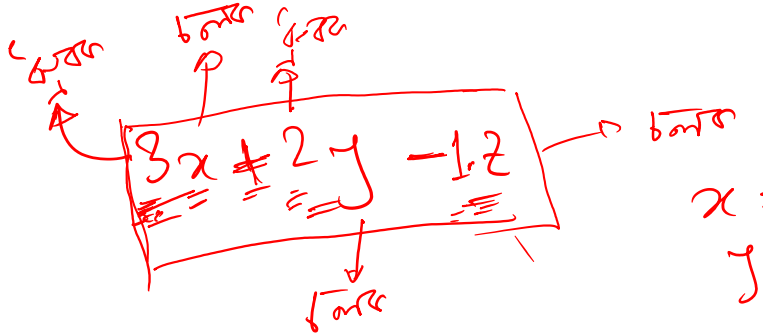
বীজগানিতিক রাশি (*ALGEBRAIC EXPRESSIONS*) :-

সংখ্যা নির্দেশক প্রতীক এবং প্রক্রিয়া চিহ্ন এর অর্থবোধক বিন্যাসকে বীজগানিতিক রাশি বলে

Meaningful organization of operational signs and numerical letter symbols is called Algebraic Expressions

ধ্রুবক *(Constant)* : 1, 2, 3 ....

চলক *(Variable)* : $x, y, z, m, k, \ldots$ etc
$a_1, a_2, a_3 \ldots$



$x = 1, 2, 3 \ldots$
$y = 2, 3, 4 \ldots$
$z = 3, -3 \ldots$

$= 3.1 + 2.2 - 3$
$= 3 + 4 - 3$
$= 4$

বীজগণিতকে পাটিগনিতের সর্বায়নক্রিত রূপ বলে

Algebra is the generalization of arithmetic

Poll Question-01

০১. নিচের কোনটি বীজগানিতিক রাশি নয়?

01. Which one is not an Algebraic equation?

(a) $2x+2y+5z$ (b) $3x$ (c) π (d) $9xy+7zx$

বীজগানিতিক সূত্রাবলি (*ALGEBRAIC FORMULAE*) :-

বীজগানিতিক প্রতীক দ্বারা প্রকাশিত যেকোনো সাধারন নিয়ম বা সিদ্ধান্তকে বীজগানিতিক সুত্র বলে

Any general rule or resolution expressed by algebraic symbols is called Algebraic Formula.

সূত্র (**Formula**) ১ : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a+b)^2 - 2ab = a^2+b^2$; এনুসিদ্ধান্ত ১

সূত্র (**Formula**) ২ : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a-b)^2 + 2ab = a^2+b^2$; — ২

অনুসিদ্ধান্ত (**Corollary**) ১ : $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত (**Corollary**) ২ : $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত (**Corollary**) ৩ : $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$

বীজগানিতিক সূত্রাবলি (*ALGEBRAIC FORMULAE*) :-

অনুসিদ্ধান্ত (Corollary) ৪ ঃ $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত (Corollary) ৫ ঃ $a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ — (i)

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ — (ii)

বা, $(a+b)^2 + (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2$

বা, $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$

$\therefore a^2+b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$ ——— (৫)

Poll Question-02

০২. নিচের কোনটি ঠিক নয়?

02. Which one is not correct ?

(a) $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$

(b) $a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2}$

(c) $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$

(d) $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$(a^2 - 2ab + b^2) + 2ab$

$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ab$

$= a^2 + b^2$

বীজগানিতিক সূত্রাবলি (ALGEBRAIC FORMULAE) :-

অনুসিদ্ধান্ত (Corollary) ৬ ঃ $\mathbf{ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$

সূত্র (Formula) ৩ : $\mathbf{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$

সূত্র (Formula) ৪ : $\mathbf{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$

} উৎপাদকে বিশ্লেষণ

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(-) (-) (-)

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$

বা, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$

বা, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

বা, $ab = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$

বা, $ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4} = \frac{(a+b)^2}{2^2} - \frac{(a-b)^2}{2^2}$

$\therefore ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ ——— (৬)

বীজগানিতিক সূত্রাবলি (*ALGEBRAIC FORMULAE*) :-

বর্গসুত্রের সম্প্রসারণ (Extension of formula for Square):-

$(a+b+c)^2 \longrightarrow \{(a+b)+c\}^2$

সূত্র (Formula) ৫ : $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

অনুসিদ্ধান্ত (Corollary) ৭ ঃ $a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$

অনুসিদ্ধান্ত (Corollary) ৮ ঃ $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)$

Poll Question-03

$(a+b+c)^2 = (a^2+b^2+c^2)+2(ab+bc+ca)$

০৩. নিচের কোনটি ঠিক নয়?

03. Which one is not correct ?

(a) $(\mathbf{a+b+c})^2 = \mathbf{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}$

(b) $\mathbf{a^2+b^2+c^2} = (\mathbf{a+b+c})^2 - \mathbf{2(ab+bc+ca)}$

(c) $\mathbf{2(ab+bc+ca)} = (\mathbf{a+b+c})^2 + (\mathbf{a^2+b^2+c^2})$

কাজ (*ACTIVITY*) : [Text Book, Page no-48]

সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় ঃ (**Find the square with the help of the formulae**) :

1) 3xy +2az 2)4x -3y 3)x -5y +2z

① $3xy+2az$

বর্গ করে লিখি,

$(3xy+2az)^2$

$= (3xy)^2 + 2\cdot(3xy)(2az)+(2az)^2$

$= 9x^2y^2 + 12axyz + 4a^2z^2$

(Ans)

③ $x-5y+2z$

বর্গ করে লিখি,

$(x-5y+2z)^2$

$= x^2 + (-5y)^2 + (2z)^2 + 2\{x\cdot(-5y) + (-5y)\cdot(2z) + x\cdot 2z\}$

$= x^2 + 25y^2 + 4z^2 + 2\{-5xy - 10yz + 2xz\}$

$= x^2 + 25y^2 + 4z^2 - 10xy - 20yz + 4xz$

(Ans)

$\because (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

কাজ (*ACTIVITY*) : [Text Book, Page no-51]

১. সরল কর (Simplify) ঃ $(4x+3y)^2+2(4x+3y)(4x-3y)+(4x-3y)^2$

২. $x+y+z=12$ এবং $x^2+y^2+z^2=50$ হলে, $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2$ এর মান কত ?

2. If $x+y+z=12$ and $x^2+y^2+z^2=50$, what is the value of $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2$?

③ $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2$

$= x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2zx+x^2$

$= 2(x^2+y^2+z^2) - 2(xy+yz+zx)$

$= 2\times 50 - 94$

$= 100-94 = 6$ (Ans)

$(x+y+z)^2 = (x^2+y^2+z^2)+2(xy+yz+zx)$

বা, $12^2 = 50 + 2(xy+yz+zx)$

বা, $144 = 50 + 2(xy+yz+zx)$

$\therefore 2(xy+yz+zx) = 144-50 = 94$ ——(i)

$xy+yz+zx = \frac{94}{2} = 47$ ——(ii)

অনুশীলনী ৩.১ *(EXERCISE 3.1)*

২) সরল কর (Simplify) ঃ

খ) $(2m+3n-p)^2+(2m-3n+p)^2-2(2m+3n-p)(2m-3n+p)$

a b a b

$= \{(2m+3n-p)-(2m-3n+p)\}^2$

$= \{2m+3n-p-2m+3n-p\}^2$

$= (6n-2p)^2$

$= \ldots\ldots$

(Ans.)

অনুশীলনী ৩.১ *(EXERCISE 3.1)*

(৪) $a + b = 9m$ এবং $ab = 18m^2$ হলে, $a - b$ এর মান কত ?

(4) If $a + b = 9m$ *and* $ab = 18m^2$*, what is the value of* $a - b$*?*

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$= (9m)^2 - 4 \cdot 18m^2$

$= 81m^2 - 72m^2$

$\therefore (a-b)^2 = 9m^2$

$2^2 = 4$

$(-2)^2 = (-2).(-2) = 4$

$\therefore \sqrt{4} = +2/-2$

$= \pm 2$

বা, $a-b = \pm\sqrt{9m^2} = \pm 3m = +3m, -3m$ (Ans)

$(-3m)^2 = 9m^2$

$(3m)^2 = 9m^2$

Poll Question-04

০৪. $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

04. If $2x + \frac{2}{x} = 3$, then $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

(a) 1 (b) 5 (c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{1}{4}$

$2 \cdot \frac{1}{x}$

$2x + \frac{2}{x} = 3$

বা, $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{3}{2}$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$

বা, $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4}$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = \frac{9}{4}$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4} - 2 = \frac{9-8}{4}$

$= \frac{1}{4}$ (Ans)

অনুশীলনী ৩.১ *(EXERCISE 3.1)*

(৭) $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে দেখাও যে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

(7) If $a + \frac{1}{a} = 2$, then show that $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

$a + \frac{1}{a} = 2$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 2^2$

বা, $a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 4$

বা, $a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = 4$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 4 - 2$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ — (i)

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 2^2$

বা, $(a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 4$

বা, $a^4 + 2 + \frac{1}{a^4} = 4$

বা, $a^4 + \frac{1}{a^4} = 4 - 2 = 2$ — (ii)

(i) = (ii) [Proved]

অনুশীলনী ৩.১ *(EXERCISE 3.1)*

(৯) $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$ হলে, $a^2 + b^2 + c^2$ এর মান কত ?

(9) If $a + b + c = 9$ and $ab + bc + ca = 31$, what is the value of $a^2 + b^2 + c^2$?

$(a+b+c)^2 = (a^2+b^2+c^2) + 2(ab+bc+ca)$

বা, $(a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) = a^2+b^2+c^2$

বা, $9^2 - 2 \times 31 = a^2+b^2+c^2$

বা, $81 - 62 = a^2+b^2+c^2$

$\therefore a^2+b^2+c^2 = 19$ (Ans)

Poll Question-05

প্রশ্ন ০৫. $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

05. If $x - \frac{1}{x} = 4$, then $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

(a) 321 (b) 326 (c) 322 (d) 124

$x - \frac{1}{x} = 4$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$

বা, $x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 16$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 16$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 + 2 = 18$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (18)^2$

বা, $x^4 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} = 324$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 324$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 324 - 2$

$= 322$

লেগে থাকো সৎভাবে,
স্বপ্ন জয় তোমারই হবে

উদ্ভাস-উন্মেষ
শিক্ষা পরিবার

Thank You