



ভার্সিটি 'ক' এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

# উচ্চতর গণিত

লেখকচারণ : M-03

অধ্যায় ০৩ : সরলরেখা



$$x = \sqrt{\frac{a^2}{c} + c} - \frac{b}{2}$$



একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার



[www.udvash.com](http://www.udvash.com)

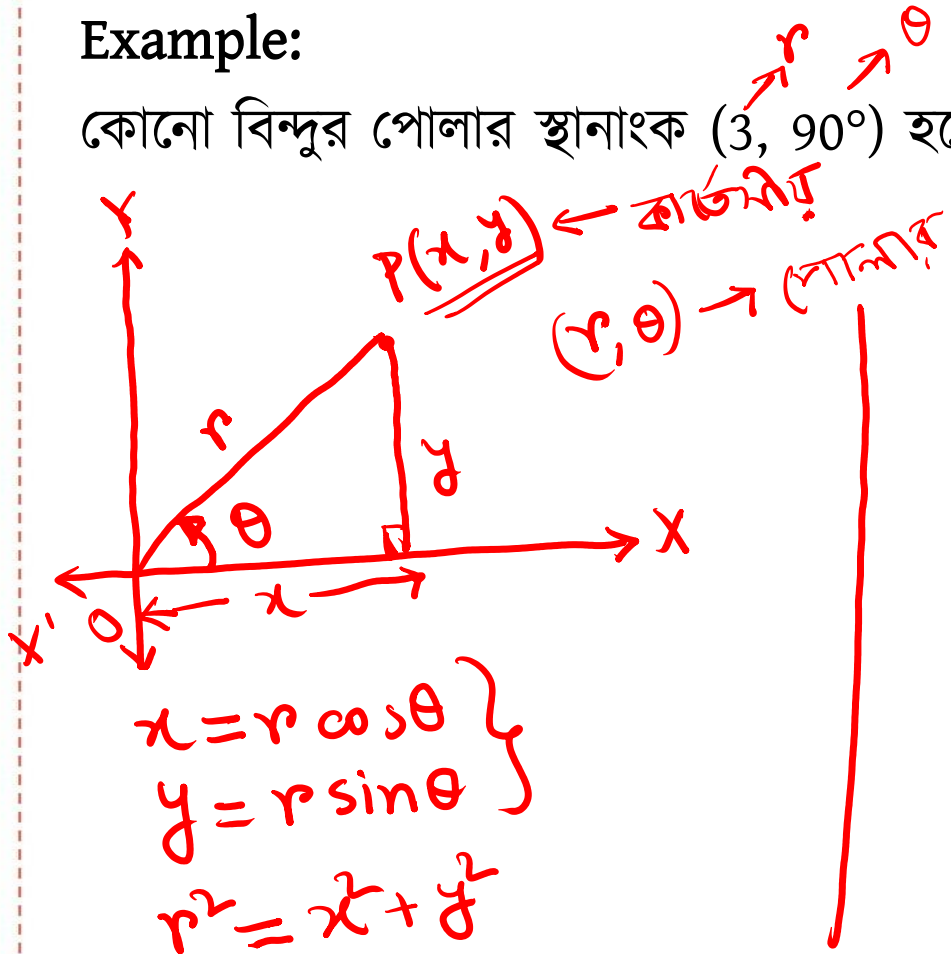
# Type-01: স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার পরিবর্তন সম্পর্কিত

(i) বিন্দুর স্থানাঙ্ককে পোলার থেকে কার্তেসীয়তে পরিবর্তনঃ

Example:

কোনো বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক  $(3, 90^\circ)$  হলে বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কত?

[JU'14-15]



$$x = r \cos \theta = 3 \cos 90^\circ = 0$$

$$y = r \sin \theta = 3 \sin 90^\circ = 3 \cdot 1 = 3$$

$$\underline{\underline{(0, 3)}}$$

(Ans)

# Type-01: স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার পরিবর্তন সম্পর্কিত

(ii) বিন্দুর স্থানাঙ্ককে কার্তেসীয় থেকে পোলারে পরিবর্তনঃ

$(x, y)$

$\theta \rightarrow$  মনোমুখ (ছোট কোণ)  $\rightarrow$  মুখ্য কোণ  
(+ve x অক্ষের মন্ব)

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

$$\theta = \pi - \phi$$

$$\therefore \theta = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

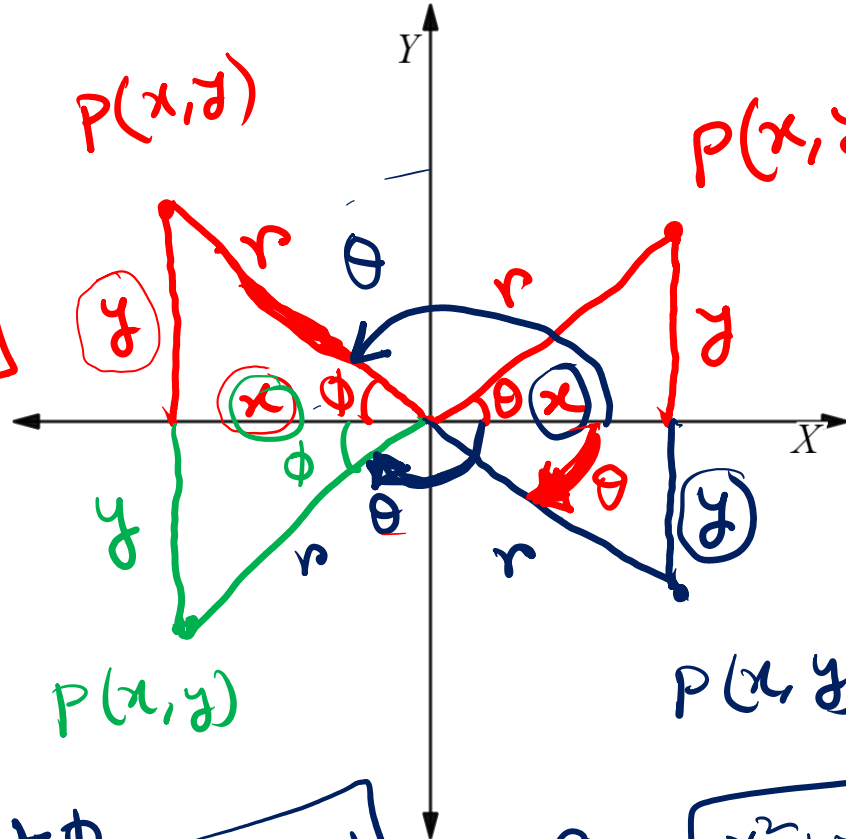
$$\theta = -(\pi - \phi)$$

$$\therefore \theta = -\pi + \phi$$

$$\theta = -\pi + \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$



$$\theta = -\tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

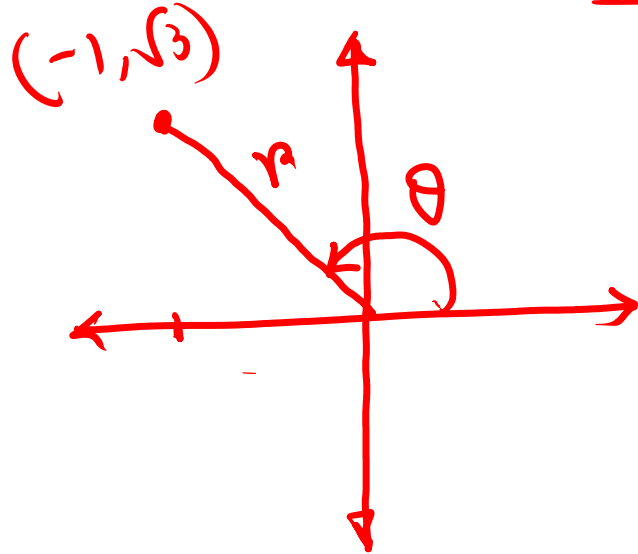
## Type-01: স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার পরিবর্তন সম্পর্কিত

(ii) বিন্দুর স্থানাঙ্ককে কার্তেসীয় থেকে পোলারে পরিবর্তনঃ

Example:

একটি বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক  $(-1, \sqrt{3})$  হলে, পোলার স্থানাঙ্ক কত?

[JU' 18-19, 11-12, JnU' 12-13]



$$r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\theta = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{\sqrt{3}}{-1} \right|$$

$$= \pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})$$

$$= \pi - \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{2\pi}{3}$$

$$\left( 2, \frac{2\pi}{3} \right)$$

(Ans)

# Type-01: স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার পরিবর্তন সম্পর্কিত

iii) কার্তেসীয় সমীকরণকে পোলার সমীকরণে পরিবর্তনঃ

➤ x এর জায়গায়  $r \cos \theta$  এবং y এর জায়গায়  $r \sin \theta$  বসাতে হবে।

➤  $x^2 + y^2$  এর জায়গায়  $r^2$  বসাতে হবে।

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Example:  $x^2 + y^2 - 2ax = 0$  সমীকরণটির পোলার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[CU'14-15]

$$r^2 - 2a(r \cos \theta) = 0$$

$$\Rightarrow r^2 = 2ar \cos \theta$$

$$\therefore r = 2a \cos \theta$$

Polar eq<sup>n</sup>

## Type-01: স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার পরিবর্তন সম্পর্কিত

(iv) পোলার সমীকরণকে কার্তেসীয় সমীকরণে পরিবর্তনঃ

➤  $r^2$  এর জায়গায়  $x^2 + y^2$  বসাতে হবে।

➤  $r\cos\theta$  ও  $r\sin\theta$  এর জায়গায় যথাক্রমে  $x$  ও  $y$  বসাতে হবে।

Example: পোলার সমীকরণ থেকে কার্তেসীয় সমীকরণে রূপান্তর কর:  $r = a \sin\theta$

$$x = r \cos\theta$$

$$y = r \sin\theta$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$r \cdot r = a r \sin\theta$$

$$\Rightarrow r^2 = a (r \sin\theta)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = ay$$

কার্তেসীয়

# Poll Question-01

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ r = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

[DU'18-19]

□ পোলার সমীকরণ থেকে কার্তেসীয় সমীকরণে রূপান্তর কর:  $2r \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right) = 1$

(a)  $x^2 + y^2 = (1 + x)^2$  ✓  $\Rightarrow r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1$

(b)  $y^2 = 1 + 2x$  ✓  $\Rightarrow r(1 - \cos \theta) = 1$

✓ (c) a ও b

(d) None

$$\Rightarrow r - r \cos \theta = 1$$

$$\Rightarrow r = r \cos \theta + 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = x + 1$$

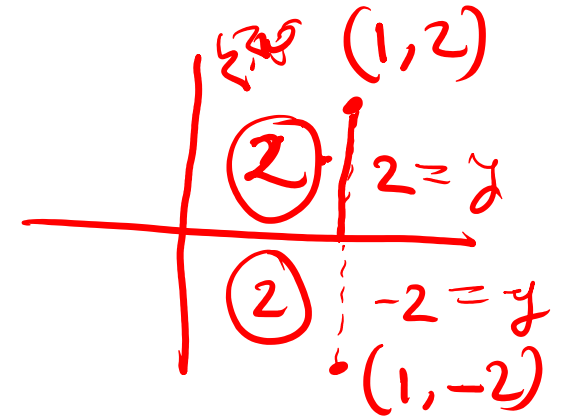
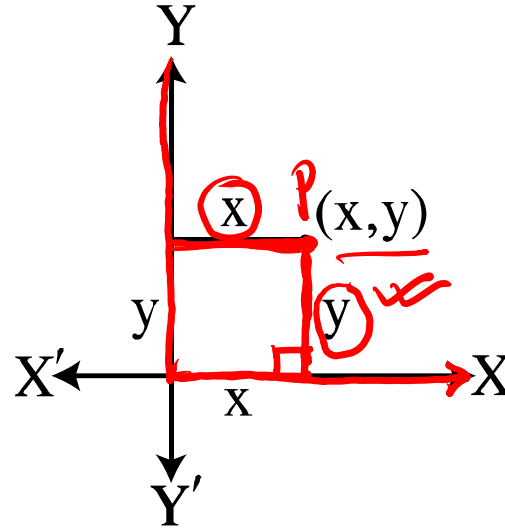
$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (1 + x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\therefore y^2 = 1 + 2x$$

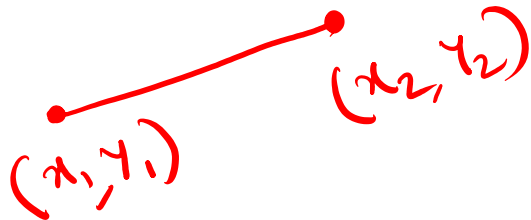
$$\begin{cases} 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1 - \cos \theta \\ 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} = 1 + \cos \theta \end{cases}$$

## Type-02: দূরত্ব নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যা



- (x, y) বিন্দুর i) x-অক্ষ থেকে দূরত্ব =  $|y|$  ✓✓  
ii) y-অক্ষ থেকে দূরত্ব =  $|x|$  ✓✓

- $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,  $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$  ✓✓





## Type-02: দূরত্ব নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যা

Example: x-অক্ষ এবং  $(-5, -7)$  বিন্দু থেকে  $(4, a)$  বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, a এর মান কত?

[JU'18-19, JU'11-12, RU'17-18]

x অক্ষ হলে  $(4, a)$  এর দূরত্ব =  $|a|$

$$(-5, -7) \text{ " } (4, a) \text{ " " } = \sqrt{(-5-4)^2 + (-7-a)^2}$$

$$= \sqrt{81 + a^2 + 14a + 49}$$

$$= \sqrt{a^2 + 14a + 130}$$

সম্মান

$$|a| = \sqrt{a^2 + 14a + 130}$$

$$\Rightarrow a^2 = a^2 + 14a + 130$$

$$\Rightarrow 14a = -130$$

$$\therefore a = -\frac{130}{14} = -\frac{65}{7}$$

Ans



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

## Poll Question-02

□ y অক্ষ ও (7, 2) বিন্দু থেকে (a, 5) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে a এর মান কত? [RU'07-08, CU'10-11, 14-15]

(a)  $\frac{19}{7}$

(b)  $\frac{29}{7}$

(c)  $\frac{19}{9}$

(d)  $\frac{29}{9}$

y অক্ষ হতে দূরত্ব = |a|

(7, 2) বিন্দু " " =  $\sqrt{(7-a)^2 + (2-5)^2}$

=  $\sqrt{49 - 14a + a^2 + 9}$

=  $\sqrt{a^2 - 14a + 58}$

|a| =  $\sqrt{a^2 - 14a + 58}$

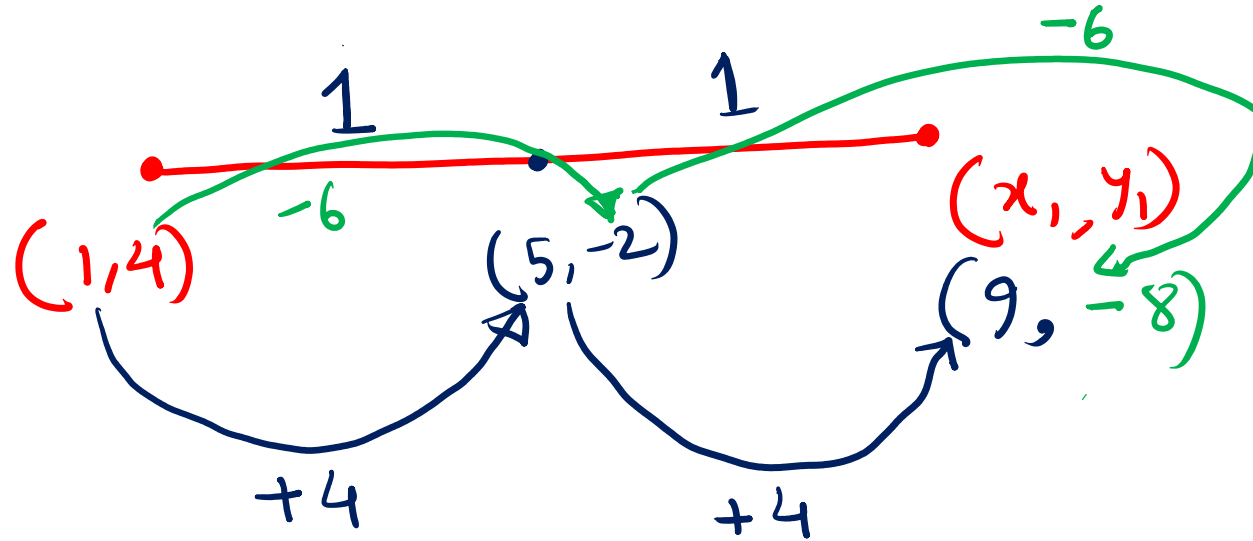
$\Rightarrow a^2 = a^2 - 14a + 58$

$\Rightarrow a = \frac{58}{14} = \frac{29}{7}$  (Ans)

## Type-03: দুইটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তিকরণ

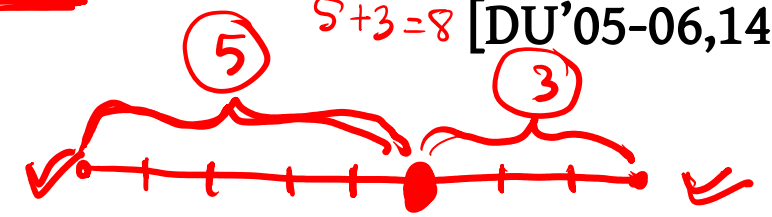
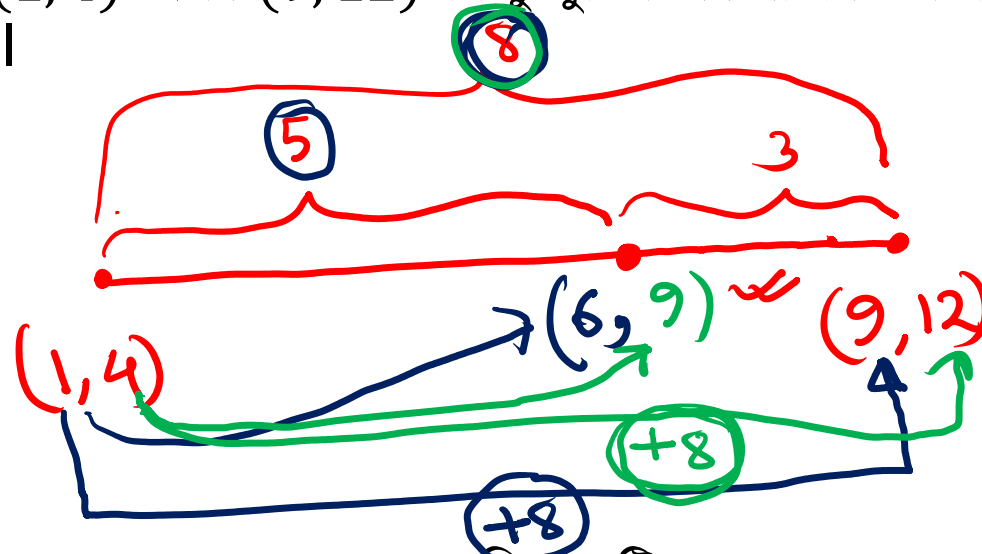


Example:  $(1, 4)$  এবং  $(x_1, y_1)$  বিন্দু দুটির মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(5, -2)$  হলে  $(x_1, y_1)$  এর মান নির্ণয় করো।



# Type-03: দুইটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তিকরণ

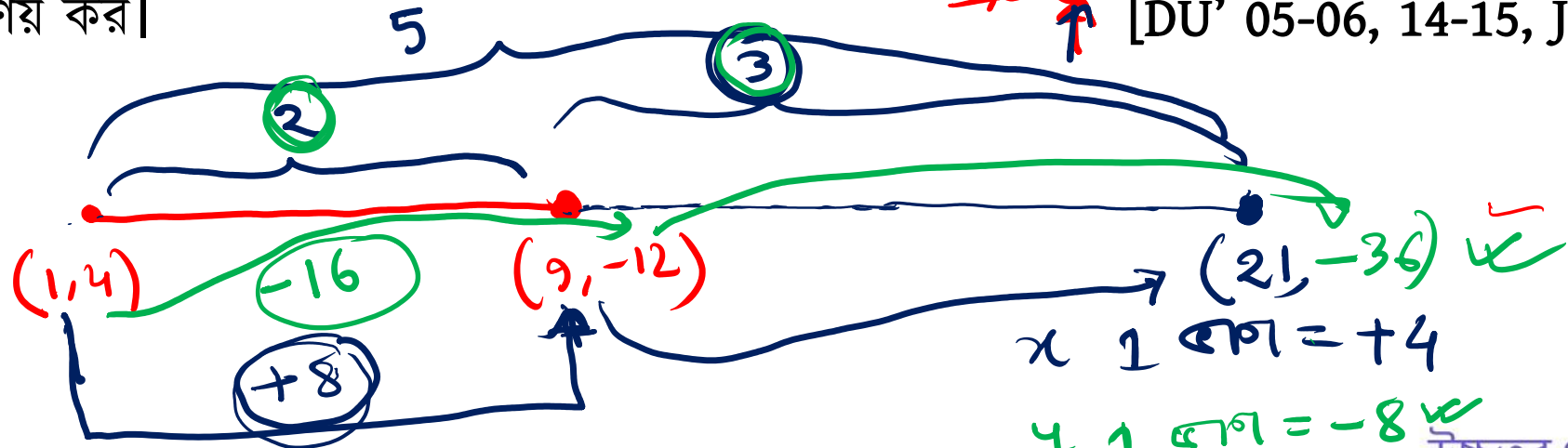
**Example:** যে বিন্দু  $(1, 4)$  এবং  $(9, 12)$  বিন্দু দুটির সংযোজক রেখাকে  $5:3$  অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।



$$x \ 1 \ ২০ \rightarrow +1$$

$$y \ 1 \ ৩০ \rightarrow +1$$

**Example:** যে বিন্দু  $(1, 4)$  এবং  $(9, -12)$  বিন্দু দুটির সংযোজক রেখাকে  $5:3$  অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

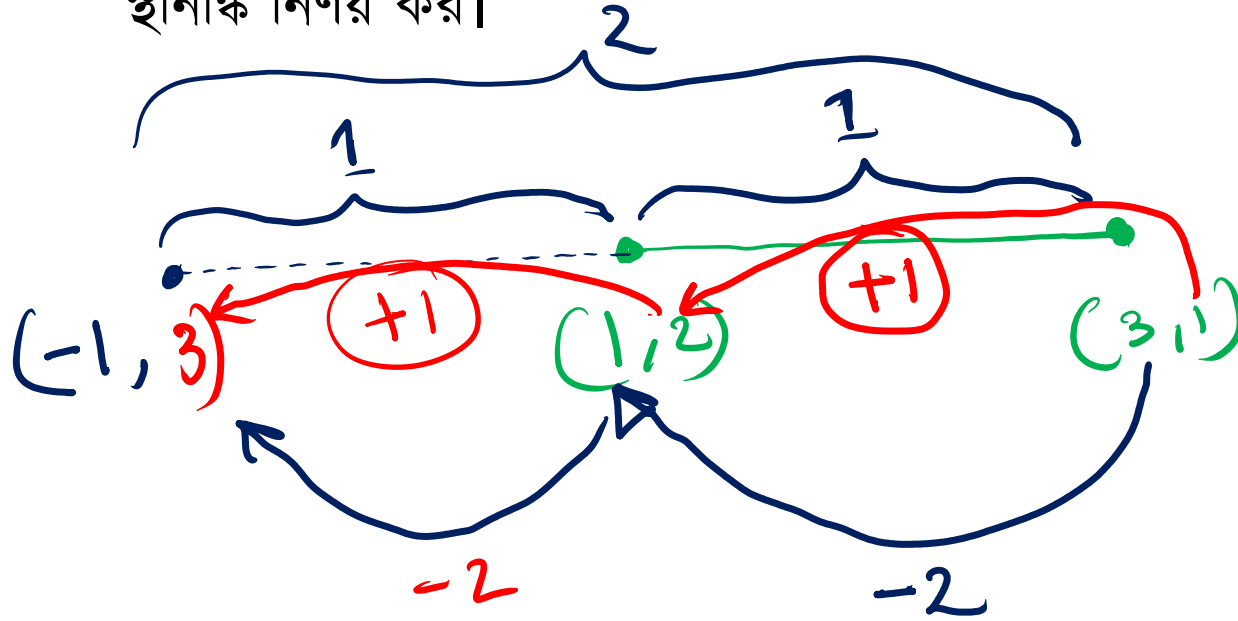


$$x \ 1 \ ৩০ = +4$$

$$y \ 1 \ ৩০ = -8$$

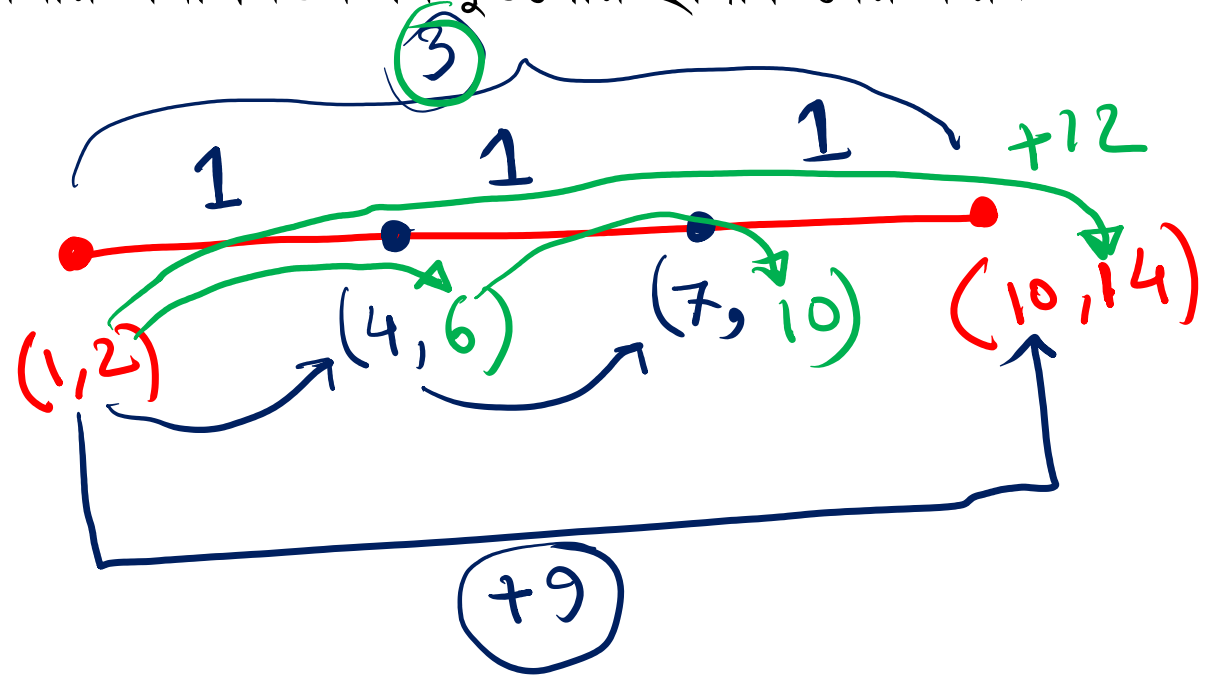
# Type-03: দুইটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তকরণ

Example: যে বিন্দু  $(1,2)$  এবং  $(3,1)$  বিন্দু দুটির সংযোজক রেখাকে  $1:2$  অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।



## Poll Question-03

(1,2) ও (10, 14) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সমত্রিখন্ডক বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক বের কর।



✓ (a) (4, 6) এবং (7,10)

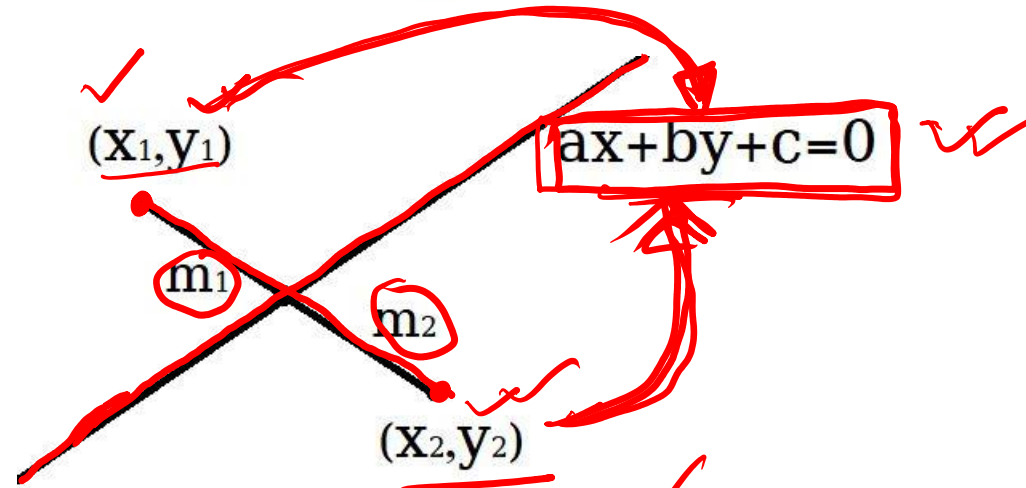
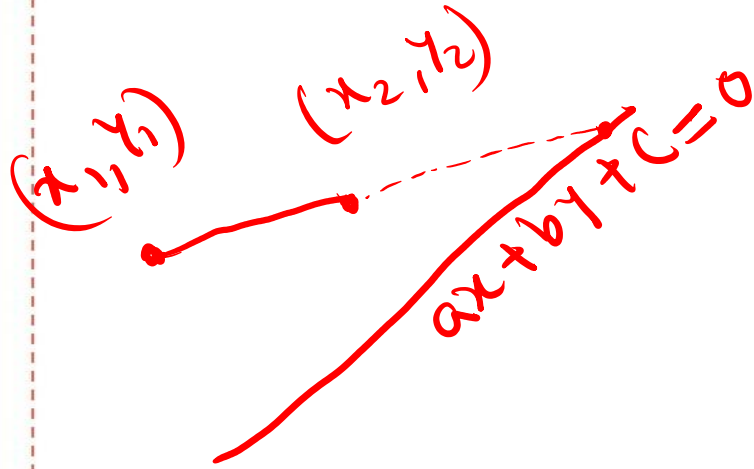
(b) (6,4) এবং (7,10)

(c) (4, 6) এবং (10,7)

(d) (6, 4) এবং (10,7)

$$\begin{array}{l} x \text{ বর্ধিত } 1 \text{ হয় } \rightarrow +3 \\ y \text{ " } 1 \text{ " } \rightarrow +4 \end{array}$$

# Type-03: দুইটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তিকরণ



$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c}$$

[- হলে অন্তর্বিভক্তি, + হলে বহির্বিভক্তি]

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{y_1}{y_2} \quad [\text{বিন্দুদ্বয়ের কোটির অনুপাত}]$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1}{x_2} \quad [\text{বিন্দুদ্বয়ের ভূজের অনুপাত}]$$

$$[x \text{ axis} \rightarrow y=0]$$

$$[y \text{ axis} \rightarrow x=0]$$

- x অক্ষ দ্বারা বিভক্তির অনুপাত
- y অক্ষ দ্বারা বিভক্তির অনুপাত

## Type-03: দুইটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তিকরণ

Example:  $(3, 2)$  ও  $(5, -7)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে  $x$  অক্ষ ও  $y$  অক্ষ কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

$x$  অক্ষ বিস্তৃত করে,  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{-7} = -\frac{2}{7}$

$2:7$  [অ্যঃ]

$y$  অক্ষ বিস্তৃত করে,  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{5}$

$3:5$  [বহিঃ]



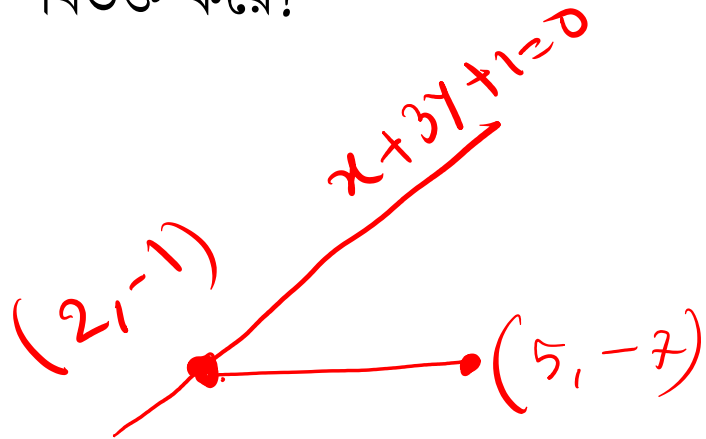
## Type-03: দুইটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্তিকরণ

Example :  $(3, 2)$  ও  $(5, -7)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে  $2x + 3y + 1 = 0$  রেখাটি কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1}{2 \cdot 5 + 3(-7) + 1} = \frac{13}{-10} = -\frac{13}{10}$$

$13 : 10$  [অনুঃ]

Example :  $(2, -1)$  ও  $(5, -7)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে  $x + 3y + 1 = 0$  রেখাটি কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

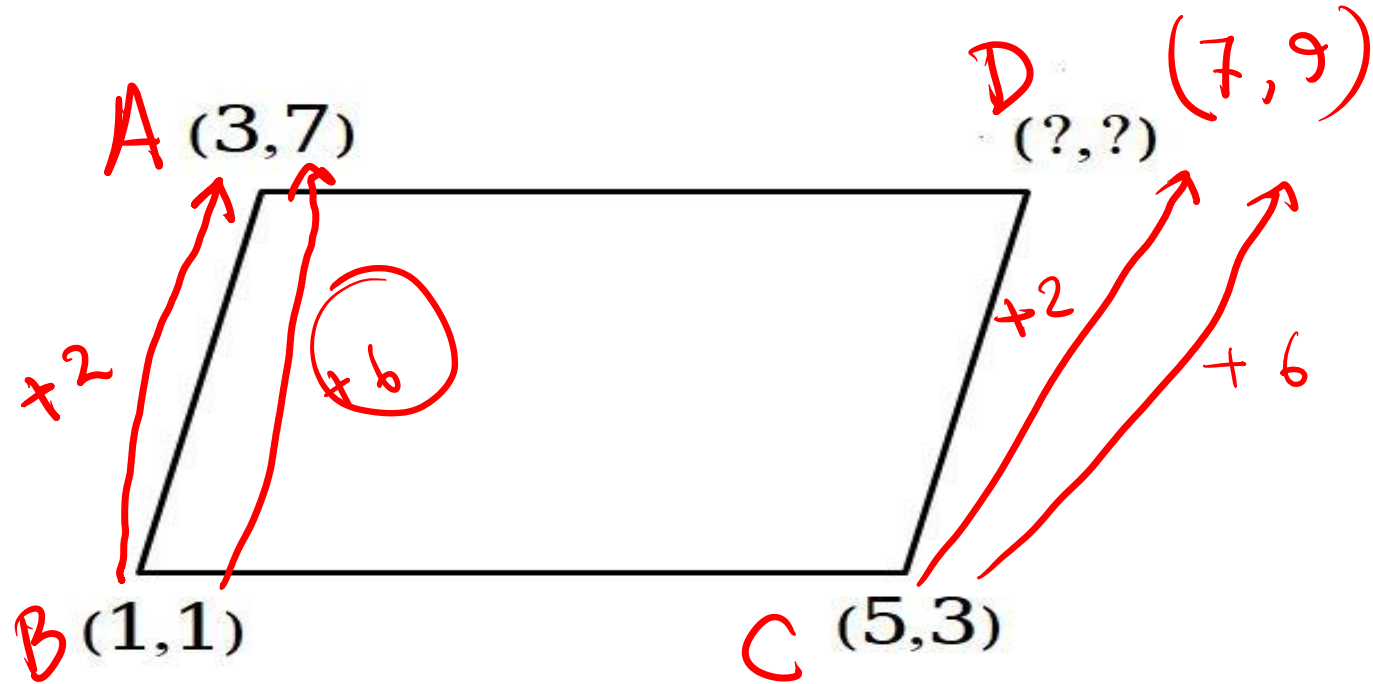


$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2 + 3(-1) + 1}{5 + 3(-7) + 1} = \frac{0}{-15} = 0$$

বিভক্ত করে না।

# Type-04: সামান্তরিক, আয়ত, বর্গ, রম্বস ইত্যাদির চতুর্থ শীর্ষ নির্ণয়

Example:



## Poll Question-04

□ একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষত্রয় যথাক্রমে  $(3, 2)$ ,  $(2, -1)$  এবং  $(8, -3)$  এর চতুর্থ শীর্ষ নির্ণয় কর।

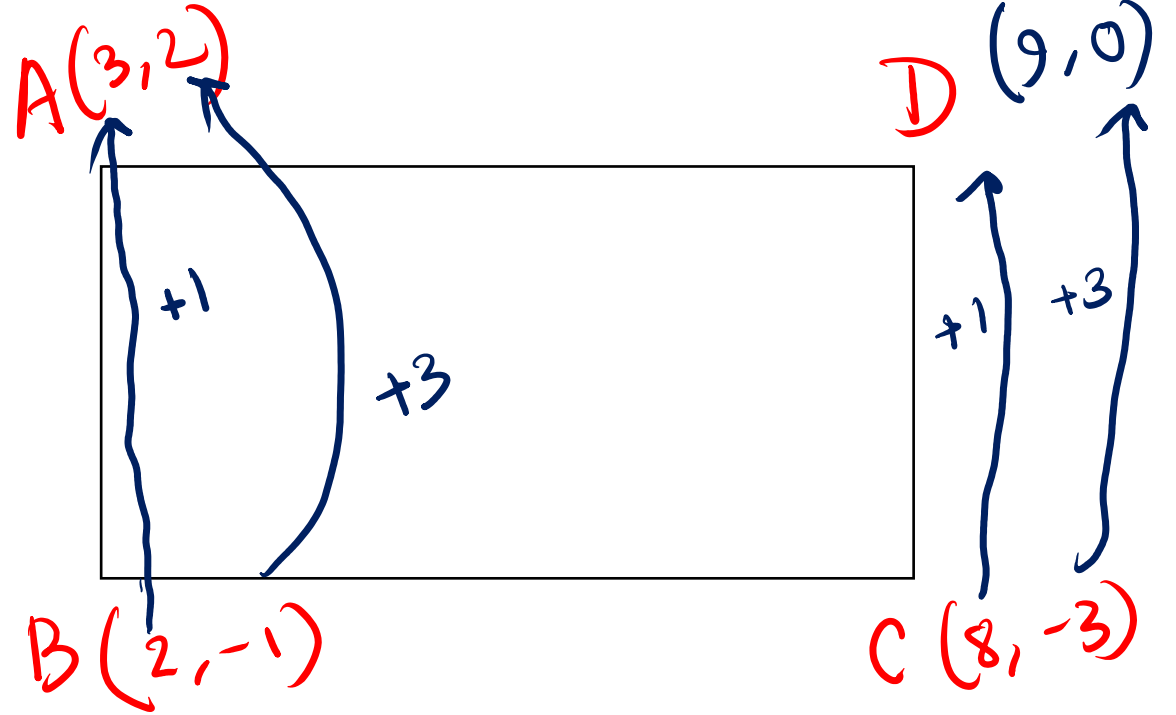
[JU' 10-11, KU' 06-07]

(a)  $(0, 9)$

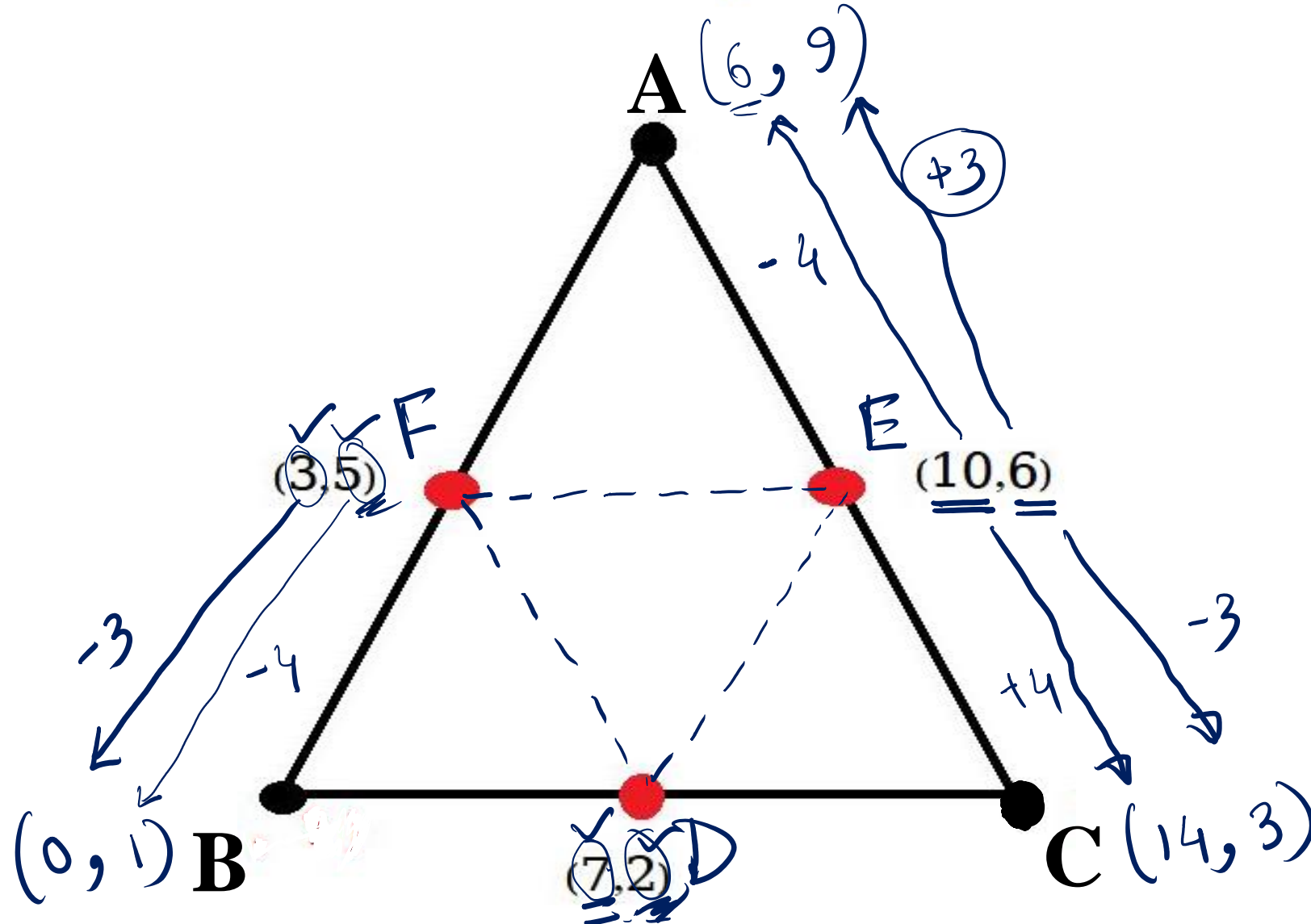
✓ (b)  $(9, 0)$

(c)  $(0, -9)$

(d)  $(-9, 0)$



# ত্রিভুজের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক থেকে শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয়ঃ



## Type-05: ক্ষেত্রফল নির্ণয়

Example: কোন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ  $(-1, -2)$ ,  $(2, 5)$ ,  $(3, 10)$  হলে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[DU' 14-15, 01-02, 03-04, JU' 18-19, 17-18, 11-12, CU' 12-13]

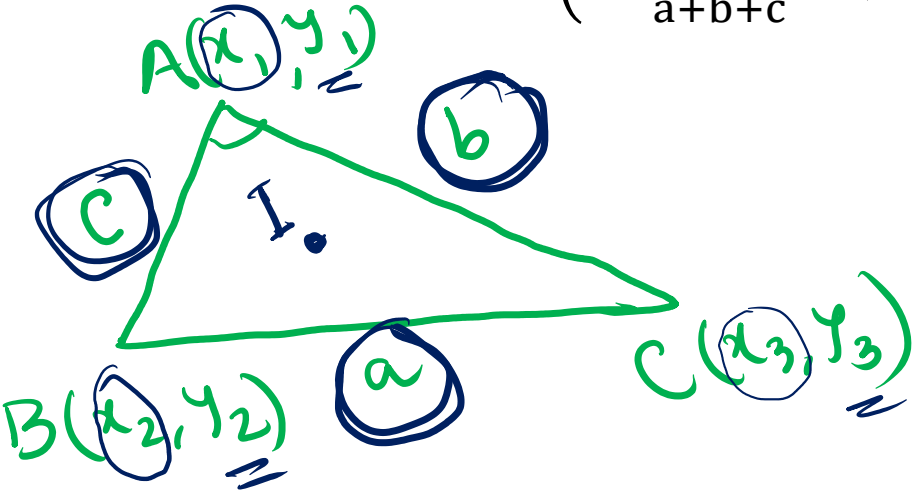
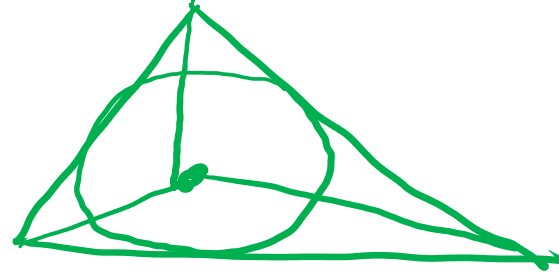
$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 10 & -2 \\ - & - & - & + \end{vmatrix} = \checkmark$$

## Type-06: ত্রিভুজের বিভিন্ন বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয়

$A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  বিন্দু দ্বারা গঠিত

ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র  $\equiv \left( \frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \right)$

এবং অন্তঃকেন্দ্র  $\equiv \left( \frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c} \right)$

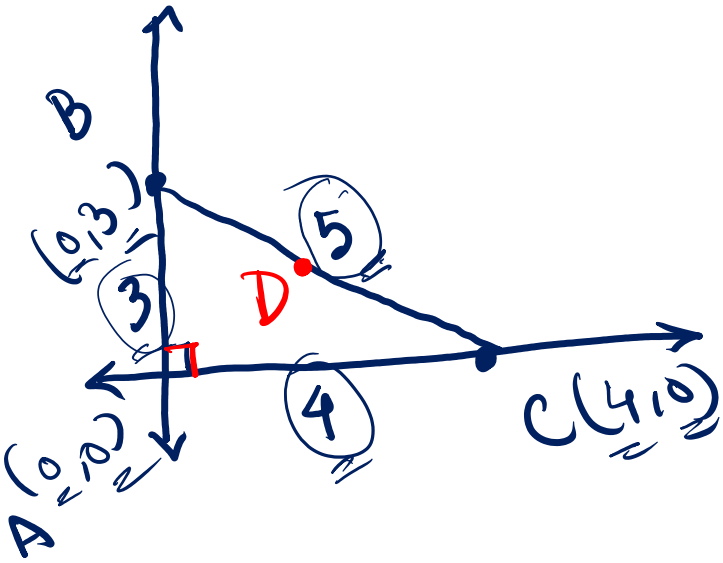


$$I \left( \frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c} \right)$$

# Type-06: ত্রিভুজের বিভিন্ন বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয়

**Example:** একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় যথাক্রমে  $(0,0)$ ,  $(0,3)$  ও  $(4,0)$ । এর ভরকেন্দ্র, অন্তঃকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্র নির্ণয় কর।

[BAU' 14-15]



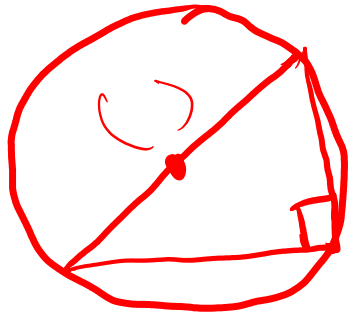
ভরকেন্দ্র

$$G \left( \frac{0+0+4}{3}, \frac{0+3+0}{3} \right) \equiv \left( \frac{4}{3}, 1 \right)$$

অন্তঃকেন্দ্র

$$I \left( \frac{5 \times 0 + 4 \times 0 + 3 \times 4}{5+4+3}, \frac{5 \times 0 + 4 \times 3 + 3 \times 0}{5+4+3} \right)$$

$$I(1, 1)$$



সম্বলিত ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র  $\rightarrow$  অতিভুজের মধ্যস্থিত

পরিকেন্দ্র, D  $\left( \frac{0+4}{2}, \frac{3+0}{2} \right) \equiv \left( 2, \frac{3}{2} \right)$

## Type-7: সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয়

Example:  $(2t + 1, 3t - 1)$  বিন্দুর সঞ্চারণপথ কী হবে যেখানে  $t$  পরিবর্তনশীল। → পরামিত্রে

সমীকরণ

$$\begin{cases} x = 2t + 1 & \text{--- ①} \\ y = 3t - 1 & \text{--- ②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 3 \Rightarrow 3x = 6t + 3$$

$$\text{②} \times 2 \Rightarrow 2y = 6t - 2$$

$$\boxed{3x - 2y = 5} \rightarrow \text{সঞ্চারণপথ}$$

Example:  $(a \cos \theta, b \sin \theta)$  বিন্দুর সঞ্চারণপথ কী?

$$\begin{cases} x = a \cos \theta \rightarrow \frac{x}{a} = \cos \theta \\ y = b \sin \theta \rightarrow \frac{y}{b} = \sin \theta \end{cases}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

$$\therefore \boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1} \leftarrow \text{উপবৃত্ত}$$



## Poll Question-05

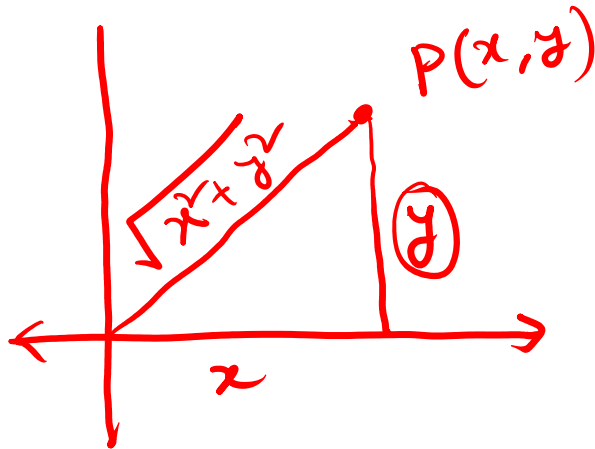
□  $x$  অক্ষ থেকে একটি সেটের বিন্দুসমূহের দূরত্ব সর্বদাই মূলবিন্দু থেকে এর দূরত্বের অর্ধেক। উক্ত সেট দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারণপথের সমীকরণ কি? [JU' 09-10]

(a)  $x^2 + y^2 = 4y^2$  ✗

(b)  $x^2 = 3y^2$  ✗

✓ (c) a ও b

(d) none



$x$  অক্ষ হতে দূরত্ব =  $\frac{1}{2} \times$  মূলবিন্দু থেকে দূরত্ব

$$\Rightarrow |y| = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{1}{4} (x^2 + y^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{4y^2 = x^2 + y^2}$$

$$\therefore \boxed{x^2 = 3y^2}$$

## Type-8: ঢাল নির্ণয় সংক্রান্ত

- $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  এর সংযোজক রেখাংশের ঢাল,  $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভূজদ্বয়ের অন্তর}}$
- রেখাংশ  $x$ -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $\theta$  কোণ তৈরি করলে,  $m = \tan\theta$  হবে।
- $ax + by + c = 0$  কোন সরলরেখার সমীকরণ হলে তার ঢাল,  $m = -\frac{a}{b} = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}}$

Example:  $x - y + 4 = 0$  সরলরেখাটি  $y$ -অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে? [DU' 18-19]

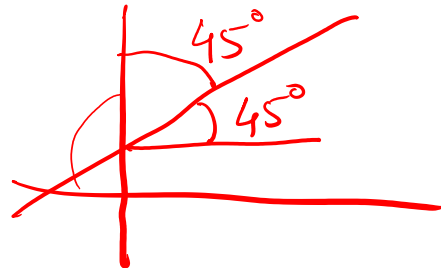
$$y = x + 4$$

$$y = mx + c$$

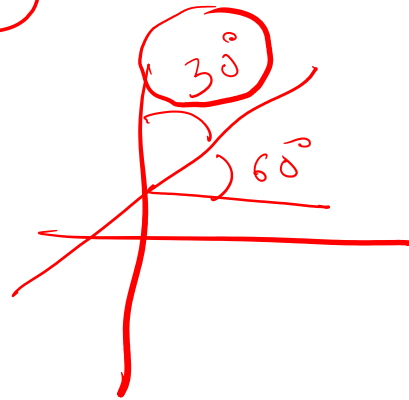
$$m = 1$$

$$m = \tan\theta = 1$$

$$\Rightarrow \theta = 45^\circ$$



45°



$$m = \sqrt{3} = \tan\theta$$

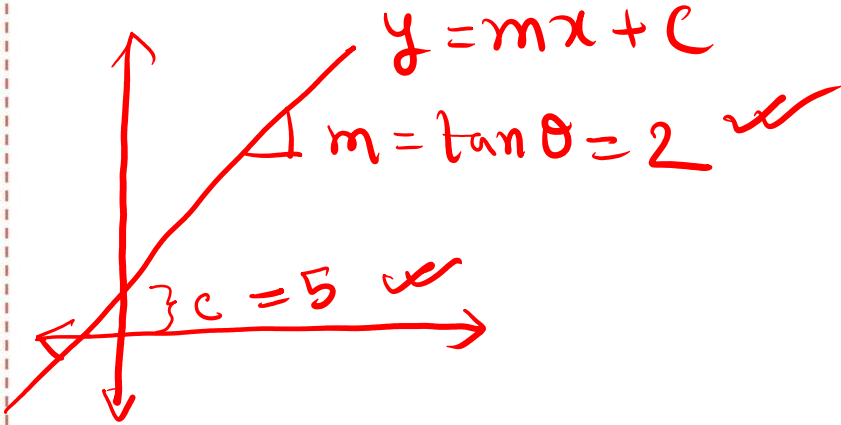
$$\theta = \pi/6 = 60^\circ$$

## Type-9: বিভিন্ন শর্তের সাপেক্ষে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়

Case-01: ঢাল ও  $y$  অক্ষ থেকে খন্ডিতাংশ দেওয়া থাকলে

➤ কোনো রেখার ঢাল  $m$  এবং  $y$  অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ  $c$  হলে রেখার সমীকরণ  $\Rightarrow \boxed{y = mx + c}$

**Example:** একটি সরলরেখার ঢাল  $2$  ও তা  $y$  অক্ষের ধনাত্মক দিক থেকে  $5$  একক অংশ খন্ডিত করে। রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।



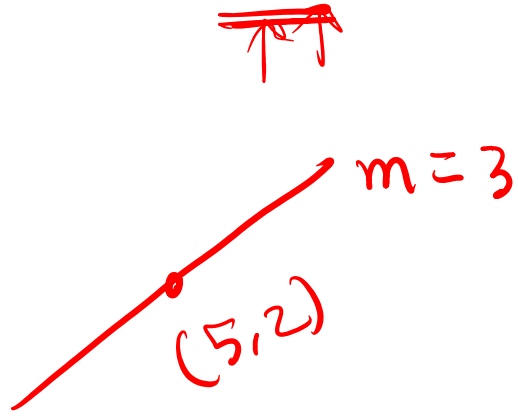
$$\boxed{y = 2x + 5}$$

## Type-9: বিভিন্ন শর্তের সাপেক্ষে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়

Case-02: বিন্দু ও ঢাল দেয়া থাকলে

➤ একটি সরলরেখার ঢাল  $m$  এবং রেখাটি  $(x_1, y_1)$  বিন্দুগামী হলে, রেখার সমীকরণ  $\Rightarrow (y - y_1) = m(x - x_1)$

Example:  $(5, 2)$  বিন্দুগামী এবং 3 ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।



$$y - 2 = 3(x - 5)$$

Ans

# Type-9: বিভিন্ন শর্তের সাপেক্ষে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়

Case-03: দুটি নির্দিষ্ট বিন্দুগামী হলে

$$(x_1, y_1) \text{ --- } (x_2, y_2)$$

➤ একটি সরলরেখা  $(x_1, y_1)$  এবং  $(x_2, y_2)$  বিন্দুগামী হলে রেখার সমীকরণ  $\Rightarrow$

$$\frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2}$$

Example:  $(3, 4)$  ও  $(5, 2)$  বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$(3, 4) \text{ --- } (5, 2)$$

$$\frac{y-4}{4-2} = \frac{x-3}{3-5} \rightarrow \text{সল}$$

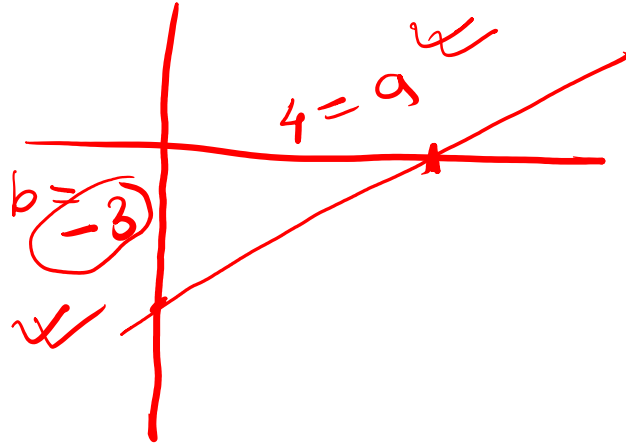
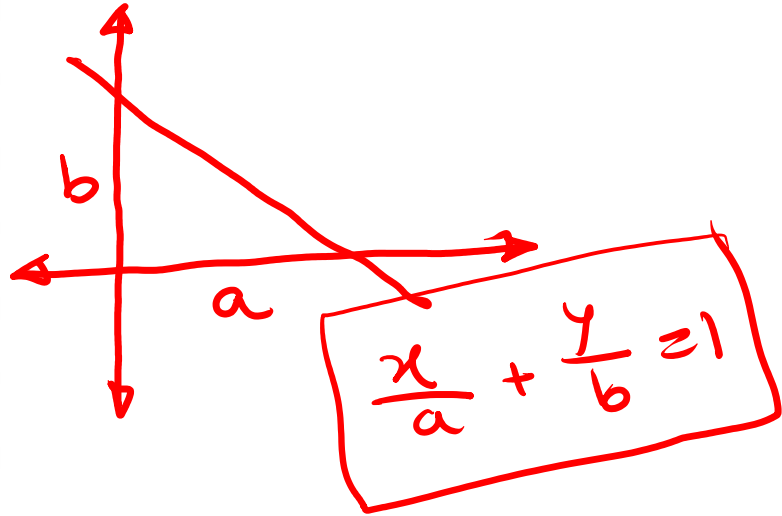
$$\text{স্লোপ} = \frac{4-2}{3-5} = \frac{2}{-2} = -1$$

# Type-9: বিভিন্ন শর্তের সাপেক্ষে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়

Case-04: উভয় অক্ষ থেকে খন্ডিতাংশ দেওয়া থাকলে

➤ একটি সরলরেখার x অক্ষের কর্তিতাংশ a এবং y অক্ষের কর্তিতাংশ b হলে রেখার সমীকরণ  $\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Example: একটি সরলরেখার x অক্ষের ধনাত্মক দিক থেকে 4 একক এবং y অক্ষের ঋণাত্মক দিক থেকে 3 একক অংশ খন্ডিত করে। রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।



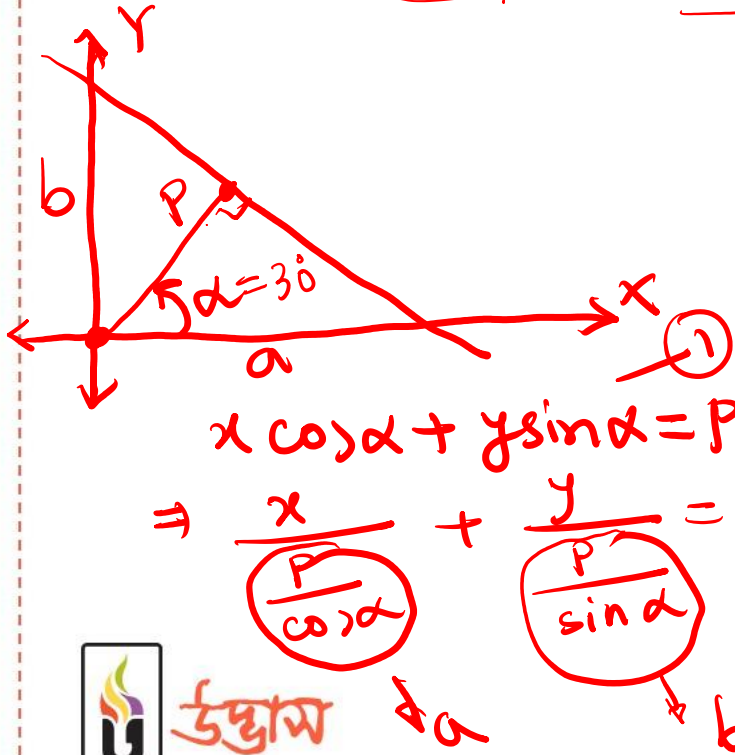
$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1$$

# Type-9: বিভিন্ন শর্তের সাপেক্ষে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়

Case-05: মূলবিন্দু থেকে লম্বের দৈর্ঘ্য এবং উক্ত লম্ব x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ দেওয়া থাকলে

➤ মূলবিন্দু থেকে যে রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য  $p$  এবং উক্ত লম্ব x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $\alpha$  কোণ তৈরি করলে এরূপ রেখার সমীকরণ  $\Rightarrow$   $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

Example: একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে  $\frac{50}{\sqrt{3}}$  বর্গ একক ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ গঠন করে এবং মূলবিন্দু হতে রেখাটির উপর অঙ্কিত লম্ব x অক্ষের সাথে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখাটির সমীকরণ কোনটি? [RU'18-19]



$$\frac{1}{2} ab = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{p}{\cos \alpha} \times \frac{p}{\sin \alpha} = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{p^2}{\sin 2\alpha} = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow p^2 = \frac{50}{\sqrt{3}} \times \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow p^2 = \frac{50}{\sqrt{3}} \sin 60^\circ = \frac{50}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow p^2 = 25$$

$$\therefore \boxed{p = 5}$$

①  $\rightarrow \alpha, p \rightarrow$  (Am)

$$\boxed{x \cos 30^\circ + y \sin 30^\circ = 5}$$



## Type-10: সমান্তরাল সরল রেখার সমীকরণ

Example:  $3x + 4y + 5 = 0$  রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $(1, 2)$  বিন্দুগামী। [JU' 18-19, RU' 09-10]

২টি সমান্তরাল রেখার মমান্ত্বফল হবার শর্ত,  $m_1 = m_2$  ✓  
 $ax + by + c = 0$  এর মমান্ত্বফল  $(x_1, y_1)$  বিন্দুগামী রেখা মনে,

$$ax + by = ax_1 + by_1 \quad \checkmark$$

$$3x + 4y = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 11$$



## Poll Question-06

□  $\alpha$  এর কোন মানের জন্য  $(\alpha - 1)x + (\alpha + 1)y - 7 = 0$  রেখাটি  $3x + 5y + 4 = 0$  রেখার সমান্তরাল হবে? [RU'08-09]

(a) 4

(b) -4

(c) 0

(d) 7

$$m_1 = -\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$m_2 = -\frac{3}{5}$$

So  $m_1 = m_2$

$$\Rightarrow -\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = -\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 5\alpha - 5 = 3\alpha + 3$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 8$$

$$\therefore \boxed{\alpha = 4}$$

## Type-11: লম্ব রেখার সমীকরণ

Example:  $3x + 4y + 5 = 0$  রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $(3, 4)$  বিন্দুগামী।

[RU' 08-09]

২টি লম্বরেখা লম্ব হলে

$$m_1 m_2 = -1$$

$ax + by + c = 0$  এর উপর লম্ব এক  $(x_1, y_1)$  বিন্দুগামী

$$bx - ay = bx_1 - ay_1$$

$$4x - 3y = 4 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 0$$

## Poll Question-07

□  $2x + 3y = 5$  এবং  $3x + ky = 0$  রেখা দুয় লম্ব হলে  $k$  এর মান কত?

[RU' 11-12, 09-10, 08-09]

(a) 2

(b) 3

✓ (c) -2

(d) -3

$$m_1 = -\frac{2}{3}$$

$$m_2 = -\frac{3}{k}$$

So  $m_1 m_2 = -1$  ✓

$$\Rightarrow \left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{3}{k}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{k} = -1$$

$$\therefore \boxed{k = -2}$$

## Type-12: দুটি রেখার মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয়

- দুটি সরলরেখার ঢাল  $m_1$  ও  $m_2$  হলে তাদের মধ্যবর্তী কোণ যদি  $\theta$  হয় তবে,  $\tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$
- $\tan\theta$  এর  $+ve$  মান নিয়ে রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণ পাওয়া যায়।
- $\tan\theta$  এর  $-ve$  মান নিয়ে রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী স্থূলকোণ পাওয়া যায়।



Example:  $2x + 3y - 1 = 0$  ও  $x - 2y + 3 = 0$  রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ নির্ণয় কর।

[DU' 18-19, 08-09, JU' 18-19]

$$\downarrow m_1 = -\frac{2}{3}$$

$$\downarrow m_2 = \frac{1}{2}$$

$$\tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \pm \frac{-\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{1 + (-\frac{2}{3}) \times \frac{1}{2}} = \pm \frac{\frac{-4-3}{6}}{\frac{6-2}{6}} = \pm \left( \frac{-7}{4} \right) = \pm \frac{7}{4}$$

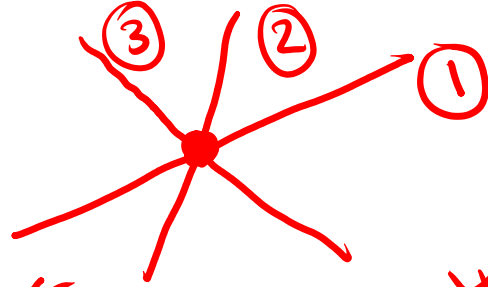
$$\tan\theta = \pm \frac{7}{4}$$

$$\tan\theta = \frac{7}{4} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right)$$

## Type-13: তিনটি রেখার সমবিন্দু হওয়া সম্পর্কিত

➤  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ;  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ;  $a_3x + b_3y + c_3 = 0$  রেখা ত্রয় সমবিন্দু হবে যদি,

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ হয়।}$$



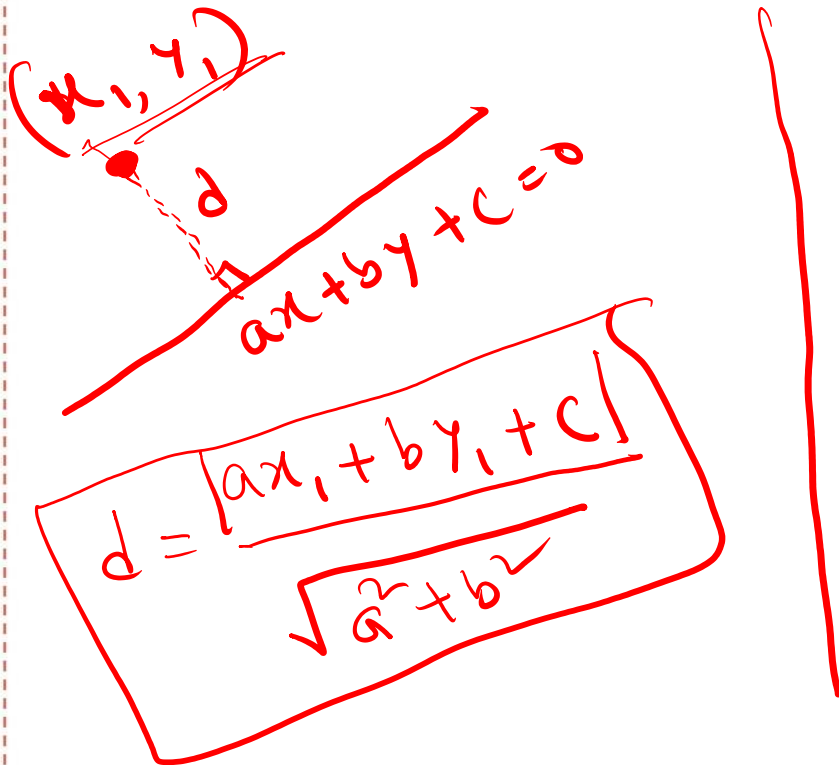
Example:  $2x + by + 4 = 0$ ,  $4x - y - 2b = 0$  এবং  $3x + y - 1 = 0$  রেখা তিনটি সমবিন্দু হলে  $b$  এর মান নির্ণয় কর। [DU' 14-15]

$$\begin{vmatrix} \oplus & \ominus & \oplus \\ 2 & b & 4 \\ 4 & -1 & -2b \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow b = ?, ?$$

## Type-14: বিন্দু হতে সরলরেখার লম্বদূরত্ব

➤  $(x_1, y_1)$  বিন্দু হতে  $ax + by + c = 0$  সরলরেখার উপর লম্ব দূরত্ব,  $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Example:  $(-2, 1)$  বিন্দু হতে  $4x - 3y + 1 = 0$  সরলরেখার উপর অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [JU' 10-11]

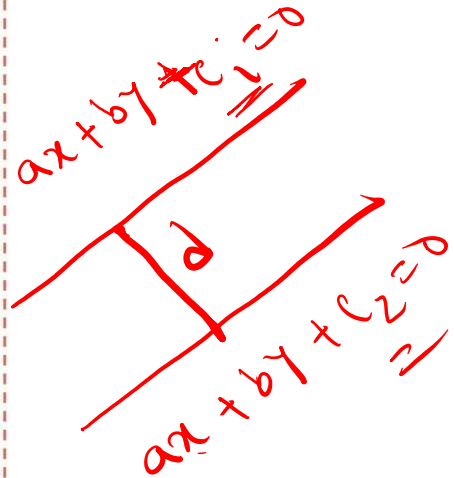


$$d = \frac{|4(-2) - 3(1) + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

## Type-15: সমান্তরাল রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব

➤ দুটি সমান্তরাল রেখা  $ax + by + c_1 = 0$  এবং  $ax + by + c_2 = 0$  এর মধ্যবর্তী দূরত্ব  $d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Example:  $5x + 12y - 2 = 0$  এবং  $10x + 24y - 30 = 0$  সমান্তরাল সরলরেখা দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।



$$5x + 12y - 2 = 0$$

$c_1$

$$10x + 24y - 30 = 0$$

$\div 2$

$$5x + 12y - 15 = 0$$

$c_2$

$$d = \frac{|-2 - (-15)|}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

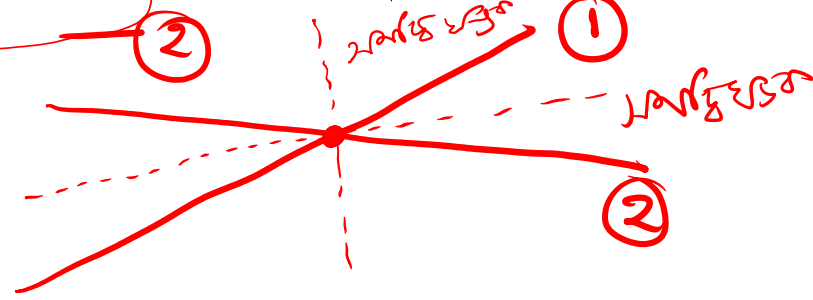
$$= \frac{13}{13}$$

$$= 1$$

# Type-16: কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ

➤  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  এবং  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  রেখা দুটির অন্তর্গত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ

$$\Rightarrow \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$



$a_1a_2 + b_1b_2 \rightarrow$  এর চিহ্ন ঋণে  $\rightarrow$  মূলগোণের সমদ্বিখন্ডক  
 " " " " "  $\rightarrow$  মূলকোণের সমদ্বিখন্ডক

$c_1c_2 \rightarrow$  এর চিহ্ন  $\rightarrow$  মূলবিন্দুটির কোণের সমদ্বিখন্ডক



## Type-16: কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ

**Example:**  $y = 2x + 1$  ও  $2y - x = 4$  রেখা দুইটির অন্তর্বর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডক নির্ণয় কর। এদের মধ্যে কোনটি সূক্ষ্ম ও স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডক এবং কোনটি মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখন্ডক?

$$2x - y + 1 = 0$$

$$x - 2y + 4 = 0$$

সূক্ষ্ম  
স্থূল  
সূক্ষ্মকোণের  
সমদ্বিখন্ডক

$$\frac{2x - y + 1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \oplus \frac{x - 2y + 4}{\sqrt{1^2 + 2^2}}$$

$$\frac{2x - y + 1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = - \frac{x - 2y + 4}{\sqrt{1^2 + 2^2}}$$

স্থূলকোণের  
সমদ্বিখন্ডক

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 \rightarrow \oplus$$

$$2 \times 1 + (-1) \times (-2) = 4$$

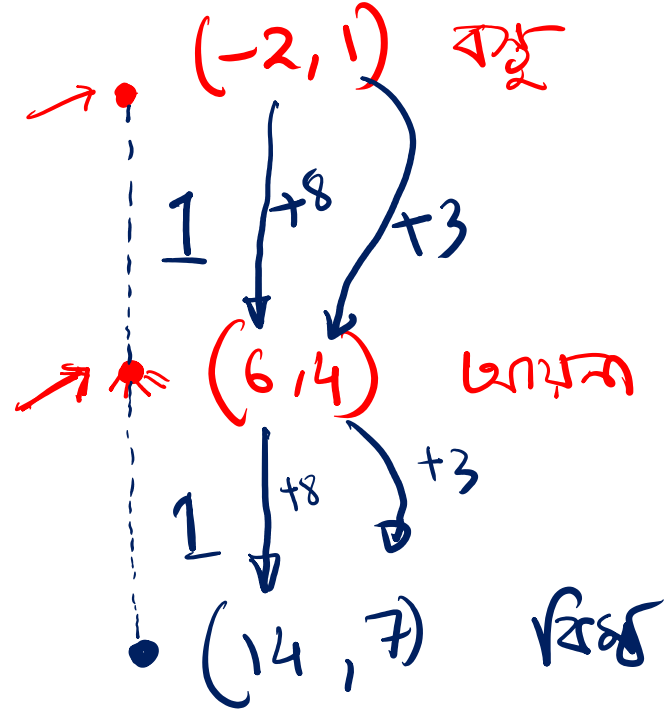
$$C_1 C_2 = 1 \times 4 = 4$$

$\downarrow$   
 $\oplus$   
 $\downarrow$   
 $\oplus$  ✓

# Type-17: প্রতিবিম্ব নির্ণয়

Case 1: বিন্দুর সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব

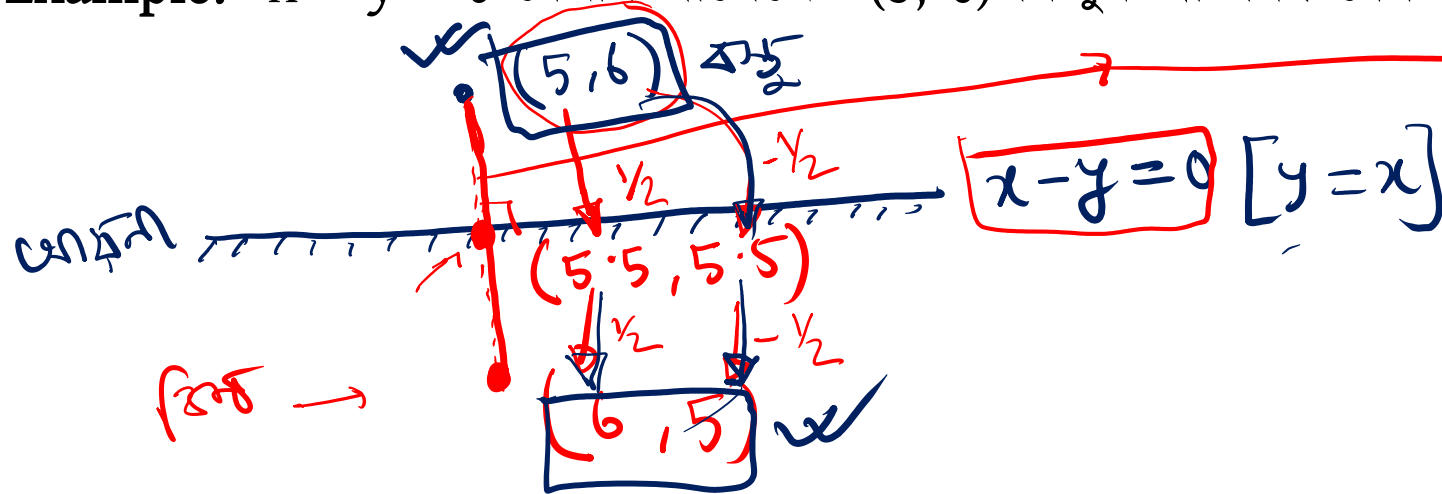
Example: (6, 4) বিন্দুর সাপেক্ষে (-2, 1) বিন্দুর প্রতিবিম্ব বের কর ।



# Type-17: প্রতিবিম্ব নির্ণয়

Case 2: রেখার সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব

Example:  $x - y = 0$  রেখার সাপেক্ষে  $(5, 6)$  বিন্দুর প্রতিবিম্ব বের কর।



$$x + y = 5 + 6 = 11$$

$$x + y = 11$$

$$x - y = 0$$

$$\oplus \quad 2x = 11$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{2} = 5.5$$

$$y = x = \frac{11}{2} = 5.5$$

$y = x$  রেখার সাপেক্ষে  $(x_1, y_1)$

এর প্রতিবিম্ব  $(y_1, x_1)$

$y = x$  সাপেক্ষে  $(3, 4)$  বিন্দুর প্রতিবিম্ব  $(4, 3)$

# Type-17: প্রতিবিম্ব নির্ণয়

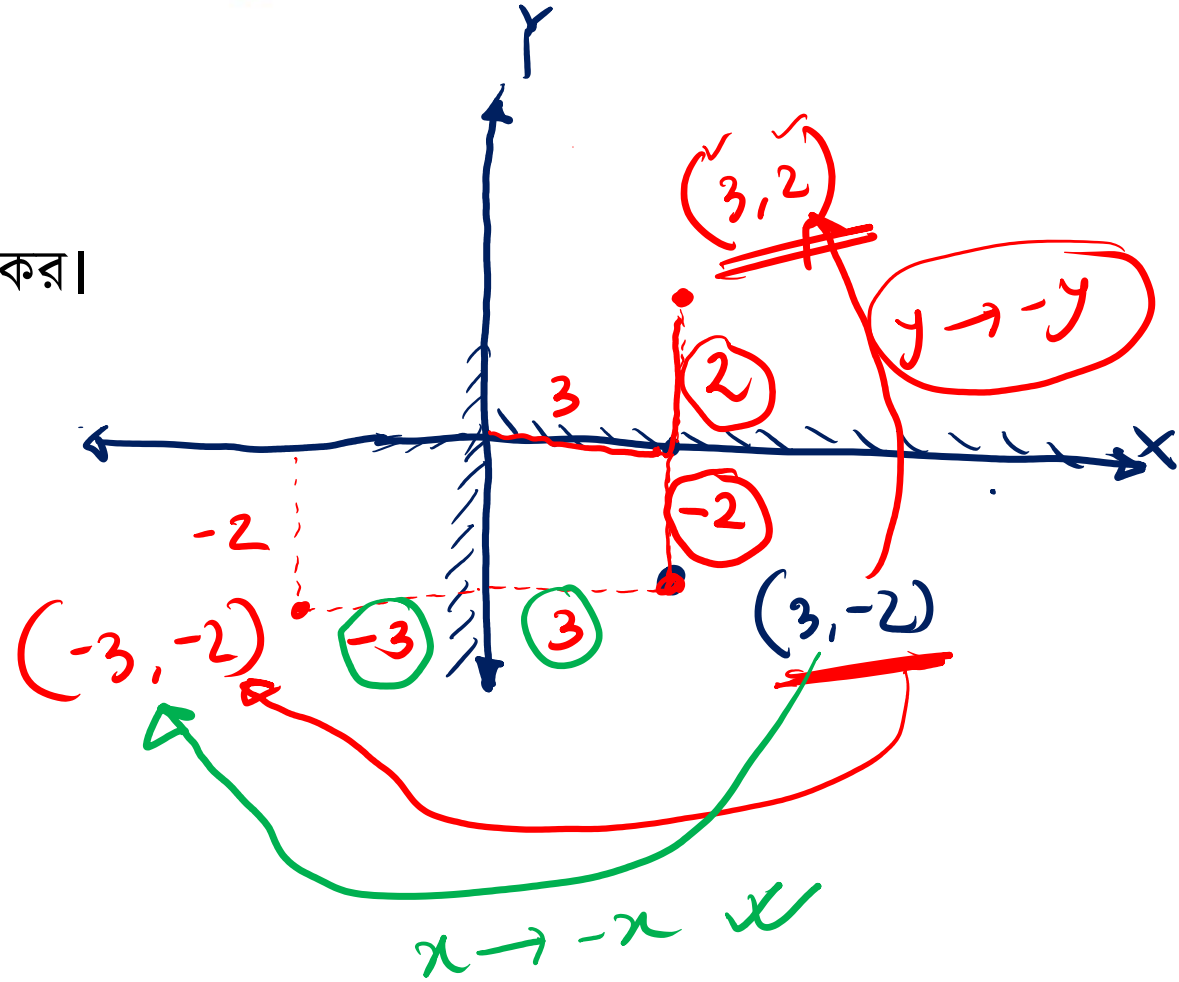
Case 3: অক্ষের সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব

Example:  $(3, -2)$  বিন্দুর প্রতিবিম্ব নির্ণয় কর।

(a) x অক্ষের সাপেক্ষে  $(3, 2)$

(b) y অক্ষের সাপেক্ষে  $(-3, -2)$

$x \rightarrow -x$



## Type-17: প্রতিবিম্ব নির্ণয়

Case 3: অক্ষদ্বয়ের সাপেক্ষে এবং  $y = x$  রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব

y অক্ষের সাপেক্ষে, x অক্ষের সাপেক্ষে এবং  $y = x$  রেখার সাপেক্ষে  $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 1 = 0$  বৃত্তের প্রতিবিম্ব বের কর।

$$y \text{ অক্ষের সাপেক্ষে } (x \rightarrow -x) \quad \therefore (-x)^2 + y^2 + 6(-x) + 4y + 1 = 0$$

$$x \text{ " " } (y \rightarrow -y) \quad \therefore x^2 + (-y)^2 + 6x + 4(-y) + 1 = 0$$

$$y = x \text{ রেখার সাপেক্ষে } (x \leftrightarrow y) \quad \therefore y^2 + x^2 + 6y + 4x + 1 = 0$$

না বুঝে  
মুখস্থ করার  
অভ্যাস প্রতিভাকে  
ধ্বংস করে

$$X = \frac{c \rho P \sqrt{V^2}}{2S}$$

$$X = \frac{c \rho P \sqrt{V^2}}{2S}$$

$$E = mc^2$$

$$x = \frac{\sqrt{a^2}}{c} + c - \frac{b}{2}$$



উদ্ভাস

একাত্মিক এড এডমিশন কোর্স