

অধ্যায় ০৩

সরলরেখা

➤ HSC বোর্ড পরীক্ষার জন্য এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ টাইপসমূহ:

গুরুত্ব	টাইপ	HSC বোর্ড পরীক্ষায় যে বছর প্রশ্ন এসেছে	
		MCQ	CQ
☆☆☆	Q. Type-01: কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্ক সংক্রান্ত	DB'22, 21, 17; RB'22, 21, 19; Ctg.B'21, SB'21, 17; BB'22, 19, 17; JB'22, 21, 19; CB'22, 17; Din.B'21, 17; All B'18	DB'19, 21; JB'21; Din.B'22
☆☆	Q. Type-02: দুইটি বিন্দুর দূরত্ব সম্পর্কিত	CB'21, 17	DB'22, 21; Ctg.B'21
☆☆☆	Q. Type-03: বিভাগ বিন্দু ও অনুপাত সংক্রান্ত	RB'22; Ctg.B'22; CB'17; MB'22	RB'21, 19; BB'22, CB'21; MB'21
☆☆☆	Q. Type-04: ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত	CB'17; Din.B'21	DB'19; JB'21; CB'21; Din.B'22
☆☆	Q. Type-05: সঞ্চারণপথের সমীকরণ সংক্রান্ত	CB'21	Ctg.B'22; JB'22
☆☆☆	Q. Type-06: ঢাল সংক্রান্ত	DB'22; RB'19; Ctg.B'19; SB'21; BB'22; MB'22; All.B'18	RB'22, 21
☆☆☆	Q. Type-07: বিভিন্ন ধরনের সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়	RB'22, 19; Ctg.B'22, 21, 17; SB'22, 21, 19; BB'22, 21; JB'22, 19; CB'22, 21; MB'21	DB'22, 21; RB'22; Ctg.B'22, 21; SB'21; BB'21, 19; CB'22; Din.B'22, 19; MB'22, 21; All.B'18
☆☆☆	Q. Type-08: সমান্তরাল ও লম্ব হবার শর্ত ও সমীকরণ নির্ণয়	DB'21, 17; RB'22, 21; Ctg.B'22, 21; SB'22, 21, 17; BB'22, 21; JB'22, 21; CB'22, 21; Din.B'22, 21; MB'21; All.B'18	RB'22; SB'22; BB'22; JB'22; Din.B'22, 21; MB'22
☆	Q. Type-09: দুইটি সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ সংক্রান্ত	BB'19; Din.B'19; MB'21	
☆☆	Q. Type-10: ত্রিভুজের বিভিন্ন ধরনের কেন্দ্র নির্ণয় সংক্রান্ত	RB'17; Din.B'19; All.B'18	RB'19; BB'22, 21; JB'21
☆☆	Q. Type-11: সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত	DB'22; RB'21; Ctg.B'19; SB'22, 21; JB'21; CB'21; All.B'18	RB'22, 21; BB'19; CB'21
☆☆	Q. Type-12: লম্ব দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত	DB'22; SB'22; BB'21	DB'22; SB'21; BB'21; CB'22
☆☆	Q. Type-13: দুটি রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত	RB'22,21; Din.B'21; MB'22	SB'21; BB'21; JB'22,21; Din.B'22, 21, 19
☆☆	Q. Type-14: কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের সমীকরণ এবং কোণের সাপেক্ষে বিভিন্ন বিন্দুর অবস্থান সংক্রান্ত		Ctg.B'22, 21; SB'22; BB'22; CB'22, 21; Din.B'22, 21
☆	Q. Type-15: বিবিধ		CB'21

Type-01: কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্ক সংক্রান্ত

→ Concept:

- কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) এর পোলার রূপ (r, θ) যেখানে, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$; [স্থানাঙ্কটি 1st Quadrant এর হলে]
 $\theta = \pi - \tan^{-1} \frac{|y|}{|x|}$; [স্থানাঙ্কটি 2nd Quadrant এর হলে]
 $\theta = -\pi + \tan^{-1} \frac{|y|}{|x|}$; [ঋণাত্মক কোণ] অথবা $\theta = \pi + \tan^{-1} \frac{|y|}{|x|}$ [ধনাত্মক কোণ] [স্থানাঙ্কটি 3rd Quadrant এর হলে]
 $\theta = -\tan^{-1} \frac{|y|}{|x|}$; [ঋণাত্মক কোণ] অথবা $\theta = 2\pi - \tan^{-1} \frac{|y|}{|x|}$ [ধনাত্মক কোণ] [স্থানাঙ্কটি 4th Quadrant এর হলে]
- (r, θ) পোলার স্থানাঙ্কের কার্তেসীয় রূপ (x, y) হলে, $x = r \cos \theta$ এবং $y = r \sin \theta$

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

- 01.
- $(1, 150^\circ)$
- বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি?

[DB'22][Ans: b]

- (a) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (b) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 (c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (d) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

- 02.
- $(-1, -1)$
- বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক কোনটি?

[RB, BB, JB, CB'22; DB, RB, Ctg. B, SB, JB, Din.B'21; RB, BB'19; AILB'18, SB, CB, Din.B'17]

- (a) $(\sqrt{2}, -45^\circ)$ (b) $(\sqrt{2}, 45^\circ)$
 (c) $(\sqrt{2}, 135^\circ)$ (d) $(\sqrt{2}, 225^\circ)$

সমাধান: (d); $(-1, -1) \equiv (r, \theta)$

$$\Rightarrow r = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\theta = -\pi + \tan^{-1} \left| \frac{-1}{-1} \right| = -\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{-4\pi + \pi}{4} = \frac{-3\pi}{4} = -135^\circ$$

$$\text{অথবা, } \theta = \pi + \tan^{-1} \left| \frac{-1}{-1} \right| = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{8\pi}{4} = 225^\circ$$

$$\therefore (-1, -1) \equiv (\sqrt{2}, 225^\circ)$$

- 03.
- $r = 3 \cos \theta$
- এর কার্তেসীয় সমীকরণ কোনটি? [RB'21]

- (a) $x^2 + y^2 - 3x = 0$ (b) $x^2 + y^2 + 3x = 0$
 (c) $x^2 + y^2 - 3y = 0$ (d) $x^2 + y^2 + 3y = 0$

সমাধান: (a); $r = 3 \cos \theta$ বা, $r^2 = 3r \cos \theta$

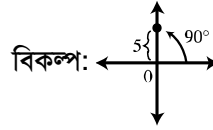
$$\text{বা } x^2 + y^2 = 3x \therefore x^2 + y^2 - 3x = 0$$

04. কোনো বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক
- $(5, 90^\circ)$
- হলে, কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক হবে- [JB'19]

- (a)
- $(0, 0)$
- (b)
- $(0, 5)$
- (c)
- $(5, 0)$
- (d)
- $(5, 5)$

সমাধান: (b); পোলার স্থানাঙ্ক $(r, \theta) \equiv (5, 90^\circ)$ কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) হলে, $x = r \cos \theta = 5 \cos 90^\circ = 0$

$$\text{এবং } y = r \sin \theta = 5 \sin 90^\circ = 5 \therefore (x, y) \equiv (0, 5)$$



05. কোনো বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক
- $(-1, \sqrt{3})$
- হলে বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক হবে- [DB'17]

- (a)
- $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$
- (b)
- $\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$
- (c)
- $\left(2, \frac{-\pi}{3}\right)$
- (d)
- $\left(4, \frac{2\pi}{3}\right)$

সমাধান: (b); $(-1, \sqrt{3})$ বিন্দুটি ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\theta = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{\sqrt{3}}{-1} \right| = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\therefore \text{কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক } \left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$$

06. কোনো বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্কের কোটি
- 90°
- হলে ঐ বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের ভূজ- [BB'17]

- (a)
- $x = r$
- (b)
- $x = 0$
- (c)
- $y = r$
- (d)
- $y = 0$

সমাধান: (b); $x = r \cos 90^\circ = 0$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান

01. (ক)
- $(5, -5)$
- বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [Din.B'22]

সমাধান

ক. ধরি, $A = (5, -5) \therefore r = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}$ A বিন্দুটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত। $\therefore \theta = -\tan^{-1} \left| \frac{-5}{5} \right| = -\tan^{-1} |-1| = \frac{-\pi}{4}$

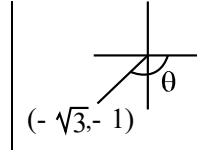
$$\therefore A \text{ কে পোলার স্থানাঙ্কে স্থানান্তর করে পাই, } \left(5\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}\right)$$

02. (ক) $(-\sqrt{3}, -1)$ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[DB'21]

সমাধান

ক. ধরি, $(-\sqrt{3}, -1) \equiv (x, y)$
 পোলার স্থানাঙ্কে, $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4} = 2$
 $\theta = \tan^{-1} \frac{-1}{-\sqrt{3}} = -\pi + \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{5\pi}{6}$
 \therefore পোলার স্থানাঙ্ক $(2, -\frac{5\pi}{6})$ (Ans.)

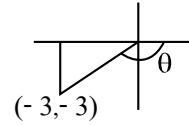


03. (ক) $(-3, -3)$ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

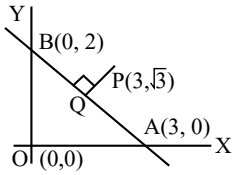
[JB'21]

সমাধান

ক. $(x, y) \equiv (-3, -3)$
 $\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$
 $\theta = -\pi + \tan^{-1} \frac{3}{3} = -\frac{3\pi}{4}$
 \therefore পোলার স্থানাঙ্ক $(3\sqrt{2}, -\frac{3\pi}{4})$ (Ans.)



04.



(ক) P বিন্দুর পোলার-স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[DB'19]

2

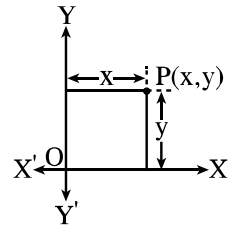
সমাধান

ক. $P(3, \sqrt{3}) \equiv P(x, y)$; $x = 3$; $y = \sqrt{3}$
 $\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 3} = \sqrt{12}$
 $\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6} \therefore P(3, \sqrt{3})$ এর পোলার স্থানাঙ্ক $(\sqrt{12}, \frac{\pi}{6})$ (Ans.)

Type-02: দুইটি বিন্দুর দূরত্ব সম্পর্কিত

Concept:

- (i) x অক্ষ হতে $P(x, y)$ বিন্দুর লম্ব দূরত্ব = $|y|$
 (ii) y অক্ষ হতে $P(x, y)$ বিন্দুর লম্ব দূরত্ব = $|x|$
 (iii) যদি (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) দ্বিমাত্রিক কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় দুইটি বিন্দু হয়, তাহলে বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ একক।
 (iv) যদি (r_1, θ_1) এবং (r_2, θ_2) দ্বিমাত্রিক পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় দুইটি বিন্দু হয় তাহলে বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}$ একক। [Note: ~ চিহ্ন পার্থক্য নির্দেশ করে।]



MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$P(x, y)$, $Q(2, -2)$ এবং $R(0, 4)$ বিন্দুত্রয় একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।

01. (i) QR এর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 1)$

[CB'21]

(ii) QR এর সমান্তরাল রেখার ঢাল 3

(iii) QR এর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{10}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii

(b) i, iii

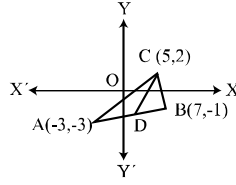
(c) ii, iii

(d) i, ii, iii

সমাধান: (b); QR এবং এর সমান্তরাল ঢাল, $m = \frac{4+2}{0-2} = -3$, $QR = \sqrt{(2-0)^2 + (4+2)^2} = 2\sqrt{10}$ একক।



নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নটির উত্তর দাও:



চিত্রে CD, AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা।

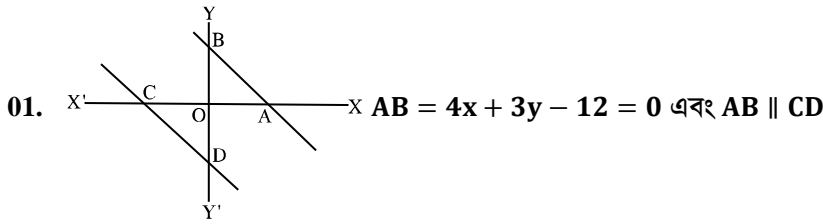
02. CD এর দৈর্ঘ্য কত একক?

- (a) 10 (b) 4 (c) 5 (d) 3

[CB'17]

সমাধান: (c); $D \equiv \left(\frac{-3+7}{2}, \frac{-3-1}{2}\right) \equiv (2, -2) \therefore CD = \sqrt{(2-5)^2 + (-2-2)^2} = 5$ একক।

CQ প্রশ্ন ও সমাধান



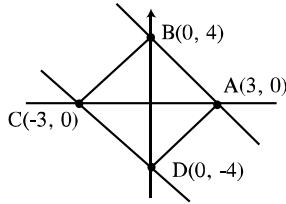
[DB'22]

(গ) দেখাও যে, ABCD একটি রম্বস।

4

সমাধান

গ.



$$AB = 4x + 3y - 12 = 0 \Rightarrow 4x + 3y = 12 \quad \left| \quad CD = 4x + 3y + 12 = 0 \Rightarrow 4x + 3y = -12 \right.$$

$$\therefore \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \dots \dots \dots (i) \quad \left| \quad \therefore \frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} = 1 \dots \dots \dots (ii) \right.$$

(i) ও (ii) সমীকরণ হতে A, B, C, D বিন্দুসমূহ চিহ্নিত করে পাই, A(3, 0), B(0, 4), C(-3, 0), D(0, -4)

$$\text{এখন, } AB = \sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2} = 5$$

$$BC = \sqrt{(0+3)^2 + (4-0)^2} = 5$$

$$CD = \sqrt{(-3-0)^2 + (0+4)^2} = 5$$

$$AD = \sqrt{(3-0)^2 + (0+4)^2} = 5$$

$$\text{আবার, } AC = \sqrt{(3+3)^2 + 0} = 6$$

$$BD = \sqrt{0 + (4+4)^2} = 8$$

এখানে, $AB = BC = CD = AD$ এবং $AC \neq BD$

অর্থাৎ, ABCD চতুর্ভুজের চারটি বাহু পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় অসমান। সুতরাং, ABCD একটি রম্বস।

02. (ক) Y-অক্ষ ও (2, 2) বিন্দু থেকে (a, 5) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, a এর মান নির্ণয় কর।

[DB'21]

সমাধান

ক. y-অক্ষ থেকে (a, 5) বিন্দুর দূরত্ব a একক।

$$\therefore \sqrt{(a-2)^2 + (5-2)^2} = a \Rightarrow a^2 - 4a + 4 + 9 = a^2 \text{ [বর্গ করে]} \Rightarrow -4a + 4 + 9 = 0 \Rightarrow a = \frac{13}{4} \text{ (Ans.)}$$

03. (ক) (3, 4) এবং (-1, 1) বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান

ক. (3, 4) ও (-1, 1) বিন্দুর দূরত্ব $d = \sqrt{\{3 - (-1)\}^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ একক (Ans.)

Type-03: বিভাগ বিন্দু ও অনুপাত সংক্রান্ত

Concept:

অন্তর্বিভক্ত:

(i) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (x, y) বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে,

$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}; y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

(ii) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (x, y) বিন্দুটি $k : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে, $x = \frac{kx_2 + x_1}{k+1}$; $y = \frac{ky_2 + y_1}{k+1}$

(iii) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দু (x, y) হলে, $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

বহির্বিভক্তি:

(i) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (x, y) বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে,

$$x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}; y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$$

(ii) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে (x, y) বিন্দুটি $k : 1$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে, $x = \frac{kx_2 - x_1}{k-1}$; $y = \frac{ky_2 - y_1}{k-1}$

Shortcut:

$A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ এর সংযোগ সরলরেখাকে-

(i) $ax + by + c = 0$ সরলরেখাটি যদি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করে তাহলে, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c}$

(ii) x অক্ষ [$y = 0$ রেখা] যদি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করে তাহলে, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{y_1}{y_2}$ [কোটিদ্বয়ের অনুপাত]

(iii) y অক্ষ [$x = 0$ রেখা] যদি $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করে তাহলে, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1}{x_2}$ [ভূজদ্বয়ের অনুপাত]

Note: অনুপাতে (+ve) হলে বহির্বিভক্তি এবং অনুপাত (-ve) হলে অন্তর্বিভক্তি নির্দেশ করে।

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

01. $(-2, 4)$ এবং $(8, -10)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে 2:3 অনুপাতে বহির্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [RB'22]

(a) $(-22, 8)$ (b) $(22, -8)$

(c) $(-22, 32)$ (d) $(22, -32)$

সমাধান: (c); $\therefore x = \frac{2 \times 8 - 3 \times (-2)}{2-3} = \frac{16+6}{-1} = -22$

$\therefore y = \frac{2 \times (-10) - 3 \times (4)}{2-3} = \frac{-20-12}{-1} = 32$

$\therefore R = R(-22, 32)$

02. $A(3, -2), B(4, 6)$ এবং $C(5, 7)$ কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হলে- [Ctg.B'22]

(i) ভরকেন্দ্র $(4, \frac{11}{3})$ (ii) BC এর মধ্যবিন্দু $(\frac{9}{2}, \frac{13}{2})$

(iii) AB এর সমীকরণ $8x - y - 26 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

সমাধান: (d); ভরকেন্দ্র $\equiv (\frac{3+4+5}{3}, \frac{-2+6+7}{3})$

$= (4, \frac{11}{3})$ BC এর মধ্যবিন্দু $= (\frac{9}{2}, \frac{13}{2})$

AB এর সমীকরণ $\Rightarrow \frac{y+2}{-2-6} = \frac{x-3}{3-4}$

$\Rightarrow -y - 2 = -8x + 24 \Rightarrow 8x - y - 26 = 0$

03. $(-3, -4)$ ও $(6, 2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাটিকে y - অক্ষরেখা যে অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে, তা হলো [MB'22]

(a) 2:1 (b) 1:2 (c) 2:3 (d) 3:2

সমাধান: (b); বিন্দুটি $(0, y)$; ধরি, 1:k অনুপাতে বিভক্ত

করে $\therefore R = (\frac{-3k+6}{1+k}, \frac{-4k+2}{1+k})$

এখন, $\frac{-3k+6}{1+k} = 0 \Rightarrow -3k + 6 = 0$

$\Rightarrow -3k = -6 \therefore k = 2 \therefore 1:2$ অনুপাতে।

Shortcut: নির্ণেয় অনুপাত = $-(\text{ভূজদ্বয়ের অনুপাত})$

04. $A(1, -2)$ ও $B(-8, 1)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ BA কে 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? [CB'17]

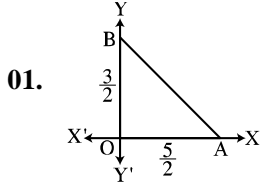
(a) $(-5, -1)$ (b) $(-2, -1)$

(c) $(-2, -0)$ (d) $(-5, 0)$

সমাধান: (b); $\bullet \xrightarrow{1} \bullet \xrightarrow{2} \bullet$
A(1,-2) C(x,y) B(-8,1)

C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\equiv (\frac{-8+2}{3}, \frac{1-4}{3}) \equiv (-2, -1)$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান



[BB'22]

(খ) সমত্রিখণ্ডন বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

4

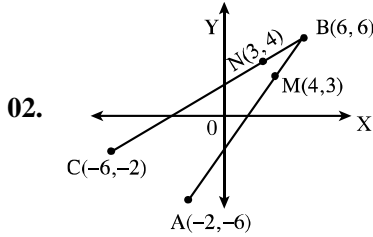
সমাধান

ধরি, AB এর সমত্রিখণ্ডক বিন্দুদ্বয় P ও Q। এক্ষেত্রে, P ও Q বিন্দুদ্বয় AB কে যথাক্রমে 1:2 এবং 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{1 \times 0 + 2 \times \frac{5}{2}}{1+2}, \frac{1 \times \frac{3}{2} + 2 \times 0}{1+2} \right) = \left(\frac{5}{3}, \frac{1}{2} \right)$$

$$\therefore Q \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{2 \times 0 + 1 \times \frac{5}{2}}{1+2}, \frac{2 \times \frac{3}{2} + 1 \times 0}{1+2} \right) = \left(\frac{5}{6}, 1 \right)$$

$$\therefore AB \text{ এর সমত্রিখণ্ডক বিন্দুদ্বয় যথাক্রমে } \left(\frac{5}{3}, \frac{1}{2} \right) \text{ এবং } \left(\frac{5}{6}, 1 \right)$$



[CB'22]

(ক) AM রেখাটি x-অক্ষ দ্বারা যে অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়, তা নির্ণয় কর।

2

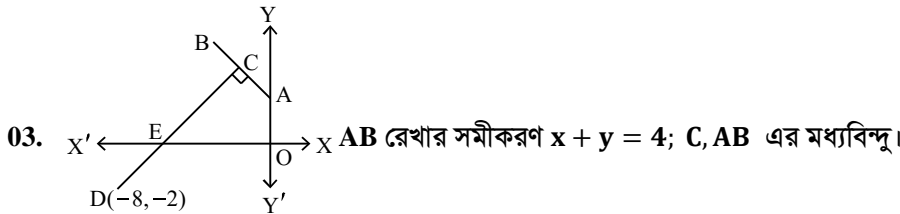
সমাধান

ক. দেওয়া আছে, A(-2, -6) ও M(4, 3)

মনেকরি, AM রেখাটি x-অক্ষ দ্বারা k: 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{3k-6}{k+1} = 0 \Rightarrow 3k = 6 \therefore k = 2$$

সুতরাং, AM রেখাটি x-অক্ষ দ্বারা 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।



[RB'21]

(গ) O বিন্দু এবং EC রেখার সমত্রিখণ্ডন বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

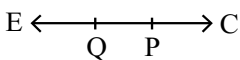
সমাধান

গ. 'খ' হতে

$$CD \text{ রেখার সমীকরণ } x - y + 6 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$AB \text{ রেখার সমীকরণ } x + y - 4 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) হতে পাই, $4 - x = x + 6$ বা, $x = -1$ এবং $y = 5 \therefore c \equiv (-1, 5)$ এবং $E \equiv (-6, 0)$



$$EC \text{ রেখাকে P বিন্দু } 2:1 \text{ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে } p(x_1, y_1) = \left(\frac{-2-6}{3}, \frac{10+0}{3} \right) = \left(-\frac{8}{3}, \frac{10}{3} \right)$$

আবার, $Q(x_2, y_2)$ বিন্দু EC রেখাকে 1:2 অনুপাতে বিভক্ত করলে $Q(x_2, y_2) = \left(\frac{-1-12}{3}, \frac{5+0}{3}\right) = \left(\frac{-13}{3}, \frac{5}{3}\right)$

OP রেখার সমীকরণ, $y = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{3}{8}}x \Rightarrow -8y - 10x \Rightarrow 5x + 4y = 0$

OQ রেখার সমীকরণ, $y = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{3}{13}}x \Rightarrow -13y = 5x \Rightarrow 5x + 13y = 0$

নির্ণেয় সমীকরণদ্বয়, $5x + 4y = 0 \Rightarrow 5x + 13y = 0$ (Ans.)

04. (ক) $(-2, 3)$ ও $(1, 2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে 3:2 অনুপাতে বহির্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [MB'21]

সমাধান

ক. নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x, y) \equiv \left(\frac{3 \times 1 - 2(-2)}{3-2}, \frac{3 \times 2 - 2 \times 3}{3-2}\right) \equiv (7, 0)$ (Ans.)

05. একটি সরলরেখার সমীকরণ $4x - 3y + c = 0$ এর উপর দুটি বিন্দু $P(4, 3)$ ও $Q(-8, -5)$ [RB'19]

(ক) PQ রেখাকে x-অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা বের কর। 2

সমাধান

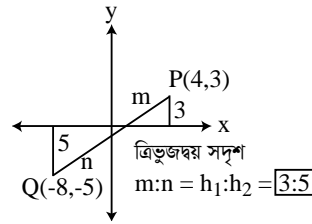
ক. ধরি, L হল নির্ণেয় বিন্দু $\begin{matrix} m & n \\ \hline P(4,3) & L(P,0) & Q(-8,-5) \end{matrix}$

যা x - অক্ষের উপর অবস্থিত, যা m:n অনুপাত বিভক্ত করেছে

$\therefore \frac{-5m+3n}{m+n} = 0$; $5m = 3n \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{3}{5}$ [x-অক্ষের উপর কোনো বিন্দুর কোটি 0]

\therefore PQ রেখাকে x অক্ষ 3:5 অনুপাতে বিভক্ত করে।

বিকল্প:



Type-04: ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

→ Concept:

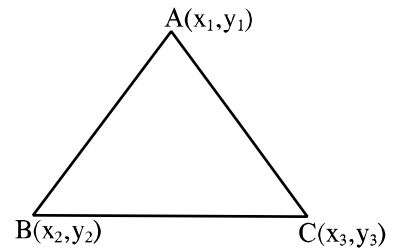
(i) ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:

$\Delta ABC = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$ বর্গ একক

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \\ (-) & (-) & (+) & (+) & (+) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & x_2-x_1 & x_3-x_1 & 0 \\ 0 & y_2-y_1 & y_3-y_1 & 0 \\ (-) & & & (+) \end{vmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{সকল ভুক্তি থেকে } x_1 \text{ বিয়োগ করে} \\ \leftarrow \text{সকল ভুক্তি থেকে } y_1 \text{ বিয়োগ করে} \end{matrix}$$



সমাধান

৬. দেওয়া আছে, $OA = 4$, $OB = 2$, $OC = 3$ এবং $AP = PQ = QB$

O বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 0)$

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4, 0)$

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -2)$

C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 3)$

চিত্র হতে পাই,

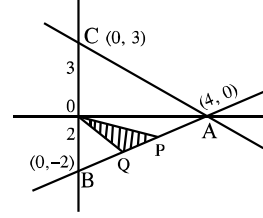
BA রেখাংশকে Q বিন্দু 1:2 এবং P বিন্দু 2:1 অনুপাত অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore Q \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{1 \times 4 + 2 \times 0}{1+2}, \frac{1 \times 0 + 2 \times (-2)}{1+2} \right) = \left(\frac{4}{3}, \frac{-4}{3} \right)$$

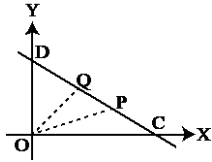
$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 0}{1+2}, \frac{2 \times 0 + 1 \times (-2)}{1+2} \right) = \left(\frac{8}{3}, \frac{-2}{3} \right)$$

$$\therefore \Delta OPQ \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{4}{3} & -\frac{4}{3} & 1 \\ \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left(\frac{-8}{9} + \frac{32}{9} \right) = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} \text{ বর্গএকক?}$$

$$\therefore \Delta OPQ \text{ এর ক্ষেত্রফল } \frac{4}{3} \text{ বর্গএকক}$$



02. দৃশ্যকল্প:



AB রেখার সমীকরণ $2x + 3y = 12$ এবং CD রেখার উপর $(6, 4)$ একটি বিন্দু।

[JB'21]

(খ) $AB \parallel CD$ এবং CD রেখার সমত্রিখণ্ডক বিন্দুদ্বয় P ও Q হলে, ΔOPQ এর ক্ষেত্রফল বের কর।

4

সমাধান

৬. $CD \parallel AB$

\therefore CD রেখার সমীকরণ, $2x + 3y = k \dots\dots\dots$ (i)

এটি $(6, 4)$ বিন্দুগামী। $\therefore k = 2 \times 6 + 3 \times 4 = 24$

\therefore CD রেখার সমীকরণ $2x + 3y = 24 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 1 \dots\dots\dots$ (ii)

\therefore C বিন্দুর স্থানাঙ্ক, $(12, 0)$; D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 8)$

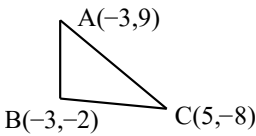
\therefore P বিন্দুর স্থানাঙ্ক, $\left(\frac{12 \times 2 + 0}{2+1}, \frac{0 \times 2 + 8}{2+1} \right) \equiv \left(8, \frac{8}{3} \right)$

Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক, $\left(\frac{12 + 0 \times 2}{1+2}, \frac{0 \times 1 + 8 \times 2}{1+2} \right) = \left(4, \frac{16}{3} \right)$

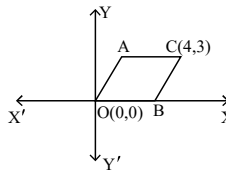
$$\therefore OPQ \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, } \Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 8 & \frac{8}{3} & 1 \\ 4 & \frac{16}{3} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left(\frac{128}{3} - \frac{32}{3} \right) \text{ বর্গএকক} = 16 \text{ বর্গএকক (Ans.)}$$

03.

[CB'21]



উদ্দীপক ১



উদ্দীপক ২

(খ) উদ্দীপক-১ এর প্রদর্শিত ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সাহায্যে A বিন্দু হতে BC এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

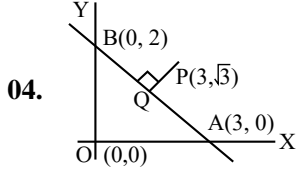
4

সমাধান

৯. ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & 9 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \\ 5 & -8 & 1 \end{vmatrix}$

= $\frac{1}{2}[-3(-2+8) - 9(-3-5) + 1(24+10)] = \frac{1}{2}(88)$ বর্গ একক = 44 বর্গ একক

শর্তমতে, $\frac{1}{2} \times \sqrt{(-3-5)^2 + (8-2)^2} \times h = 44 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 10 \times h = 44 \Rightarrow h = \frac{44}{5}$ একক (Ans.)



[DB'19]

(খ) $AQ : QB = 2 : 3$ হলে, ΔPQB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

4

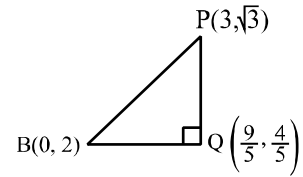
সমাধান

৯. $B(0, 2)$ $Q(x, y)$ $A(3, 0)$; ধরি, Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

$\frac{AQ}{BQ} = \frac{2}{3} \therefore Q$ এর স্থানাঙ্ক $\equiv \left(\frac{2 \times 0 + 3 \times 3}{2+3}, \frac{2 \times 2 + 3 \times 0}{2+3} \right) \equiv \left(\frac{9}{5}, \frac{4}{5} \right)$

এখন, ΔPQB এ, $P(3, \sqrt{3})$; $Q\left(\frac{9}{5}, \frac{4}{5}\right)$ ও $B(0, 2)$

$\therefore \Delta PQB$ এর ক্ষেত্রফল = $\left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & \sqrt{3} & 1 \\ \frac{9}{5} & \frac{4}{5} & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \right|$ বর্গ একক।



= $\left| \frac{1}{2} \left\{ 3 \left(\frac{4}{5} - 2 \right) - \sqrt{3} \left(\frac{9}{5} \right) + 1 \left(\frac{9}{5} \times 2 \right) \right\} \right|$ বর্গ একক। = $\left| \frac{1}{2} \times -\frac{9\sqrt{3}}{5} \right|$ বর্গ একক। = $\frac{9\sqrt{3}}{10}$ বর্গ একক। (Ans.)

Type-05: সঞ্চারণপথের সমীকরণ সংক্রান্ত

Tips:

প্রশ্নে প্রদত্ত শর্তসমূহ ব্যবহার করে একটি সেটের সকল বিন্দুর জন্য x ও y এর মধ্যে সাধারণ সম্পর্ক বের করতে হবে।
 x ও y সম্বলিত এই সমীকরণ টাই হবে সঞ্চারণপথ।

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$P(x, y)$, $Q(2, -2)$ এবং $R(0, 4)$ বিন্দুত্রয় একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।

01. P হতে QR এর উপর মধ্যমার দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}$ একক হলে, মধ্যমাটির সমীকরণ নিচের কোনটি? [CB'21]

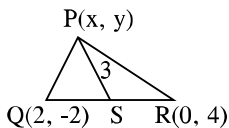
(a) $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 1$

(b) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 1$

(c) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 1$

(d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 1$

সমাধান: (c); QR এর মধ্যবিন্দু $\equiv S\left(\frac{2+0}{2}, \frac{-2+4}{2}\right) \equiv (1, 1) \therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y = 1$



CQ প্রশ্ন ও সমাধান

01. (ক) $(3, -11)$ বিন্দু থেকে সর্বদা 5 একক দূরত্বে অবস্থিত কোনো চলমান বিন্দুর সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ctg.B'22]

সমাধান

ক. মনে করি, বিন্দুটি (x, y)

$$\text{প্রশ্নমতে, } \sqrt{(3-x)^2 + (-11-y)^2} = 5 \Rightarrow (x-3)^2 + (y+11)^2 = 5^2 \\ \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 + 22y + 121 = 25 \therefore x^2 + y^2 - 6x + 22y + 105 = 0 \text{ (Ans.)}$$

02. $L(2, -1)$, $M(-3, 3)$ এবং $2x - y + 1 = 0$.

[JB'22]

(ক) $(1, 1)$ বিন্দু থেকে যে সকল বিন্দুর দূরত্ব সর্বদাই 5 একক, ঐ সকল বিন্দুর সঞ্চারণ পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

2

সমাধান

ক. আমরা জানি, দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ধরি, $A(1, 1)$ এবং $B(x, y)$ এবং দূরত্ব, $d = 5$

$$\therefore 5 = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 - 25 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$$

$$\therefore \text{বিন্দুটির সঞ্চারণ পথের সমীকরণ: } x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$$

Type-06: ঢাল সংক্রান্ত

→ Concept:

কোনো সরলরেখা (যা x -অক্ষের উপর লম্ব নয়) x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে সেই কোণের ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্টের মানকে রেখাটির ঢাল বলে।

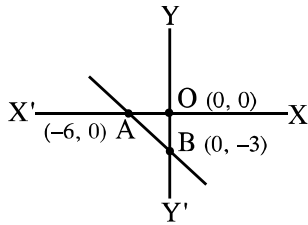
ঢালকে সাধারণত m দ্বারা সূচিত করা হয়। AB সরলরেখা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ ($0^\circ \leq \theta < 180^\circ$; $\theta \neq 90^\circ$) কোণ উৎপন্ন করলে, তার ঢাল $m = \tan \theta$ । ভূজ এর প্রতি একক পরিবর্তনের সাথে সাথে কোটির পরিবর্তনের হারই ঢাল।

(i) (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_2)} = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{\text{কোটির অক্ষের অন্তর}}{\text{ভূজের অন্তর}}$

(ii) $ax + by + c = 0$ সরলরেখার ঢাল, $m = -\frac{a}{b} = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}}$

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



01. AB এর ঢাল কত?

[DB'22]

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $-\frac{3}{4}$ (d) $-\frac{4}{3}$

সমাধান: (a); $m = \frac{-3-0}{0-(-6)} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

02. $4x - 8y + 23 = 0$ রেখার ঢাল কত?

[BB'22]

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) -2 (d) 2

সমাধান: (b); $4x - 8y + 23 = 0 \Rightarrow 8y = 4x + 23$

$\therefore y = \frac{4x}{8} + \frac{23}{8} = \frac{1}{2}x + \frac{23}{8} \therefore \text{ঢাল} = \frac{1}{2}$

03. $3x + \sqrt{3}y - 10 = 0$ রেখাটি x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে? [BB, MB'22]

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$

সমাধান: (b); $3x + \sqrt{3}y - 10 = 0 \Rightarrow 3x + \sqrt{3}y = 10$

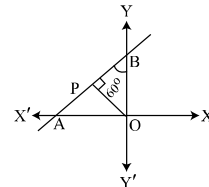
$= 10 \Rightarrow \frac{3x}{10} + \frac{\sqrt{3}y}{10} = 1 \Rightarrow \frac{x}{\frac{10}{3}} + \frac{y}{\frac{10}{\sqrt{3}}} = 1$

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ স্থূলকোণ $\theta = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{b}{a} \right|$

$= \pi - \tan^{-1} \left| \frac{\frac{10}{\sqrt{3}}}{\frac{10}{3}} \right| = \pi - \tan^{-1} \sqrt{3} = \pi - \frac{\pi}{3}$

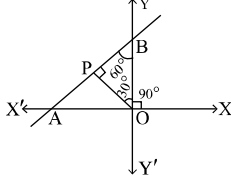
$\theta = \frac{2\pi}{3}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



04. OP রেখার ঢাল কত? [SB'21]
 (a) $-\sqrt{3}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\sqrt{3}$

সমাধান: (a); ঢাল, $m = \tan(90^\circ + 30^\circ)$
 $= -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$



05. একটি সরলরেখা (5, 5) ও (3, 7) বিন্দুগামী হলে রেখাটির ঢাল কত? [BB'21]
 (a) -2 (b) -1 (c) 3 (d) 10
 সমাধান: (b); $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 5}{3 - 5} = -1$

06. $x - \sqrt{3}y = 7$ সরলরেখার ঢাল কত? [RB'19]
 (a) $-\sqrt{3}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\sqrt{3}$

সমাধান: (c); $\sqrt{3}y = x - 7 \Rightarrow y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{7}{\sqrt{3}}$

$\therefore m = \frac{1}{\sqrt{3}}$

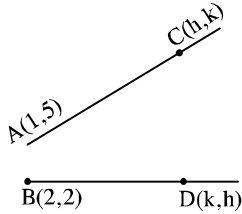
বিকল্প: ঢাল, $m = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{1}{(-\sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:
 $x + y + 3 = 0$

07. উপরোক্ত সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করে? [Ctg.B'19]
 (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 135°
 সমাধান: (d); $y = -x - 3 \therefore \tan \theta = -1 \Rightarrow \theta = 135^\circ$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান

01.



[RB'22]

(খ) AC এবং BD রেখাদ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে -2 এবং -1 হলে x- অক্ষকে CD রেখা যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। 4

সমাধান

ঢাল = $\frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}} \therefore AC \text{ এর ঢাল} = \frac{k-5}{h-1} \therefore BD \text{ এর ঢাল} = \frac{h-2}{k-2}$

দেওয়া আছে, AC এর ঢাল = -2 এবং BD এর ঢাল = -1

শর্তমতে, $\frac{k}{h-1} = -2 \Rightarrow k - 5 = -2h + 2 \therefore k + 2h = 7 \dots \dots (i)$

আবার, $\frac{h-2}{k-2} = -1 \Rightarrow h - 2 = -k + 2 \therefore h + k = 4 \dots \dots (ii)$

এখন, (i) - (ii) $\Rightarrow (k + 2h) - (h + k) = 7 - 4 \Rightarrow k + 2h - h - k = 3 \therefore h = 3$

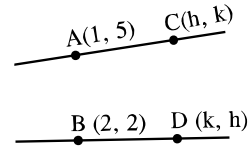
(ii) $\Rightarrow 3 + k = 4 \therefore k = 1$

$\therefore C$ ও D বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $C(3,1)$ এবং $D(1,3)$

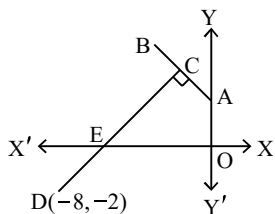
$\therefore CD$ রেখার সমীকরণ, $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2} \Rightarrow \frac{x-3}{3-1} = \frac{y-1}{1-3} \Rightarrow \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-2}$

$\Rightarrow x - 3 = -(y - 1) \Rightarrow x + y = 1 + 3 \Rightarrow x + y = 4 \therefore \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$

$\therefore CD$ রেখা x অক্ষকে (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।



02.



; AB রেখার সমীকরণ $x + y = 4$; C, AB এর মধ্যবিন্দু।

[RB'21]

(ক) AB রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

2

সমাধান

ক. AB রেখার ঢাল, $m = -\frac{1}{1} = -1$

ধরি, x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ তৈরি করে,

$\therefore m = \tan\theta$ বা, $\tan\theta = -1 = \tan 135^\circ \therefore \theta = 135^\circ$ (Ans.)

Type-07: বিভিন্ন ধরনের সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়

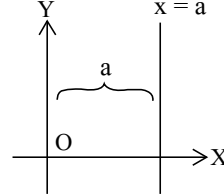
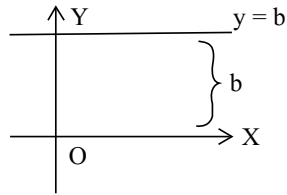
→ Concept:

(i) অক্ষের সমীকরণ: x-অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$ এবং y-অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$

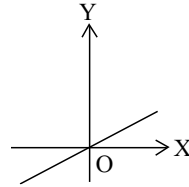
(ii) অক্ষদ্বয়ের সমান্তরাল সরলরেখা:

(a) একটি সরলরেখা x-অক্ষের সমান্তরাল এবং তার y-অক্ষের খণ্ডিতাংশ b হলে, রেখাটির সমীকরণ, $y = b$

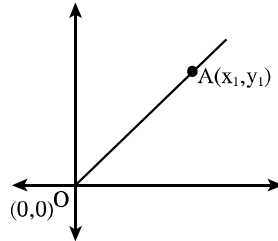
(b) একটি সরলরেখা y-অক্ষের সমান্তরাল এবং তার x-অক্ষের খণ্ডিতাংশ a হলে, রেখাটির সমীকরণ, $x = a$



(iii) মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ: একটি সরলরেখা মূলবিন্দুগামী এবং ঢাল m তবে রেখাটির সমীকরণ, $y = mx$

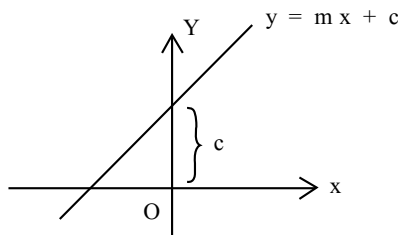


(iv) মূলবিন্দু এবং একটি নির্দিষ্ট বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:



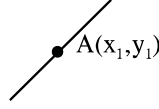
একটি সরলরেখা মূলবিন্দু $(0,0)$ এবং $A(x_1, y_1)$ [নির্দিষ্ট বিন্দু] বিন্দুগামী হয় তাহলে তার সমীকরণ, $y = \frac{y_1}{x_1}x$

(v) সরলরেখার ঢাল সমীকরণ: একটি সরল রেখার ঢাল m এবং y- অক্ষের খণ্ডিতাংশ c, তবে সরলরেখাটির সমীকরণ হবে, $y = mx + c$

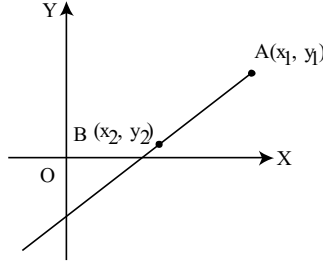


- (vi) এক বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ: একটি সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দুগামী তবে রেখাটির সমীকরণ হবে,

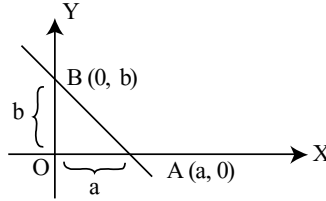
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



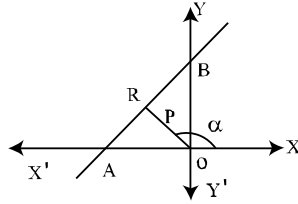
- (vii) দুই বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ: $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ হলে, AB সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2}$



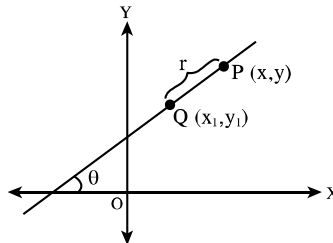
- (viii) সরলরেখার ছেদক আকৃতির সমীকরণ: একটি সরলরেখার x এবং y -অক্ষের ছেদক অংশ যথাক্রমে a এবং b হলে রেখাটির সমীকরণ হবে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$



- (ix) সরলরেখার লম্ব আকৃতির সমীকরণ: মূলবিন্দু থেকে যে রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য P এবং উক্ত লম্ব x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে α কোণ তৈরি করে, এরূপ রেখার সমীকরণ, $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$



- (x) সরলরেখার দূরত্ব আকৃতির সমীকরণ:



যদি একটি সরলরেখার উপরস্থ $Q(x_1, y_1)$ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হয় এবং উক্ত বিন্দু থেকে কোন চলমান বিন্দু $P(x, y)$ এর দূরত্ব r (variable) হয় তাহলে সরলরেখাটির সমীকরণ, $\frac{x-x_1}{\cos \theta} = \frac{y-y_1}{\sin \theta} = \pm r$
 যেখানে, θ হলো সরলরেখাটির x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ।

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

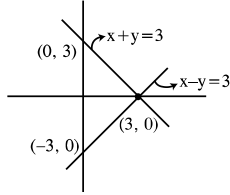
নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x + y = 3$ এবং $x - y = 3$ দুইটি রেখার সমীকরণ।

01. রেখাদ্বয় Y-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [RB'22] [Ans: b]

(a) 6 (b) 9 (c) 12 (d) 18

সমাধান: (b);



\therefore ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3\right) \times 2 = 9$ বর্গ একক।

02. $(-5, 10)$ বিন্দুগামী সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\tan^{-1} \frac{3}{4}$ কোণ উৎপন্ন করে। সরলরেখার সমীকরণ- [Ctg.B'22]

(a) $4x + 3y - 10 = 0$ (b) $3x - 4y + 55 = 0$
(c) $3x + 4y + 55 = 0$ (d) $4x + 3y + 30 = 0$

সমাধান: (b); $(y - y_1) = m(x - x_1)$

$$\Rightarrow (y - 10) = \tan \left[\tan^{-1} \frac{3}{4} \right] (x + 5)$$

$$\Rightarrow (y - 10) = \frac{3}{4} (x + 5) \Rightarrow 4y - 40 = 3x + 15$$

$$\Rightarrow 3x - 4y + 55 = 0$$

03. $2x + 3y = 8$ রেখা দ্বারা- [SB'22] [Ans: a]

(i) x-অক্ষের খণ্ডিতাংশ 4

(ii) অক্ষদ্বয়ের সাথে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\frac{16}{3}$ বর্গ একক

(iii) y-অক্ষকে $(0, 8)$ বিন্দুতে ছেদ করে

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

04. যে সরলরেখা x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এবং মূলবিন্দু দিয়ে যায় তার সমীকরণ কোনটি? [BB'22; Ctg.B'21]

(a) $x = \sqrt{3}y$

(b) $y = \sqrt{3}x$

(c) $y + \sqrt{3}x = 0$

(d) $\sqrt{3}y + x = 0$

সমাধান: (b); মূলবিন্দুগামী রেখা, $y = mx$; m

$$= \tan 60^\circ = \sqrt{3} \therefore y = mx = \sqrt{3}x$$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3x - 4y - 12 = 0$ সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে

A ও B বিন্দুতে ছেদ করে,

05. B বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত? [JB'22] [Ans: c]

(a) (4, 0) (b) (0, 3) (c) (0, -3) (d) (0, 4)

06. $x + y - 4 = 0$ সরলরেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ তৈরি করে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [JB'22] [Ans: b]

(a) 4 (b) 8 (c) 16 (d) 32

07. $4x - 5y + 9 = 0$ সরলরেখাটির - [CB'22]

(i) ঢাল = $\frac{4}{5}$ (ii) x-অক্ষের খণ্ডিতাংশ = $\frac{9}{4}$

(iii) y-অক্ষের ছেদবিন্দু = $\left(0, \frac{9}{5}\right)$

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

সমাধান: (d); (i) $4x - 5y + 9 = 0$

$$\Rightarrow 5y = 4x + 9 \Rightarrow y = \frac{4}{5}x + \frac{9}{5}$$

$$\therefore \text{ঢাল} = \frac{4}{5} \Rightarrow 4x - 5y = -9 \Rightarrow \frac{4x}{-9} - \frac{5y}{-9} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\left(\frac{-9}{4}\right)} + \frac{y}{\left(\frac{9}{5}\right)} = 1$$

(ii) x অক্ষের খণ্ডিতাংশ = $\left| -\frac{9}{4} \right| = \frac{9}{4}$ (iii)

\therefore y অক্ষের ছেদবিন্দু $\equiv \left(0, \frac{9}{5}\right)$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\sqrt{2}x - y + 5 = 0$ একটি সরলরেখার সমীকরণ।

08. প্রদত্ত সরলরেখার দ্বারা y-অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য কোনটি? [CB'22]

(a) -5 (b) $-\frac{5}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ (d) 5

সমাধান: (d); $\sqrt{2}x - y + 5 = 0 \Rightarrow y = \sqrt{2}x + 5$

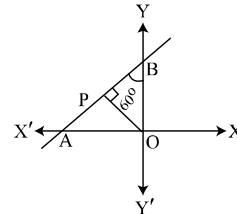
\therefore y অক্ষের খণ্ডিতাংশ = 5

09. $px + qy = pq$ সরলরেখাটি x ও y অক্ষদ্বয় হতে যথাক্রমে যে যে অংশ খণ্ডন করে তাদের দৈর্ঘ্য- [Ctg.B'21]

(a) p, q (b) q, p (c) $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}$ (d) $\frac{1}{q}, \frac{1}{p}$

সমাধান: (b); $px + qy = pq \Rightarrow \frac{x}{q} + \frac{y}{p} = 1$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



10. $OP = 2$ হলে, AB রেখার সমীকরণ কোনটি? [SB'21]

(a) $x + \sqrt{3}y + 4 = 0$ (b) $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$

(c) $\sqrt{3}x + y + 4 = 0$ (d) $\sqrt{3}x - y + 4 = 0$

সমাধান: (b); $x \cos 120^\circ + y \sin 120^\circ = OP$

$$\Rightarrow -\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}y}{2} = 2 \Rightarrow x - \sqrt{3}y + 4 = 0$$

11. $3x + 4y - 12 = 0$ সরলরেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে একটি ত্রিভুজ গঠন করলে- [BB'21]

- (i) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক
(ii) ত্রিভুজটি ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত
(iii) অক্ষদ্বয় কর্তৃক রেখাটির খণ্ডিত অংশের পরিমাণ 5 একক নিচের কোনটি সঠিক?
(a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii
সমাধান: (d); $3x + 4y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

∴ ত্রিভুজটি ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত

অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিতাংশ = $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ একক

∴ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ বর্গ একক।

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x + 2y - \sqrt{5} = 0$ একটি সরলরেখার সমীকরণ।

12. উদ্দীপকের সরলরেখাটি দ্বারা স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়ের সহিত উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি? [BB'21]

- (a) $\frac{5}{8}$ বর্গ একক (b) $\frac{5}{4}$ বর্গ একক
(c) $\frac{5}{2}$ বর্গ একক (d) $4\sqrt{5}$ বর্গ একক

সমাধান: (a); $2x + 2y = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{x}{\frac{\sqrt{5}}{2}} + \frac{y}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = 1$

∴ ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{5}{8}$ বর্গ একক।

13. একটি সরলরেখার ঢাল $\frac{2}{3}$ এবং y- অক্ষের খণ্ডিতাংশ -5 হলে, রেখাটির সমীকরণ- [CB'21]

- (a) $2x + 3y = 15$ (b) $3x + 2y = 15$
(c) $2x - 3y = 15$ (d) $3x - 2y = 15$

সমাধান: (c); সমীকরণ, $y = \frac{2}{3}x - 5$

$\Rightarrow 3y = 2x - 15 \Rightarrow 2x - 3y = 15$

14. (1, 2) ও (3, -2) বিন্দুগামী রেখার অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য কত? [CB'21]

- (a) $2\sqrt{5}$ (b) $3\sqrt{5}$ (c) $5\sqrt{2}$ (d) $5\sqrt{3}$

সমাধান: (a); $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1} \Rightarrow \frac{y-2}{-2} = \frac{x-1}{1-3}$

$\Rightarrow \frac{y-2}{-2} = \frac{x-1}{-2} \Rightarrow y-2 = -2x+2$

$\Rightarrow 2x+y=4 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$

∴ অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিতাংশের

দৈর্ঘ্য = $\sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ একক।

15. $ax + by + c = 0$ সমীকরণটি একটি সরলরেখা নির্দেশ করে। [MB'21]

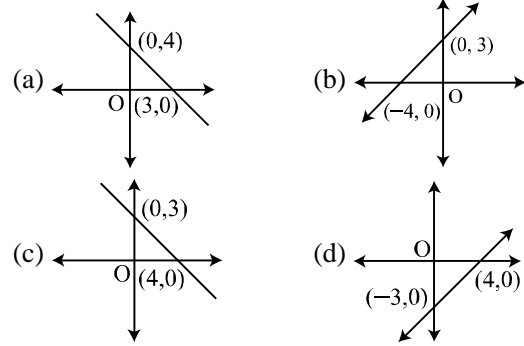
- (i) সরলরেখাটির ঢাল $-\frac{a}{b}$
(ii) $c = 0$ হলে সেটি মূলবিন্দুগামী
(iii) অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}|ab|$ বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii
সমাধান: (a); (iii) এর ক্ষেত্রে $ax + by = -c$

$\Rightarrow \frac{x}{-\frac{c}{a}} + \frac{y}{-\frac{c}{b}} = 1 \therefore \Delta = \frac{1}{2} \left| \left(-\frac{c}{a}\right) \left(-\frac{c}{b}\right) \right| = \frac{1}{2} \times \left| \frac{c^2}{ab} \right|$

16. $3x + 4y = 12$ সরলরেখাটির লেখচিত্র কোনটি? [RB'19]



সমাধান: (c); $3x + 4y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

17. $y = x$ সরলরেখাটি- [SB'19]

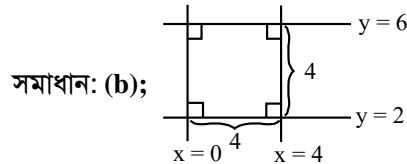
- (i) মূলবিন্দুগামী (ii) ঢাল 1
(iii) উভয় অক্ষের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

18. $x = 0, x = 4, y = 2, y = 6$ রেখাগুলো দ্বারা আবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [JB'19]

- (a) 24 (b) 16 (c) 12 (d) 8



সমাধান: (b);

∴ ক্ষেত্রফল = $4 \times 4 = 16$ বর্গ একক

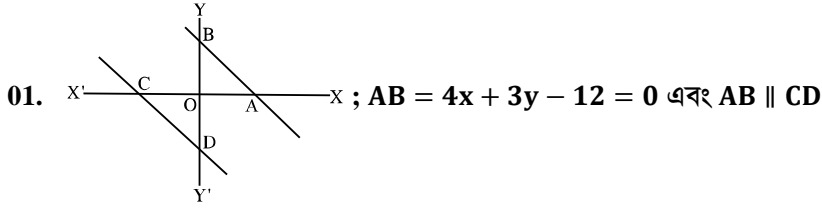
19. $3x - 2y + 6 = 0$ সরলরেখা দ্বারা x-অক্ষের খণ্ডিতাংশ কত একক? [Ctg.B'17]

- (a) -3 (b) -2 (c) 2 (d) 3

সমাধান: (c); $3x - 2y = -6 \Rightarrow \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$

Note: দূরত্ব (-) হয়না।

CQ প্রশ্ন ও সমাধান



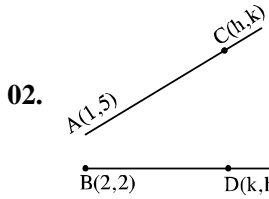
[DB'22]

(ক) AB কে ঢাল আকারে প্রকাশ করে ইহার ঢাল নির্ণয় কর।

2

সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $AB = 4x + 3y - 12 = 0 \Rightarrow 3y = -4x + 12 \therefore y = -\frac{4}{3}x + 4 \dots \dots (i)$

(i) নং সমীকরণটি AB কে ঢাল আকারে প্রকাশিত রূপ।(i) কে $y = mx + c$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $m = -\frac{4}{3}$ এবং $c = 4$ 

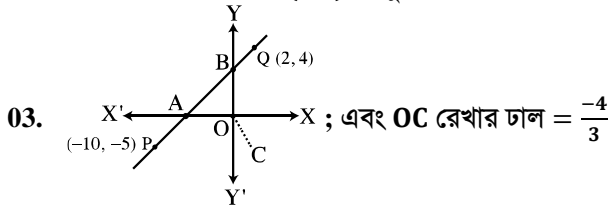
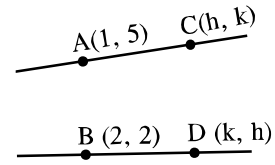
[RB'22]

(খ) AC এবং BD রেখাছয়ের ঢাল যথাক্রমে -2 এবং -1 হলে x - অক্ষকে CD রেখা যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

4

সমাধান

ঢাল = $\frac{\text{কোটিংয়ের অন্তর}}{\text{ভূজয়ের অন্তর}} \therefore AC$ এর ঢাল = $\frac{k-5}{h-1}$ $\therefore BD$ এর ঢাল = $\frac{h-2}{k-2}$

দেওয়া আছে, AC এর ঢাল = -2 এবং BD এর ঢাল = -1 শর্তমতে, $\frac{k}{h-1} = -2 \Rightarrow k - 5 = -2h + 2 \therefore k + 2h = 7 \dots \dots (i)$ আবার, $\frac{h-2}{k-2} = -1 \Rightarrow h - 2 = -k + 2 \therefore h + k = 4 \dots \dots (ii)$ এখন, (i) - (ii) $\Rightarrow (k + 2h) - (h + k) = 7 - 4 \Rightarrow k + 2h - h - k = 3 \therefore h = 3$ (ii) $\Rightarrow 3 + k = 4 \therefore k = 1$ $\therefore C$ ও D বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $C(3,1)$ এবং $D(1,3)$ $\therefore CD$ রেখার সমীকরণ, $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2} \Rightarrow \frac{x-3}{3-1} = \frac{y-1}{1-3} \Rightarrow \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-2}$ $\Rightarrow x - 3 = -(y - 1) \Rightarrow x + y = 1 + 3 \Rightarrow x + y = 4 \therefore \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$ $\therefore CD$ রেখা x অক্ষকে $(4,0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

[Ctg.B'22]

(ক) $(3,6)$ বিন্দুগামী $\frac{1}{3}x + 5y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

2

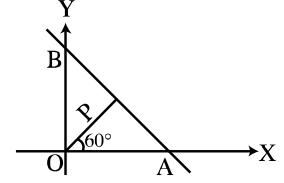
সমাধান

ক. $(3,6)$ বিন্দুগামী ও m ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ: $y - 6 = m(x - 3) \dots \dots (i)$ এখন, $\frac{x}{3} + 5y + 8 = 0 \Rightarrow 5y = -\frac{x}{3} - 8$ $\Rightarrow y = -\frac{x}{15} - \frac{8}{5} \therefore y = \left(-\frac{1}{15}\right)x + \left(-\frac{8}{5}\right)$ অর্থাৎ, $m = -\frac{1}{15}$ সুতরাং, $(3,6)$ বিন্দুগামী ও $\frac{1}{3}x + 5y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ: $y - 6 = -\frac{1}{15}(x - 3)$ (Ans.)

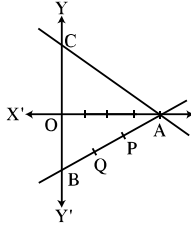
04. উদ্দীপকে-১: AB সরলরেখাটি প্রথম চতুর্ভাগে $\frac{32}{\sqrt{3}}$ বর্গ একক ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ΔOAB গঠন করে এবং মূলবিন্দু হতে AB এর উপর লম্ব OP যা x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণে আনত। [CB'22]
(খ) উদ্দীপক-১ এ উল্লিখিত AB এর সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

সমাধান

- মনে করি, সরলরেখাটির সমীকরণ: $x \cos \alpha + y \sin \alpha = P$
 $x \cos 60^\circ + y \sin 60^\circ = P$ [প্রদত্ত $\alpha = 60^\circ$]
 $\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}y}{2} = P \Rightarrow \frac{x}{2P} + \frac{\sqrt{3}y}{2P} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2P} + \frac{y}{\frac{2P}{\sqrt{3}}} = 1$
 এটিকে $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a = 2P, b = \frac{2P}{\sqrt{3}}$
 প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times 2P \times \frac{2P}{\sqrt{3}} = \frac{32}{\sqrt{3}}$
 $2P^2 = 32 \Rightarrow P^2 = 16 \therefore P = 4$ [\because P সর্বদা ধনাত্মক]
 \therefore নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}y}{2} = 4 \Rightarrow x + \sqrt{3}y - 8 = 0$ (Ans.)



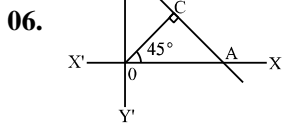
05. x' x ; চিত্রে $OA = 4, OB = 2$ এবং $OC = 3$ [Din.B'22]



- (ক) $(2, -3)$ বিন্দুগামী এবং x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ এমন সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 2

সমাধান

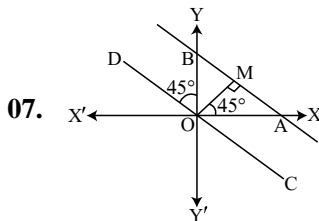
- ক. দেওয়া আছে, কোনো সরলরেখা $(2, -3)$ বিন্দুগামী এবং x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে।
 \therefore সরলরেখাটির ঢাল, $m = \tan 45^\circ = 1$
 \therefore সরলরেখাটির সমীকরণ: $(y + 3) = 1(x - 2) \Rightarrow y + 3 = x - 2 \Rightarrow x - y - 5 = 0$
 \therefore সরলরেখাটির সমীকরণ হলো $x - y - 5 = 0$



- (খ) যদি $\Delta AOB = 8$ বর্গ একক হয়, তবে AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

সমাধান

- মনে করি, $x \cos \alpha + y \sin \alpha = P \Rightarrow x \cos 45^\circ + y \sin 45^\circ = P \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = P \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{2}P} + \frac{y}{\sqrt{2}P} = 1$
 প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times \sqrt{2}P \times \sqrt{2}P = 8 \Rightarrow P^2 = 8 \therefore P = 2\sqrt{2}$
 \therefore নির্ণেয় রেখার সমীকরণ: $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow x + y = 4 \therefore x + y - 4 = 0$ (Ans.)

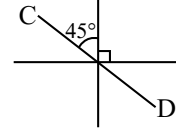


- (খ) উদ্দীপক হতে, CD সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

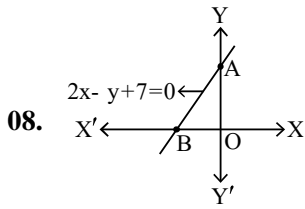
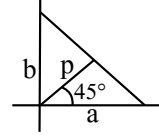
- (গ) উদ্দীপক বর্ণিত ΔOAB এর ক্ষেত্রফল 18 বর্গ একক হলে, AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

সমাধান

৬. x-অক্ষের সাথে CD সরলরেখার উৎপন্ন কোণ $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$
আবার, CD সরলরেখা (0,0) বিন্দুগামী
 \therefore CD সরলরেখার সমীকরণ, $y - 0 = (\tan 135^\circ)(x - 0)$
 $\Rightarrow y = -(x) \Rightarrow x + y = 0$ (Ans.)



৭. ধরি, OA = a, OB = b
 \therefore AB সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
এখানে, $\frac{1}{2} \times ab = 18 \Rightarrow ab = 36 \dots\dots\dots$ (i)
এবং $a \cos 45^\circ = b \cos 45^\circ = p \Rightarrow a = b \dots\dots\dots$ (ii)
 \therefore (i) হতে পাই, $\therefore a^2 = 36 \Rightarrow a = 6 [a > 0] \therefore b = 6$
 \therefore AB রেখার সমীকরণ $\frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow x + y - 6 = 0$ (Ans.)



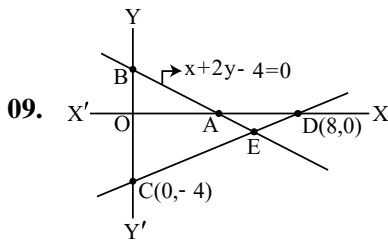
[Ctg.B'21]

- (খ) (3, 1) বিন্দু থেকে AB রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

4

সমাধান

৬. AB রেখার সমীকরণ, $2x - y + 7 = 0 \dots\dots\dots$ (i)
AB রেখার ঢাল, $m = -\frac{2}{-1} = 2$
 \therefore AB এর উপর লম্ব রেখার ঢাল, $-\frac{1}{2}$ এবং এটি (3, 1) বিন্দুগামী হলে AB এর উপর লম্ব রেখাটির সমীকরণ হবে-
 $(y - 1) = -\frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow 2y - 2 + x - 3 = 0 \Rightarrow x + 2y - 5 = 0 \dots\dots\dots$ (ii)
(i) ও (ii) হতে পাই, $\frac{y-7}{2} = 5 - 2y \Rightarrow y - 7 = 10 - 4y \Rightarrow y = \frac{17}{5}$
(ii) হতে পাই, $\therefore x = -\frac{9}{5} \therefore$ লম্বের পাদবিন্দু $(-\frac{9}{5}, \frac{17}{5})$ (Ans.)

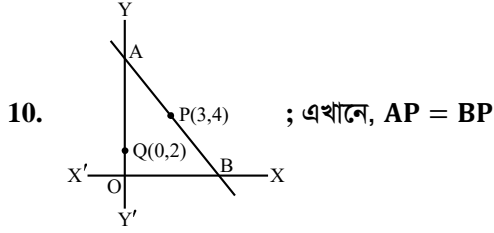


[SB'21]

- (ক) $(-6, 2)$ বিন্দুগামী এবং X-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 2
(খ) E বিন্দুগামী এবং AB রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

সমাধান

- ক. নির্ণয় সমীকরণ $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \tan 60^\circ (x + 6)$
 $\Rightarrow y - 2 = \sqrt{3}x + 6\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}x - y + 2 + 6\sqrt{3} = 0$ (Ans.)
৬. DC রেখার সমীকরণ $\frac{x}{8} + \frac{y}{-4} = 1 \Rightarrow x - 2y - 8 = 0 \dots\dots\dots$ (i)
AB রেখার সমীকরণ $x + 2y - 4 = 0 \dots\dots\dots$ (ii)
Solving (i) & (ii) $\Rightarrow E(6, -1)$
 \therefore AB রেখার উপর লম্ব এবং E বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $2x - y = 12 + 1 \Rightarrow 2x - y - 13 = 0$ (Ans.)



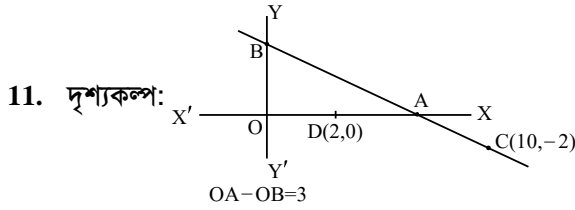
[BB'21]

(ক) $(0, -3)$ ও $(5, 0)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার সমান্তরাল এবং $(3, 5)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 2

সমাধান

ক. নির্ণেয় রেখাটির ঢাল, $m = \frac{3}{5}$

\therefore রেখাটি $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 5 = \frac{3}{5}(x - 3) \Rightarrow 5y - 25 = 3x - 9 \Rightarrow 3x - 5y + 16 = 0$ (Ans.)



[MB'21]

(খ) AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

ধরি, AB সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (i)

$\therefore OA = a, OB = b \therefore a - b = 3$ (ii)

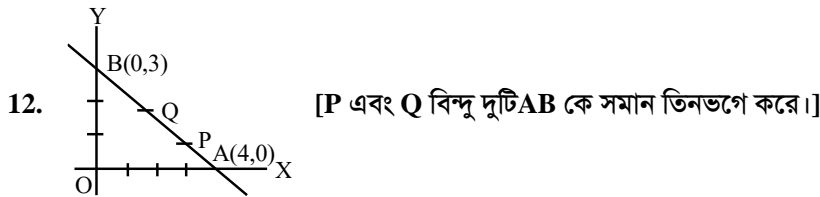
এবং (i) নং রেখা $(10, -2)$ বিন্দুগামী, $\therefore \frac{10}{a} + \frac{-2}{b} = 1$

$\Rightarrow 10b - 2a = ab \Rightarrow 10b - 2(b + 3) = b(b + 3) \Rightarrow 8b - 6 = b^2 + 3b \Rightarrow b^2 - 5b + 6 = 0$

$\Rightarrow b^2 - 3b - 2b + 6 = 0 \Rightarrow b(b - 3) - 2(b - 3) = 0 \Rightarrow (b - 3)(b - 2) = 0 \therefore b = 3$ অথবা $b = 2$

$\Rightarrow a = 6$ অথবা $a = 5 \therefore AB$ এর সমীকরণ $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$

$\Rightarrow x + 2y - 6 = 0$ অথবা, $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow 2x + 5y - 10 = 0$ (Ans.)



[BB'19]

(খ) OP ও OQ সরলরেখার সমীকরণসমূহ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

ক. P এবং Q বিন্দু দুটি AB কে সমান তিনভাগে করে। অর্থাৎ, AB কে P বিন্দুটি 1:2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

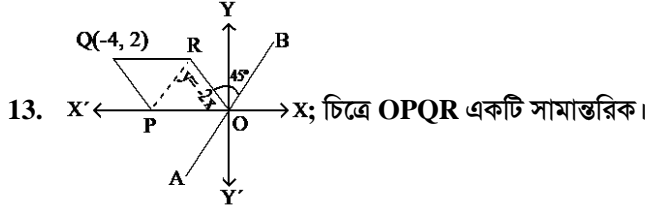
\therefore P বিন্দুর স্থানাঙ্ক, $\left(\frac{1 \times 0 + 2 \times 4}{2+1}, \frac{1 \times 3 + 2 \times 0}{2+1}\right)$ বা $\left(\frac{8}{3}, 1\right)$

আবার, PB এর মধ্যবিন্দু Q. \therefore Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{\frac{8}{3} + 0}{2}, \frac{3 + 1}{2}\right)$ বা $\left(\frac{4}{3}, 2\right)$

OP এর সমীকরণ, $y = \frac{1}{8/3}x \Rightarrow 8y = 3x \therefore 3x - 8y = 0$

OQ এর সমীকরণ, $y = \frac{2}{4/3}x \Rightarrow 2y = 3x \therefore 3x - 2y = 0$ (Ans.)





[Din.B'19]

(গ) উদ্দীপক হতে PR কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

- গ. QR সরলরেখার সমীকরণ $y = 2$; $y = 2$ হলে $y = -2x$ হতে $x = -1$
 \therefore R বিন্দুটি $(-1, 2)$; $O(0, 0)$ I $Q(-4, 2)$ এর মধ্যবিন্দু $(-2, 1)$
 ধরি, P বিন্দু (x_1, y_1) $\therefore \frac{x_1 - 1}{2} = -2 \Rightarrow x_1 = -3$; $\frac{y_1 + 2}{2} = 1 \therefore y_1 = 0$
 $\therefore P(-3, 0)$ ও $R(-1, 2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ: $y - 0 = \frac{2-0}{-1+3}(x+3) \Rightarrow y = x + 3$ (Ans.)

Type-08: সামান্তরাল ও লম্ব হবার শর্ত ও সমীকরণ নির্ণয়

Concept:

সামান্তরাল হবার শর্ত:

 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে, $m_1 = -\frac{a_1}{b_1}$ এবং $m_2 = -\frac{a_2}{b_2}$.

 সরলরেখাদ্বয় সামান্তরাল হবার শর্ত, $m_1 = m_2$ বা, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

সামান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয়:

 (i) $ax + by + c = 0$ রেখার সামান্তরাল রেখার সমীকরণ, $ax + by + k = 0$ [x ও y এর সহগ ও চিহ্ন একই থাকবে এবং c এর পরিবর্তে নতুন ধ্রুবক k বসবে]

 (ii) $ax + by + c = 0$ রেখার সামান্তরাল এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $ax + by = ax_1 + by_1$ [x ও y এর সহগ ও চিহ্ন একই থাকবে, বামপক্ষে প্রাপ্ত রাশিমালার (x, y) এর পরিবর্তে (x_1, y_1) বসিয়ে ডানপক্ষে লিখতে হবে]

 লম্ব হবার শর্ত: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে $m_1 = -\frac{a_1}{b_1}$ এবং $m_2 = -\frac{a_2}{b_2}$.

 সরলরেখাদ্বয় লম্ব হবার শর্ত, $m_1m_2 = -1$ [তাদের ঢালের গুণফল $= -1$] $\therefore a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয়:

 (i) $ax + by + c = 0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ, $bx - ay + k = 0$ [x ও y এর সহগ interchange করতে হবে, x বা y এর যেকোন একটির চিহ্ন বিপরীত করতে হবে এবং c এর স্থানে নতুন ধ্রুবক k যোগ করতে হবে]

 (ii) $ax + by + c = 0$ এর লম্ব এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $bx - ay = bx_1 - ay_1$ [x ও y এর সহগ interchange করতে হবে, x ও y এর যেকোন একটির চিহ্ন বিপরীত করতে হবে এবং বামপক্ষের রাশিমালাতে (x, y) এর পরিবর্তে (x_1, y_1) বসিয়ে ডানপক্ষে লিখতে হবে।]

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

 01. $(1, 2)$ বিন্দুগামী $2x - 3y - 9 = 0$ রেখার উপর লম্বরেখার সমীকরণ কোনটি? [RB'22]

- (a) $3x + 2y + 7 = 0$ (b) $3x + 2y - 7 = 0$
 (c) $2x - 3y + 4 = 0$ (d) $2x - 3y - 4 = 0$

 সমাধান: (b); লম্বরেখার সমীকরণ, $3x + 2y = k$
 $= 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \Rightarrow 3x + 2y = 7 \Rightarrow 3x + 2y - 7 = 0$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $(\sqrt{3}, 1)$ বিন্দু হতে $\sqrt{3}x - y + 8 = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য P এবং লম্ব রেখাটি x -অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে-
02. θ -এর মান-

[SB'22]

- (a) 30° (b) 120° (c) 60° (d) 150°

 সমাধান: (d); $\sqrt{3}x - y = -8 \Rightarrow \frac{x}{-\frac{8}{\sqrt{3}}} + \frac{y}{8} = 1$
প্রদত্ত রেখার ঢাল $\sqrt{3}$
 \therefore এর লম্বরেখার ঢাল $-\frac{1}{\sqrt{3}} \therefore \theta = 150^\circ$ [$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $3x - 4y - 12 = 0$ সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে,


03. উদ্দীপকের সরলরেখার উপর লম্ব এবং (1, 2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ কোনটি?

[JB, CB, BB'22; DB, RB, SB, BB, JB, MB'21]

- (a) $4x + 3y - 10 = 0$ (b) $4x + 3y - 12 = 0$
(c) $3x - 4y + 12 = 0$ (d) $4x - 3y - 10 = 0$

সমাধান: (a); $3x - 4y - 12 = 0$ রেখার উপর লম্ব এবং

(1, 2) বিন্দুগামী রেখা, $4x + 3y = 4 \times 1 + 3 \times 2$
 $\Rightarrow 4x + 3y = 10 \Rightarrow 4x + 3y - 10 = 0$

04. $3x - 5y + 7 = 0$ রেখার উপর লম্ব এবং (2,1) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ কোনটি? [CB'22] [Ans: a]

- (a) $5x + 3y - 13 = 0$ (b) $5x + 3y + 13$
(c) $3x + 5y - 13 = 0$ (d) $5x - 3y - 13 = 0$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x - ky + 1 = 0$ এবং $3x + 2y - 6 = 0$ দুইটি সরলরেখার সমীকরণ

05. দ্বিতীয় রেখাটির লম্ব রেখার ঢাল কত?

[Ctg.B, Din.B'22; SB, CB'21; SB'17]

- (a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $-\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{3}{2}$

সমাধান: (b); ২য় সরলরেখার সমীকরণ, $3x + 2y - 6 = 0$

\therefore ২য় সরলরেখার ঢাল, $m_1 = \frac{-x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{3}{2}$;

২য় সরলরেখার লম্ব রেখার ঢাল m_2 হলে,

$m_1 m_2 = -1 \Rightarrow -\frac{3}{2} m_2 = -1 \therefore m_2 = \frac{2}{3}$

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x - ky + 1 = 0$ এবং $3x + 2y - 6 = 0$ দুইটি সরলরেখার সমীকরণ

06. রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে k এর মান কত হবে?

[Din.B'22]

- (a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $-\frac{3}{4}$ (d) $-\frac{4}{3}$

সমাধান: (d); রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে,

$\frac{2}{3} = \frac{-k}{2} \therefore k = -\frac{4}{3}$

07. $\frac{3}{2}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখাটি $\lambda x + 3y - 7 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব হলে λ এর মান- [Ctg.B'21]

- (a) 2 (b) 3 (c) $\frac{9}{2}$ (d) $\frac{9}{4}$

সমাধান: (a); এখানে, $\frac{3}{2} \times \left(-\frac{\lambda}{3}\right) = -1 \Rightarrow \lambda = 2$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x + 2y - \sqrt{5} = 0$ একটি সরলরেখার সমীকরণ।

08. $4x - 3y + 12 = 0$ এবং $3x + 4y - 9 = 0$ রেখা দুটির মধ্যবর্তী কোণ কোনটি? [JB'21]

- (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

সমাধান: (c); $m_1 \times m_2 = \frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -1$

\therefore রেখাদ্বয় লম্ব বা মধ্যবর্তী কোণ = 90°

বিকল্প: $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 4 \times 3 + (-3) \times 4 = 0$

\therefore রেখা দুইটি পরস্পরের উপর লম্ব। \therefore মধ্যবর্তী কোণ 90° ।

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

P(x, y), Q(2, -2) এবং R(0, 4) বিন্দুত্রয় একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।

09. (i) QR এর মধ্যবিন্দুর স্থানাংক (1, 1) [CB'21]

(ii) QR এর সমান্তরাল রেখার ঢাল 3

(iii) QR এর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{10}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

সমাধান: (b); QR এবং এর সমান্তরাল ঢাল, $m = \frac{4+2}{0-2}$

$= -3$, $QR = \sqrt{(2-0)^2 + (4+2)^2} = 2\sqrt{10}$ একক।

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$2x + 5y + 1 = 0$ এবং $-kx - 10y - 3 = 0$ দুইটি

সরলরেখার সমীকরণ।

10. রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে k এর মান কত? [Din.B'21]

- (a) -4 (b) -3 (c) 21 (d) -25

সমাধান: (d); শর্তমতে, $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$

$\Rightarrow -2k - 50 = 0 \Rightarrow k = -25$

11. (1, 0) বিন্দুগামী প্রথম রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ কোনটি? [Din.B'21]

(a) $2x + 5y - 2 = 0$ (b) $2x + 5y + 2 = 0$

(c) $5x - 2y - 5 = 0$ (d) $5x - 2y + 5 = 0$

সমাধান: (a); নির্ণেয় রেখাটি $2x + 5y = 2.1 + 5.0$

$\Rightarrow 2x + 5y - 2 = 0$

12. নিচের কোনটি সঠিক? [All B'18]

(a) রেখাদ্বয় মূলবিন্দু দিয়ে যায়

(b) রেখাদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করে

(c) রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব

(d) রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল

সমাধান: (d); রেখাদ্বয়ের ঢাল সমান

প্রথম রেখার ঢাল = $-\frac{1}{2}$; দ্বিতীয় রেখার ঢাল = $-\frac{1}{2}$

13. প্রদত্ত রেখার উপর লম্ব এবং (1, 2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ হলো- [DB'17]

(a) $4x + 3y - 12 = 0$ (b) $4x + 3y - 10 = 0$

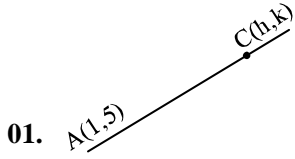
(c) $3x - 4y + 12 = 0$ (d) $4x - 3y - 10 = 0$

সমাধান: (b); প্রদত্ত রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ

$4x + 3y + k = 0$ যা (1, 2) বিন্দুগামী।

$\therefore k = -10 \therefore 4x + 3y - 10 = 0$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান



[RB'22]



(গ) AB রেখাংশের লম্ব-দ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

গ. ধরি, AB রেখা লম্ব-দ্বিখণ্ডক PQ যা AB এর মধ্যবিন্দু P(x, y) বিন্দুগামী।

এখন, $x = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$ এবং $y = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2} \therefore P(x, y) = P\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$

এখন, AB এর সমীকরণ: $\frac{x-1}{1-2} = \frac{y-5}{5-2} \Rightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{y-5}{3} \Rightarrow 3x - 3 = -y + 5$

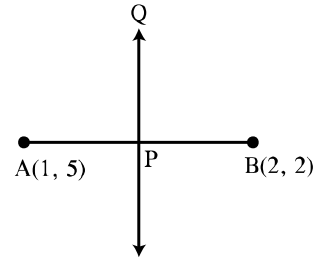
$\Rightarrow 3x + y - 3 - 5 = 0 \therefore 3x + y - 8 = 0 \dots \dots \dots (i)$

\therefore AB এর লম্বরেখার সমীকরণ: $x - 3y + c = 0 \dots \dots \dots (ii)$

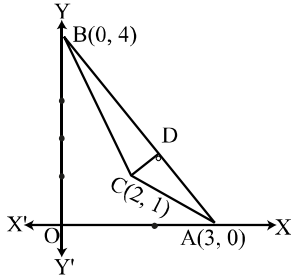
যেহেতু রেখাটি P $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$ বিন্দুগামী তাই,

(ii) $\Rightarrow \frac{3}{2} - 3 \cdot \frac{7}{2} + c = 0 \Rightarrow \frac{3-21}{2} + c = 0 \Rightarrow -\frac{18}{2} + c = 0 \Rightarrow -9 + c = 0 \therefore c = 9$

\therefore PQ রেখা তথা AB এর লম্ব-দ্বিখণ্ডকের সমীকরণ $-x - 3y + 9 = 0$ (Ans.)



02.



[SB'22]

(খ) D বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

4

সমাধান

দেওয়া আছে, A(3, 0), B(0, 4)

AB রেখার সমীকরণ: $\frac{x-3}{3-0} = \frac{y-0}{0-4} \Rightarrow \frac{x-3}{3} = \frac{y}{-4} \Rightarrow 4x - 12 = -3y \therefore 4x + 3y - 12 = 0 \dots \dots \dots (i)$

(i) নং রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ $3x - 4y + k = 0$ ও ইহা (2, 1) বিন্দুগামী।

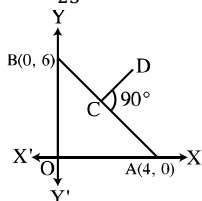
$\therefore 6 - 4 + k = 0 \Rightarrow k = -2$

\therefore লম্ব রেখার সমীকরণ: $3x - 4y - 2 = 0 \dots \dots \dots (ii)$

(i) ও (ii) $\Rightarrow \frac{x}{-6-48} = \frac{y}{-36+8} = \frac{1}{-16-9} \Rightarrow \frac{x}{-54} = \frac{y}{-28} = \frac{1}{-25}$

$\therefore x = \frac{54}{23}, y = \frac{28}{25} \therefore$ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{54}{23}, \frac{28}{25}\right)$

03. দৃশ্যকল্প-১:



; এখানে C, AB এর মধ্যবিন্দু।

[BB'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে CD সরলরেখার সমীকরণ ও তার ঢাল নির্ণয় কর।

4



সমাধান

খ. AB এর ঢাল, $M_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-0}{0-4} = -\frac{3}{4}$

যেহেতু, $CD \perp AB$ তাই CD এর ঢাল CD হলে, $M_{AB} \times M_{CD} = -1 \Rightarrow -\frac{3}{4} \times M_{CD} = -1 \therefore M_{CD} = \frac{4}{3}$

আবার, C, AB এর মধ্যবিন্দু। \therefore C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{4+0}{2}, \frac{0+6}{2}\right) = (2, 3)$

\therefore CD রেখার সমীকরণ, $y - 3 = M_{CD}(x - 2) \Rightarrow y - 3 = \frac{4}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y - 9 = 4x - 8 \therefore 4x - 3y + 1 = 0$

04. L(2, -1), M(-3, 3) এবং $2x - y + 1 = 0$.

[JB'22]

(খ) L ও M বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্ব দ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

খ. দেওয়া আছে, L(2, -1) এবং M(-3, 3)

L ও M এর সংযোগকারী সরলরেখাংশের সমীকরণ: $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$

$\Rightarrow \frac{x-2}{2-(-3)} = \frac{y-(-1)}{(-1)-3} \Rightarrow \frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-4} \Rightarrow -4x + 8 = 5y + 5 \Rightarrow 5y + 4x - 3 = 0 \Rightarrow 4x + 5y - 3 = 0$

LM রেখার উপর লম্বরেখার সমীকরণ, $5x - 4y + k = 0$

L ও M এর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $= \left(\frac{2-3}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) = \left(\frac{-1}{2}, 1\right)$

LM রেখার লম্ব সমদ্বিখণ্ডক $\left(\frac{-1}{2}, 1\right)$ বিন্দুগামী,

$\therefore 5\left(\frac{-1}{2}\right) - 4 \times 1 + k = 0 \Rightarrow k = 4 + \frac{5}{2} = \frac{13}{2}$

\therefore লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ হলো: $5x - 4y + \frac{13}{2} = 0 \Rightarrow 10x - 8y + 13 = 0$

05. A(3, -2), B(5, 6) দুটি বিন্দু $3x + 4y - 1 = 0$ ও $5x - 12y + 3 = 0$ দুটি সরলরেখার সমীকরণ

[Din.B'22]

(খ) AB এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক রেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর।

4

সমাধান

খ. দেওয়া আছে, A(3, -2), B(5, 6)

AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2} \Rightarrow \frac{x-3}{3-5} = \frac{y-(-2)}{(-2)-6} \Rightarrow \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{-8} \Rightarrow x-3 = \frac{y+2}{4} \Rightarrow 4x-12 = y+2$

$\Rightarrow y - 4x + 14 = 0$

AB রেখাংশের লম্ব রেখার সমীকরণ, $(-4)y - (1)x + k = 0 \Rightarrow -4y - x + k = 0 \Rightarrow 4y + x + k = 0$

রেখাটি AB রেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত করে, অতএব, এটি $\left(\frac{3+5}{2}, \frac{-2+6}{2}\right)$ বিন্দুগামী

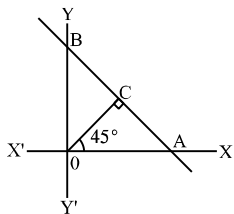
$\therefore 4(2) + 4 + k = 0 \Rightarrow k = -12$

\therefore লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ, $4y + x - 12 = 0 \Rightarrow 4y - 12 = 0 \Rightarrow y = 3$

\therefore y অক্ষকে (0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে

অথবা, $4y + x - 12 = 0 \Rightarrow 4y + x = 12 \Rightarrow \frac{y}{3} + \frac{x}{12} = 1$

06.



[MB'22]

(ক) এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$ রেখার উপর লম্ব এবং প্রদত্ত রেখা x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে ঐ বিন্দুগামী।

2



সমাধান

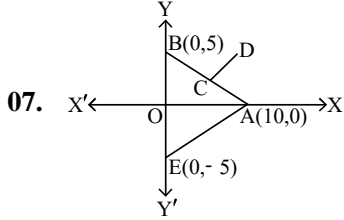
ক. $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow bx - ay - ab = 0 \dots \dots (i)$

∴ প্রদত্ত রেখার সমীকরণ $bx - ay - ab = 0$ ও ইহা x -অক্ষকে $(a, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(i) নং রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ $ax + by + k = 0$ ও ইহা $(a, 0)$ বিন্দুগামী।

∴ $a^2 + k = 0 \Rightarrow k = -a^2$

∴ নির্ণেয় লম্ব রেখার সমীকরণ $ax + by - a^2 = 0$



[Din.B'21]

(গ) $CD \perp AB$ এবং $AC : BC = 2 : 3$ হলে CD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

গ. $C \equiv \left(\frac{0+30}{5}, \frac{10+0}{5} \right) \equiv (6, 2)$

AB রেখার ঢাল $= \frac{5-0}{0-10} = -\frac{1}{2}$

∴ CD রেখার ঢাল $= 2$

∴ CD রেখার সমীকরণ, $y - 2 = 2(x - 6) \Rightarrow y - 2 = 2x - 12 \Rightarrow 2x - y - 10 = 0$ (Ans.)

Type-09: দুইটি সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ সংক্রান্ত

→ Concept:

এই সমস্যাগুলোতে দুইটি সরলরেখার সমীকরণ দেওয়া থাকে। তাদের ছেদবিন্দুগামী (এবং অপর একটি শর্তের সাপেক্ষে) আরেকটি সরলরেখার সমীকরণ বের করতে বলা হয়। এই সমস্যাগুলোর জন্য নিম্নলিখিত পদ্ধতিদ্বয় ব্যবহার করা যেতে পারে।

Process-01: ছেদবিন্দু নির্ণয় করে সমাধান:

এই পদ্ধতিতে প্রদত্ত সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু নির্ণয় করতে হয়। এরপর, ঐ ছেদবিন্দুগামী এবং অপর শর্তটি মেনে চলা সরলরেখার সমীকরণই নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ।

Process-02: ছেদবিন্দু নির্ণয় না করে সমাধান: এই পদ্ধতিতে আমরা পাশের সূত্রটি ব্যবহার করবো।

$L_1(x, y) = a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $L_2(x, y) = a_2x + b_2y + c_2 = 0$

সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$

বা, $L_1 + k.L_2 = 0$ [অথবা, $a_2x + b_2y + c_2 + k(a_1x + b_1y + c_1) = 0$ বা $L_2 + k.L_1 = 0$]

Note: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী এবং (α, β) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2} = \frac{a_1\alpha + b_1\beta + c_1}{a_2\alpha + b_2\beta + c_2}$

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

01. দুই সরলরেখা $x + by = 1$ এবং $ax + y = 1$ (1, 1)

বিন্দুতে ছেদ করে। a এবং b এর মান কত?

[MB'21]

(a) 0, 0

(b) 0, 1

(c) 1, 0

(d) 1, 1

সমাধান: (a); (1, 1) বসিয়ে পাই, $1 + b = 1$

বা, $b = 0$ এবং $a + 1 = 1$ বা, $a = 0$

02. $x + y = 2$ এবং $y - x = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী এবং

x -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নিম্নের কোনটি?

[BB'19]

(a) $x = 2$

(b) $y = 2$

(c) $y - 1 = 0$

(d) $x - 1 = 0$



সমাধান: (c);

$$x + y = 2$$

$$-x + y = 0$$

$$(+), 2y = 2$$

$$\therefore y = 1$$

x-অক্ষের সমান্তরাল হলে,

$$y - 1 = 0$$

03. $x - 2y - 5 = 0$ এবং $2x + 4y - 1 = 0$ দুটি সরলরেখার সমীকরণ।

[Din.B'19]

(i) রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $(\frac{11}{4}, -\frac{9}{8})$ (ii) দ্বিতীয় রেখার ঢাল $-\frac{1}{2}$ (iii) রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ 0°

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

সমাধান: (a); ছেদবিন্দু 1 টি হলে মধ্যবর্তী কোণ 0° হতে পারে না।

Type-10: ত্রিভুজের বিভিন্ন ধরনের কেন্দ্র নির্ণয় সংক্রান্ত

Concept:

(i) ভরকেন্দ্রঃ ত্রিভুজের মধ্যমাগুলোর ছেদবিন্দুকে ভরকেন্দ্র বলে। মধ্যমা হলো ত্রিভুজের একটি শীর্ষ এবং তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখা।

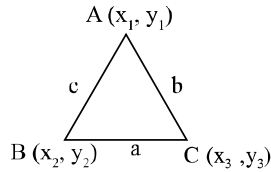
(ii) পরিকেন্দ্রঃ যে বৃত্ত ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ দিয়ে যায় তাই পরিবৃত্ত। পরিবৃত্তের কেন্দ্রকে পরিকেন্দ্র বলে। ত্রিভুজের বাহুগুলোর লম্ব সমদ্বিখন্ডকগুলোর ছেদবিন্দুই পরিকেন্দ্র।

[Note: সমকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র হলো অতিভুজের মধ্যবিন্দু।]

(iii) অন্তঃকেন্দ্রঃ যে বৃত্ত কোন ত্রিভুজের অভ্যন্তরে অবস্থান করে এবং ত্রিভুজটির প্রতিটি বাহুকে স্পর্শ করে তাকে অন্তঃবৃত্ত বলে। অন্তঃবৃত্তের কেন্দ্রকে অন্তঃকেন্দ্র বলে। ত্রিভুজের কোণের সমদ্বিখন্ডকগুলোর ছেদবিন্দুই অন্তঃকেন্দ্র।

(iv) লম্ববিন্দু/লম্বকেন্দ্রঃ ত্রিভুজের একটি শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুগুলোর উপর অঙ্কিত লম্বগুলোর ছেদবিন্দুকে লম্ববিন্দু/লম্বকেন্দ্র বলে।

(v) বহিঃকেন্দ্রঃ একটি ত্রিভুজের যেকোন দুইটি বাহুকে বর্ধিত করলে উক্ত বর্ধিতাংশয়দ্বয় এবং তৃতীয় বাহুকে স্পর্শকারী একটি বহিঃবৃত্ত পাওয়া যাবে। এভাবে মোট তিনটি বৃত্ত পাওয়া যাবে। এই বৃত্তগুলোর কেন্দ্রত্রয়কে বহিঃকেন্দ্র বলে। ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণগুলো অন্তঃদ্বিখন্ডকসমূহ তিনটি বিন্দুতে ছেদ করে। এই বিন্দুত্রয়কে ত্রিভুজটির বহিঃকেন্দ্র বলা হয়।



[a, b, c হলো BC, AC ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য]

➤ ভরকেন্দ্র $(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$ ➤ পরিকেন্দ্র বের করার ক্ষেত্রে বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ: $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ব্যবহার করা খুবই সুবিধাজনক।➤ অন্তঃকেন্দ্র $(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c})$ [লক্ষণীয়: বাহুর দৈর্ঘ্য এর সাথে বিপরীত শীর্ষের স্থানাঙ্ক গুণ করতে হবে।]➤ লম্বকেন্দ্র বের করার ক্ষেত্রে ঢালের ধারণা ($m_1 m_2 = -1$) ব্যবহার করতে হবে।➤ বহিঃকেন্দ্র বের করার ক্ষেত্রে ΔABC এর $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$

BC = a, CA = b এবং AB = c হলে, বহিঃকেন্দ্রত্রয়,

$$M \equiv \left(\frac{-ax_1+bx_2+cx_3}{-a+b+c}, \frac{-ay_1+by_2+cy_3}{-a+b+c} \right)$$

$$N \equiv \left(\frac{ax_1-bx_2+cx_3}{a-b+c}, \frac{ay_1-by_2+cy_3}{a-b+c} \right)$$

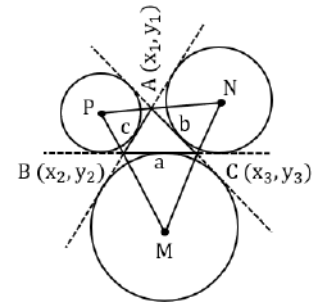
$$P \equiv \left(\frac{ax_1+bx_2-cx_3}{a+b-c}, \frac{ay_1+by_2-cy_3}{a+b-c} \right)$$

মনে রাখবে, যে বহিঃবৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করা হচ্ছে তা ত্রিভুজটির যে বাহুকে স্পর্শ করেছে

তার দৈর্ঘ্যের সামনে (-) চিহ্ন দিতে হবে (অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয়ের সূত্রে)।

যেমন, M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি a বাহুকে স্পর্শ করেছে তাই M এর স্থানাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয়ের সূত্রে a এর সামনে

(-) চিহ্ন দিতে হবে। অনুরূপভাবে N এর জন্য b এবং P এর জন্য c এর সামনে (-) চিহ্ন দিতে হবে (অন্তঃকেন্দ্রের সূত্রে)।



MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

01. ABC ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুগুলো A(2,0), B(5,0) ও C(5,4) হলে, ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র কোনটি? [Din.B'19]

(a) $(4, \frac{4}{3})$ (b) $(\frac{4}{3}, 4)$ (c) (6, 2) (d) (2, 6)

সমাধান: (a); ভরকেন্দ্র = $(\frac{2+5+5}{3}, \frac{0+0+4}{3}) \equiv (4, \frac{4}{3})$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x + 2y - 6 = 0$ এবং $x + 2y + 8 = 0$ দুইটি

সরলরেখার সমীকরণ।

02. A(-2,3), B(-4,2) এবং C(8,6) শীর্ষ বিন্দুবিশিষ্ট ত্রিভুজের-

[All B'18]

(i) ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(\frac{2}{3}, \frac{11}{3})$

(ii) AB বাহুর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-3, \frac{5}{2})$

(iii) ΔABC এর ক্ষেত্রফল 4 বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

সমাধান: (a); ভরকেন্দ্র $(\frac{-2-4+8}{3}, \frac{3+2+6}{3}) = (\frac{2}{3}, \frac{11}{3})$

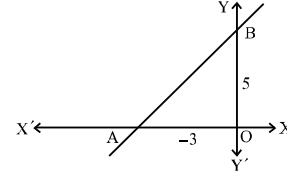
AB বাহুর মধ্যবিন্দু $(\frac{-2-4}{2}, \frac{3+2}{2}) = (-3, \frac{5}{2})$

ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & -4 & 8 & -2 \\ 3 & 2 & 6 & 3 \end{vmatrix}$

= $\frac{1}{2} (-4 - 24 + 24 + 12 - 16 + 12) = \frac{4}{2}$

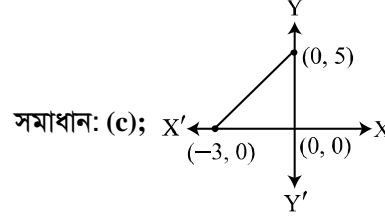
= 2 বর্গ একক।

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:



03. OAB ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি? [RB'17]

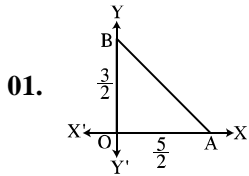
(a) $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$ (b) $(\frac{-3}{2}, \frac{5}{2})$ (c) $(-1, \frac{5}{3})$ (d) $(\frac{5}{3}, -1)$



সমাধান: (c);

\therefore ভরকেন্দ্র $\equiv (\frac{0-3+0}{3}, \frac{5+0+0}{3}) \equiv (-1, \frac{5}{3})$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান



(ক) ΔOAB এর ক্ষেত্রফল ও তার ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর।

[BB'22]

2

সমাধান

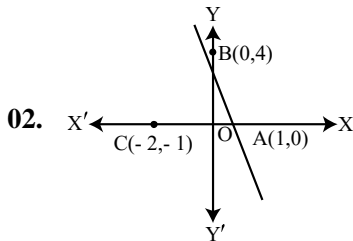
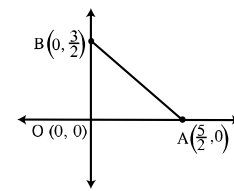
ক. প্রদত্ত চিত্র হতে O, A, B বিন্দুসমূহ চিহ্নিত করে পাই,

ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2} \times OA \times OB = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$

ΔOAB এর ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (x, y) হলে,

$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3} = \frac{0+\frac{5}{2}+0}{3} = \frac{5}{6}$ এবং $y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3} = \frac{0+0+\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$

\therefore ভরকেন্দ্র $(\frac{5}{6}, \frac{1}{2})$



[BB'21]

(ক) একটি ত্রিভুজের দুটি কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-3, 4)$ এবং $(5, 2)$ । এর ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(1, 4)$ হলে তৃতীয় কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক বের কর।

2



সমাধান

- ক. ধরি, ওয় কৌণিক বিন্দু $(\alpha, \beta) \therefore -3 + 5 + \alpha = 3 \Rightarrow \alpha = 1$
আবার, $4 + 2 + \beta = 12 \Rightarrow \beta = 6 \therefore (\alpha, \beta) = (1, 6)$ (Ans.)

03. দৃশ্যকল্প: $A \equiv 3x + y - 15, B \equiv 4x + 3y - 12$
 $C \equiv 3x - 4y + 16, D \equiv 4x - 3y + 12$.

[JB'21]

(গ) যদি $B = 0, C = 0$ এবং $D = 0$ ত্রিভুজের তিনটি বাহুর সমীকরণ হয় তবে ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।

4

সমাধান

- গ. $B \equiv 4x + 3y - 12 = 0 \dots\dots\dots (i)$
 $C \equiv 3x - 4y + 16 = 0 \dots\dots\dots (ii)$
 $D \equiv 4x - 3y + 12 = 0 \dots\dots\dots (iii)$

এখানে (i) ও (ii) নং সমীকরণের ঢালের গুণফল $\left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) = -1$

\therefore (i) ও (ii) নং রেখা পরস্পর লম্ব।

\therefore (i) ও (iii) নং রেখার সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডক এবং (ii) ও (iii) নং রেখার সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের ছেদবিন্দুই অন্তঃকেন্দ্র।

(i) ও (iii) এর ক্ষেত্রে $a_1a_2 + b_1b_2 = 16 - 9 > 0$

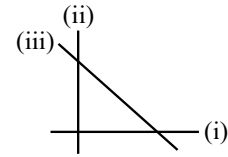
\therefore সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডক $\frac{4x+3y-12}{\sqrt{16+9}} = -\frac{4x-3y+12}{\sqrt{16+9}} \Rightarrow 8x = 0 \Rightarrow x = 0 \dots\dots\dots (iv)$

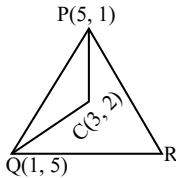
(ii) ও (iii) এর ক্ষেত্রে $a_1a_2 + b_1b_2 = 12 + 12 > 0$

\therefore সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডক $\frac{3x-4y+16}{\sqrt{9+16}} = -\frac{4x-3y+12}{\sqrt{9+16}} \Rightarrow 7x - 7y + 28 = 0 \Rightarrow x - y + 7 = 0 \dots\dots\dots (v)$

(iv) ও (v) হতে পাই, $x = 0$ ও $y = 7 + x = 7$

\therefore অন্তঃকেন্দ্র $(0, 7)$ (Ans.)



04.  ; $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{C} = a\hat{i} - 7\hat{j} + 10\hat{k}$.

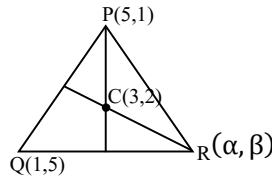
[RB'19]

- (গ) PQR ত্রিভুজের লম্ববিন্দু $C(3, 2)$ হলে ΔPQR এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

4

সমাধান

- গ. ধরি, $R(\alpha, \beta)$; $\left(\frac{\beta-5}{\alpha-1}\right) \left(\frac{1-2}{5-3}\right) = -1 \Rightarrow \left(\frac{\beta-5}{\alpha-1}\right) \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$; $\beta = 2\alpha + 3 \rightarrow (i)$



$\left(\frac{1-5}{5-1}\right) \left(\frac{\beta-2}{\alpha-3}\right) = -1 \Rightarrow \frac{\beta-2}{\alpha-3} = 1 \Rightarrow \beta - 2 = \alpha - 3 \Rightarrow 2\alpha - \alpha = -3 - 1$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = -4}$; $\boxed{\beta = -5}$ $\therefore R(-4, -5)$

$\therefore \Delta PQR$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & -4 \\ 1 & 5 & -5 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(15 + 21 + 24)$ বর্গ একক $= 30$ বর্গ একক (Ans.)

Type-11: সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

Concept:

$ax + by + c_1 = 0$ ও $ax + by + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ একক

MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

01. $4y = 3(x - 4)$ এবং $4y = 3(x - 1)$ রেখা দুইটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব কত?

[DB'22; RB, SB, CB'21; Ctg.B'19; All.B'18]

- (a) $\frac{9}{4}$ একক (b) $\frac{15}{9}$ একক
(c) $\frac{9}{5}$ একক (d) কোনোটিই নয়

সমাধান: (c); $4y = 3(x - 4) \Rightarrow 3x - 4y - 12 = 0$ (i) এবং $4y = 3(x - 1)$

$\Rightarrow 3x - 4y - 3 = 0$ (ii)

(i) ও (ii) এর লম্ব দূরত্ব, $d = \frac{|-12 - (-3)|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{9}{5}$ একক

02. $5x + 3y - 7 = 0$ এবং $15x + 9y + 14 = 0$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব-

[SB'22]

- (a) $\frac{7}{\sqrt{34}}$ (b) $\frac{15}{2\sqrt{34}}$ (c) $\frac{35}{3\sqrt{34}}$ (d) $\frac{47}{4\sqrt{34}}$

সমাধান: (c); $5x + 3y + 7 = 0$ এবং $5x + 3y + \frac{14}{3} = 0$

$\therefore d = \frac{|-7 - \frac{14}{3}|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{\frac{35}{3}}{\sqrt{34}} = \frac{35}{3\sqrt{34}}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3x - 4y + 8 = 0$ একটি সরলরেখা।

03. $x - 3y + 5 = 0$ এবং $2x - 6y + 9 = 0$ রেখাদ্বয়ের ক্ষেত্রে-

[JB'21]

(i) রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল

(ii) দ্বিতীয় রেখাটির ঢাল = $\frac{1}{3}$

(iii) এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\frac{1}{\sqrt{10}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii

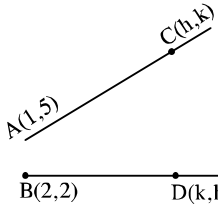
সমাধান: (a); ১ম রেখার ঢাল = $-\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$;

২য় রেখার ঢাল = $-\frac{2}{-6} = \frac{1}{3}$; $2x - 6y + 10 = 0$

$\therefore d = \frac{|10 - 9|}{\sqrt{36 + 4}} = \frac{1}{2\sqrt{10}}$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান

01.



(ক) $2x - 3y + k = 0$ এবং $2x - 3y = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $2\sqrt{13}$ একক হলে k এর মান নির্ণয় কর।

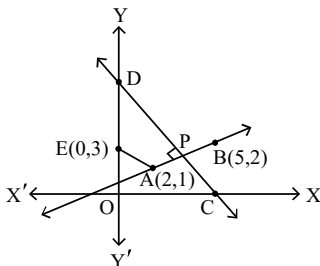
2

সমাধান

ক. $2x - 3y + k = 0$ এবং $2x - 3y = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \frac{|k - 0|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{|k|}{\sqrt{13}}$

এখন, $d = 2\sqrt{13} \Rightarrow \frac{|k|}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13} \Rightarrow \pm k = 2\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} \Rightarrow \pm k = 2 \times 13 \therefore k = \pm 26$

02.



(ক) $4x - 3y + 2 = 0$ এবং $8x - 6y - 9 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

2



সমাধান

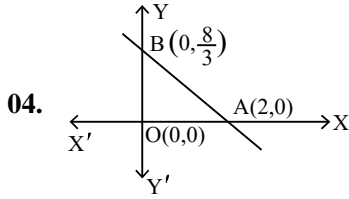
- ক. $4x - 3y + 2 = 0$ বা, $8x - 6y + 4 = 0 \dots\dots\dots$ (i)
এবং $8x - 6y - 9 = 0 \dots\dots\dots$ (ii) \therefore মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \frac{4+9}{\sqrt{36+64}} = \frac{13}{10}$ একক (Ans.)

03. (ক) $3x - 4y + 2 = 0$ এবং $6x - 8y - 7 = 0$ সমান্তরাল সরলরেখাঘরের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

[JB'21]

সমাধান

- ক. $3x - 4y + 2 = 0 \Rightarrow 6x - 8y + 4 = 0 \dots\dots\dots$ (i)
এবং $6x - 8y - 7 = 0 \dots\dots\dots$ (ii) \therefore মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \frac{4+7}{\sqrt{36+64}} = \frac{13}{10}$ একক (Ans.)



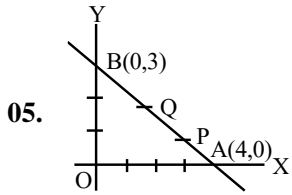
[CB'21]

(খ) AB সরলরেখার সমান্তরাল এবং তা হতে 2 একক দূরে অবস্থিত সরলরেখাগুলির সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

- খ. AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x}{2} + \frac{y}{8/3} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{3y}{8} = 1 \Rightarrow 4x + 3y = 8 \Rightarrow 4x + 3y - 8 = 0$
নির্ণেয় রেখাটি $4x + 3y + C = 0$ শর্তমতে, $\frac{C+8}{5} = \pm 2 \Rightarrow C + 8 = \pm 10 \therefore C = 2, -18$
 \therefore রেখাঘর $4x + 3y + 2 = 0$ এবং $4x + 3y - 18 = 0$ (Ans.)



[BB'19]

(গ) PQ সরলরেখার সমান্তরাল এবং $2\frac{2}{5}$ একক দূরবর্তী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

- গ. PQ সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$
 $\therefore 3x + 4y - 12 = 0 \dots\dots\dots$ (i)
ধরি, PQ এর উপর একটি বিন্দু (α, β)
 $\therefore 3\alpha + 4\beta - 12 = 0 \dots\dots\dots$ (ii)
(i) নং এর সমান্তরাল যেকোনো রেখার সমীকরণ, $3x + 4y + k = 0 \dots\dots\dots$ (iii)
এখন, $\frac{|3\alpha+4\beta+k|}{\sqrt{9+16}} = 2\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{|12+k|}{5} = \frac{12}{5}$ [ii নং হতে] $\Rightarrow |12 + k| = 12$
এখন, '+' নিয়ে, $12 + k = 12 \therefore k = 0 \therefore 3x + 4y = 0$
আবার, '-' নিয়ে, $12 + k = -12 \therefore k = -24 \therefore 3x + 4y - 24 = 0$ (Ans.)

Type-12: লম্ব দূরত্ব নির্ণয় সংক্রান্ত

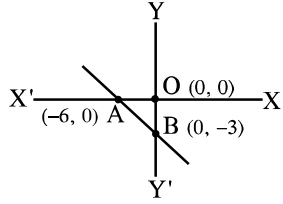
Concept:

(α, β) বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব: $d = \frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ একক



MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:



01. মূলবিন্দু থেকে AB এর লম্ব দূরত্ব কত? [DB'22]

- (a) 4 একক (b) 3 একক (c) $\frac{12}{5}$ একক (d) $\frac{12}{25}$ একক

সমাধান: (No Answer); AB রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x}{-6} + \frac{y}{-3} = 1 \Rightarrow \frac{x+2y}{-6} = 1 \Rightarrow x + 2y = -6$$

$\therefore x + 2y + 6 = 0$ মূলবিন্দু হতে AB রেখার লম্ব দূরত্ব,

$$d = \frac{|0+2\cdot0+6|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}} \text{ একক}$$

02. $x + y - 2 = 0$ রেখাটির- [DB'22]

- (i) সমান্তরাল রেখা $2x + 2y + 3 = 0$
(ii) মূলবিন্দু হতে লম্ব দূরত্ব $\sqrt{2}$ একক
(iii) উদ্ভীপকের রেখাটি দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে উৎপন্ন

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 2 বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক?

- (a) i, ii (b) ii, iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

সমাধান:(d); $x + y - 2 = 0$

রেখাটির ঢাল, $m = -\frac{1}{1} = -1$

(i) $2x + 2y + 3 = 0$ রেখার ঢাল, $m = -\frac{2}{2} = -1 \therefore$

রেখাটি $x + y - 2 = 0$ সরলরেখার সমান্তরাল

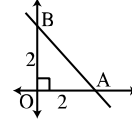
(ii) মূলবিন্দু (0,0) হতে $x + y - 2 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব,

$$d = \frac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ একক}$$

(iii) $x + y - 2 = 0 \Rightarrow x + y = 2 \therefore \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \therefore x$ ও

y এর খণ্ডিতাংশ যথাক্রমে 2 ও 2 একক।

$$\therefore \Delta OAB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{ বর্গ একক}$$



নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(\sqrt{3}, 1)$ বিন্দু হতে $\sqrt{3}x - y + 8 = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য P এবং লম্ব রেখাটি x-অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে-

03. P-এর মান কত? [SB'22]

- (a) 5 (b) 4 (c) 2 (d) $5\sqrt{2}$

$$\text{সমাধান: (a); লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{|\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-1+8|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}} = 5 = P$$

নিচের উদ্ভীপকের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(\sqrt{3}, 1)$ বিন্দু হতে $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব অঙ্কন করা হলো।

04. মূলবিন্দু হতে 4 একক দূরবর্তী এবং -1 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নিচের কোনটি? [BB'21]

- (a) $x + y \pm 4\sqrt{2} = 0$ (b) $y - x \pm 4\sqrt{2} = 0$
(c) $y + 4\sqrt{2}x = 0$ (d) $4\sqrt{2}x - y = 0$

সমাধান: (a); শুধু a এর রেখাটির ঢালই -1 ।

ধরি, সরলরেখার সমীকরণ, $y = (-1)x + c$

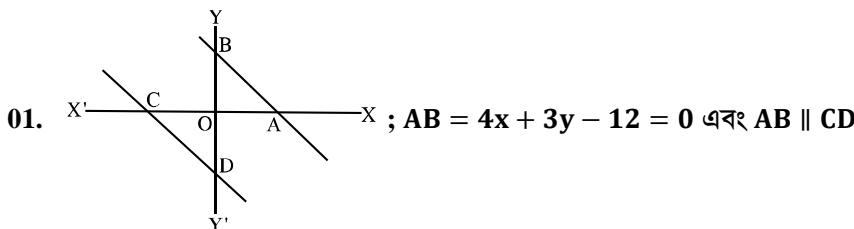
$$\therefore x + y - c = 0$$

এখন, মূলবিন্দু হতে লম্ব দূরত্ব $= 4 \Rightarrow \frac{|0+0-c|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 4$

$$\Rightarrow |c| = 4\sqrt{2} \therefore c = \pm 4\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{সমীকরণ, } x + y \pm 4\sqrt{2} = 0$$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান



(খ) মূল বিন্দু হতে AB ও CD রেখার দূরত্ব সমান হলে CD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান

১১. $AB = 4x + 3y - 12 = 0 \dots \dots \dots (i)$

$AB \parallel CD$

ধরি, CD রেখার সমীকরণ, $4x + 3y + k = 0 \dots \dots \dots (ii)$

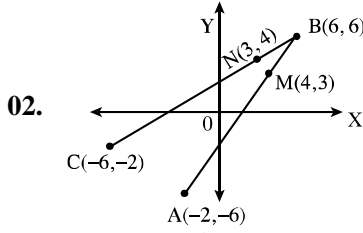
মূলবিন্দু হতে AB রেখার দূরত্ব, $d_1 = \frac{|0+0-12|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{12}{5}$

মূলবিন্দু হতে CD রেখার দূরত্ব, $d_2 = \frac{|0+0+k|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{|k|}{5}$

শর্তমতে, $d_1 = d_2 \Rightarrow \frac{12}{5} = \frac{|k|}{5} \Rightarrow \frac{12}{5} = \pm \frac{k}{5} \therefore k = \pm 12$

$k = -12$ হলে AB এর সমীকরণ পাওয়া যায়।

$\therefore CD$ এর জন্য, $k = +12 \therefore CD$ রেখার সমীকরণ, $4x + 3y + 12 = 0$ (Ans.)



[CB'22]

(খ) $B(6, 6)$ বিন্দু হতে AC সরলরেখার লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।

4

সমাধান

১১. দেওয়া আছে, $A(-2, -6)$ ও $C(-6, -2)$

AC সরলরেখার সমীকরণ: $\frac{x+2}{-2+6} = \frac{y+6}{-6+2} \Rightarrow \frac{x+2}{4} = \frac{y+6}{-4} \Rightarrow x+2 = -y-6 \therefore x+y+8=0$

$\therefore B(6, 6)$ বিন্দু হতে AC সরলরেখার লম্ব দূরত্ব: $\frac{|6+6+8|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|20|}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$ একক

03. $7x - y = 5 \dots \dots \dots (i)$

$x + y = -7 \dots \dots \dots (ii)$

[SB'21]

(খ) $(-1, 5)$ বিন্দুগামী এবং (i) নং রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্কের মাধ্যমে বিন্দুটি হতে রেখাটির লম্ব-দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান

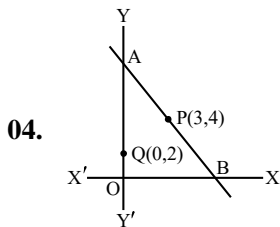
১১. নির্ণেয় লম্ব রেখাটি $x + 7y = -1 + 35$

$\Rightarrow x + 7y - 34 = 0 \dots \dots \dots (iii)$

$7x - y - 5 = 0 \dots \dots \dots (i)$

Solving (i) & (iii) \rightarrow পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\equiv \left(\frac{69}{50}, \frac{233}{50}\right)$

\therefore নির্ণেয় লম্ব দূরত্ব $= \sqrt{\left(\frac{69}{50} + 1\right)^2 + \left(\frac{233}{50} - 5\right)^2}$ একক $= \frac{17}{5\sqrt{2}}$ একক (Ans.)



; এখানে, $AP = BP$

[BB'21]

(খ) Q বিন্দু হতে AB রেখার লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।

4

সমাধান

১১. শর্তমতে, $A \equiv (0, 8)$ এবং $B \equiv (6, 0)$

$\therefore AB$ রেখার সমীকরণ, $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1 \Rightarrow 8x + 6y - 48 = 0$

$\therefore Q$ বিন্দু হতে AB রেখার লম্ব দূরত্ব $= \frac{|12-48|}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{36}{10} = \frac{18}{5}$ একক (Ans.)



Type-13: দুটি রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত

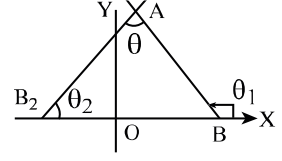
Concept:

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয় যথাক্রমে, $m_1 = -\frac{a_1}{b_1}$

এবং $m_2 = -\frac{a_2}{b_2}$ এবং রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$$\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \pm \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_1 a_2 + b_1 b_2} = \pm p \text{ (ধরি) } [p > 0],$$

(+) চিহ্ন নিলে $[\tan \theta = +p]$ পাওয়া যাবে সূক্ষ্মকোণ এবং (-) চিহ্ন নিলে $[\tan \theta = -p]$ পাওয়া যাবে স্থূলকোণ।



MCQ প্রশ্ন ও সমাধান

নিচের তথ্যের আলোকে পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দাও:

$x + y = 3$ এবং $x - y = 3$ দুইটি রেখার সমীকরণ।

01. রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [RB'22]

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

সমাধান: (d); $\theta = \pm \tan^{-1} \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$

এখানে, $x + y = 3 \Rightarrow m_1 = -1$ এবং $x - y = 3$

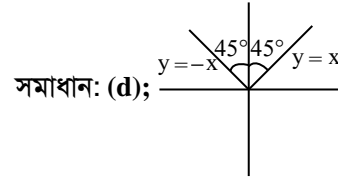
$\Rightarrow m_2 = 1 \therefore \theta = 90^\circ$

02. $y \pm x = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ- [MB'22] [Ans: c]

(a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

03. $x - y = 0$ এবং $x + y = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ কত? [RB'21]

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°



সমাধান: (d);

04. $y = 2x + 3$ এবং $3x - y + 5 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণ কত? [Din.B'21]

(a) $\tan^{-1} \left(-\frac{1}{7}\right)$ (b) $\tan^{-1} \left(\frac{1}{7}\right)$

(c) $-\tan^{-1} \left(\frac{1}{7}\right)$ (d) $\tan^{-1}(7)$

সমাধান: (b); সরলরেখাদ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে 2 এবং 3

সূক্ষ্মকোণ θ হলে, $\tan \theta = \left| \frac{3-2}{1+3 \cdot 2} \right| = \frac{1}{7}$

$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{7}\right)$

CQ প্রশ্ন ও সমাধান

01. $L(2, -1)$, $M(-3, 3)$ এবং $2x - y + 1 = 0$. [JB'22]

(গ) L বিন্দুগামী এবং উদ্দীপকের সরলরেখাটির সাথে $\tan^{-1} \left(\frac{1}{3}\right)$ কোণ উৎপন্ন করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। 4

সমাধান

গ. দেওয়া আছে, $L(2, -1)$

$2x - y + 1 = 0 \dots \dots \dots (i)$

L বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ হলো: $(y + 1) = m(x - 2) \Rightarrow y + 1 = mx - 2m \Rightarrow y = mx - 2m - 1$

ধরি, বিন্দুগামী রেখার ঢাল, $m_1 = m$

(i) নং রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{-2}{-1} = 2$

প্রশ্নমতে, রেখা দুইটির মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণ হলো $\tan^{-1} \left(\frac{1}{3}\right)$

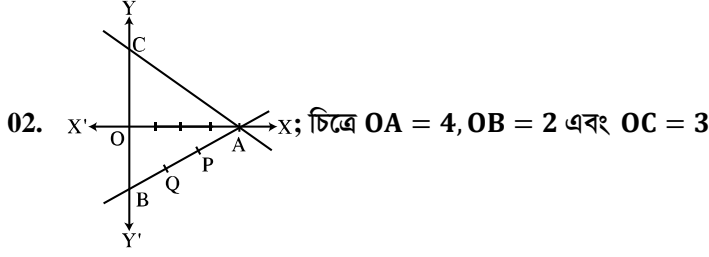
$$\therefore \tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \Rightarrow \tan \left(\tan^{-1} \frac{1}{3} \right) = \pm \frac{m - 2}{1 + 2m} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\pm(m - 2)}{1 + 2m} \Rightarrow 1 + 2m = \pm 3m - 6$$

$$\therefore 1 + 2m = 3m - 6 \Rightarrow 3m - 2m = 1 + 6 \Rightarrow m = 7$$

$$\text{অথবা, } 1 + 2m = -3m + 6 \Rightarrow 5m = 5 \Rightarrow m = 1$$

\therefore সরলরেখাটির সমীকরণ হলো: $y = 7x - 15$ এবং $y = x - 5$





[Din.B'22]

(গ) A বিন্দুগামী এবং AC রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

গ. চিত্র হতে পাই, $A = (4, 0)$, $C = (0, 3)$

$$AC \text{ রেখার সমীকরণ: } \frac{x-4}{4-0} = \frac{y-0}{0-3}$$

$$\Rightarrow -3x + 12 = 4y \Rightarrow 3x + 4y - 12 = 0$$

$$AC \text{ রেখার ঢাল } m_1 = -\frac{3}{4}$$

$$\text{ধরি, A বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, } (y - 0) = m(x - 4)$$

$$\Rightarrow y = mx - 4m$$

$$\text{রেখাটির ঢাল, } m_2 = m$$

$$\therefore \tan 45^\circ = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \Rightarrow 1 = \pm \frac{-\frac{3}{4} - m}{1 + (-\frac{3}{4})m} \Rightarrow 1 \pm \frac{-3 - 4m}{4 - 3m}$$

$$\Rightarrow 4 - 3m = \pm(-3 - 4m) \therefore 4 - 3m = -3 - 4m \Rightarrow m = -7$$

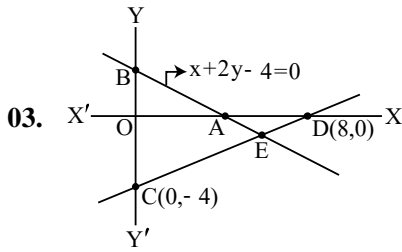
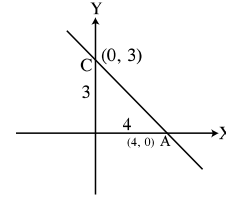
$$\text{অথবা, } 4 - 3m = -(-3 - 4m) \Rightarrow 4 - 3m = 3 + 4m \therefore m = \frac{1}{7}$$

A বিন্দুগামী সরলরেখাটির সমীকরণ হলো:

$$y = (-7)x + 7 \times 4 \Rightarrow y = -7x + 28 \Rightarrow y + 7x - 28 = 0$$

$$\text{অথবা, } y = \left(\frac{1}{7}\right)x - \left(\frac{1}{7}\right)4 \Rightarrow 7y = x - 4 \Rightarrow 7y - x + 4 = 0$$

\therefore A বিন্দুগামী সরলরেখা দুটির সমীকরণ হলো: $y + 7x - 28 = 0$ এবং $7y - x + 4 = 0$



[SB'21]

(গ) প্রমাণ কর যে, AB সরলরেখা ও Y-অক্ষের মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব।

4

সমাধান

গ. AB রেখাটি $x + 2y - 4 = 0$; y-অক্ষ $x = 0$

$$\therefore \text{সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় } \frac{x+2y-4}{\sqrt{5}} = \pm x \Rightarrow x + 2y - 4 = \pm\sqrt{5}x$$

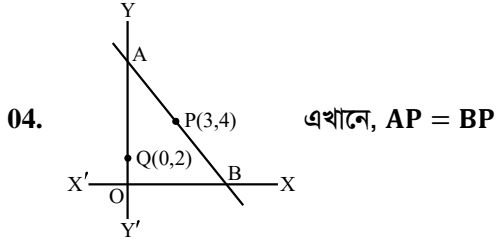
$$(+) \Rightarrow x(1 - \sqrt{5}) + 2y - 4 = 0$$

$$(-) \Rightarrow x(1 + \sqrt{5}) + 2y - 4 = 0$$

$$m_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, m_2 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}; m_1 m_2 = \frac{1}{4}(-1 + \sqrt{5})(-1 - \sqrt{5}) = \frac{1}{4}\{1 - 5\} = \frac{1}{4} \times (-4) = -1$$

\therefore সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব (প্রমাণিত)





[BB'21]

(গ) Q বিন্দুগামী এবং P বিন্দু হতে 2 একক দূরবর্তী রেখাঘরের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

গ. ধরি, Q বিন্দুগামী একটি রেখা $y - 2 = mx \Rightarrow mx - y + 2 = 0$

শর্তমতে,

$$\frac{3m-4+2}{\sqrt{m^2+1}} = \pm 2 \Rightarrow \frac{3m-2}{\sqrt{m^2+1}} = \pm 2$$

$$\Rightarrow 9m^2 - 12m + 4 = 4m^2 + 4$$

$$\Rightarrow 5m^2 = 12m$$

$$\therefore m = 0, \frac{12}{5}$$

অর্থাৎ 1টি রেখা x অক্ষের সমান্তরাল। তাই রেখাঘরের মধ্যবর্তী

সূক্ষ্মকোণ

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right) = 67.38^\circ \text{ (Ans)}$$

$$\text{স্থূলকোণ} = (180 - 67.38)^\circ = 112.62^\circ \text{ (Ans.)}$$

05. দৃশ্যকল্প: $A \equiv 3x + y - 15$

[JB'21]

(খ) দুইটি সরলরেখা $(7, -1)$ বিন্দুগামী এবং $A = 0$ রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর

সমাধান

গ. $A = 0 \Rightarrow 3x + y - 15 = 0 \dots\dots\dots (i)$

(i) নং রেখার ঢাল, $m_1 = -\frac{3}{1} = -3$

ধরি, অপর দুটি রেখার ঢাল m_2

$$\therefore \tan 45^\circ = \pm \frac{m_2+3}{1-3m_2}$$

$$(+) \text{ নিয়ে পাই, } m_2 + 3 = 1 - 3m_2 \Rightarrow m_2 = -\frac{1}{2}$$

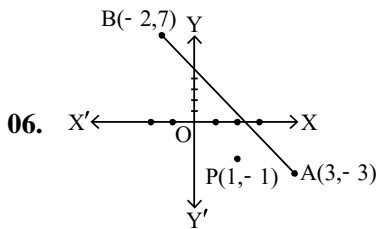
$$(-) \text{ নিয়ে পাই, } m_2 + 3 + 1 - 3m_2 = 0 \Rightarrow m_2 = 2$$

$$m_2 = -\frac{1}{2} \text{ হলে, সরলরেখার সমীকরণ, } (y + 1) = -\frac{1}{2}(x - 7)$$

$$\Rightarrow x + 2y - 5 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

$$m_2 = 2 \text{ হলে, সরলরেখার সমীকরণ, } (y + 1) = 2(x - 7) \Rightarrow 2x - y - 15 = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

(ii) ও (iii) নির্ণেয় সরলরেখা। (Ans.)



[Din.B'21]

(গ) P বিন্দুগামী রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর যার $y = x$ সরলরেখার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

4



সমাধান

গ. $y = x$ রেখার ঢাল, $m_1 = 1$

$$\text{শর্তমতে, } \tan 30^\circ = \pm \frac{1-m_2}{1+m_2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm \frac{1-m_2}{1+m_2} \Rightarrow \pm\sqrt{3} = \frac{1+m_2}{1-m_2} \Rightarrow \frac{\pm\sqrt{3}+1}{\pm\sqrt{3}-1} = \frac{1}{m_2}$$

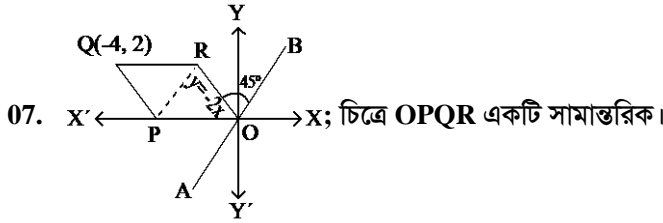
$$\Rightarrow m_2 = \frac{\pm\sqrt{3}-1}{\pm\sqrt{3}+1} \Rightarrow m_2 = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}, \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\therefore \text{১ম রেখাটি, } y + 1 = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}(x-1) \Rightarrow y + 1 = (2-\sqrt{3})(x-1) \Rightarrow y + 1 = (2-\sqrt{3})x - (2-\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow (2-\sqrt{3})x - y - 3 + \sqrt{3} = 0 \text{ (Ans)}$$

$$\text{২য় রেখাটি, } y + 1 = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}(x-1) \Rightarrow y + 1 = (2+\sqrt{3})x - 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (2+\sqrt{3})x - y - 3 - \sqrt{3} = 0 \text{ (Ans.)}$$



[Din.B'19]

(খ) উদ্দীপক হতে AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

ঘ. $y = -2x$ হতে $m_1 = -2$

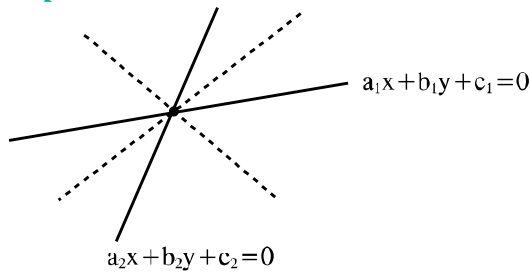
ধরি, AB সরলরেখার ঢাল m

$$\therefore \pm \frac{(m-m_1)}{1+mm_1} = \tan 45^\circ \Rightarrow \frac{m+2}{1-2m} = \pm 1 \quad \therefore m = -\frac{1}{3}, 3$$

চিত্র হতে পাই, $m \neq -\frac{1}{3} \therefore m = 3 \therefore$ AB সরলরেখাটি $y = 3x$ (Ans.)

Type-14: কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের সমীকরণ এবং কোণের সাপেক্ষে বিভিন্ন বিন্দুর অবস্থান সংক্রান্ত

→ Concept:



$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের সমীকরণ,

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \dots \dots \dots (i)$$

(1) সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডক নির্ণয়:

(a) $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$ [(+)ve] হলে, (i) এর (+) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ = স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ
[এক্ষেত্রে (i) এর (-) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ = সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ]

(b) $a_1a_2 + b_1b_2 < 0$ [(-)ve] হলে, (i) এর (-) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ = স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ
এক্ষেত্রে (i) এর (+) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ = সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ

(2) (α, β) বিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয়:

ধরি, $f(x, y) = a_1x + b_1y + c_1$; $g(x, y) = a_2x + b_2y + c_2$

তাহলে, $f(\alpha, \beta) = a_1\alpha + b_1\beta + c_1$; $g(\alpha, \beta) = a_2\alpha + b_2\beta + c_2$

(a) $f(\alpha, \beta) \times g(\alpha, \beta) > 0$ [+ve] হলে (i) এর (+) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণই হবে (α, β) বিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডক।

(b) $f(\alpha, \beta) \times g(\alpha, \beta) < 0$ [-ve] হলে (i) এর (-) চিহ্নবিশিষ্ট সমীকরণই হবে (α, β) বিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডক।

(c) $f(\alpha, \beta) \times g(\alpha, \beta) \times (a_1a_2 + b_1b_2) > 0$ [+ve] হলে (α, β) বিন্দুটি রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত স্তূলকোণে অবস্থিত।

(d) $f(\alpha, \beta) \times g(\alpha, \beta) \times (a_1a_2 + b_1b_2) < 0$ [-ve] হলে (α, β) বিন্দুটি রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত।

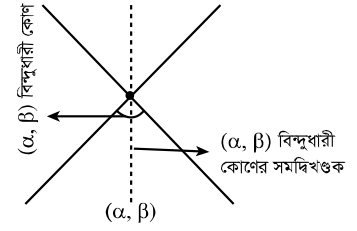
(3) মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ: [চিত্র: পূর্বের চিত্রে (α, β) এর স্থানে মূলবিন্দু $(0,0)$ বসায়]

(a) c_1 ও c_2 একই চিহ্ন বিশিষ্ট বা $c_1c_2 > 0$ [+ve] হলে, (i) নং সমীকরণের (+) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ নিলে মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডক পাওয়া যায়।

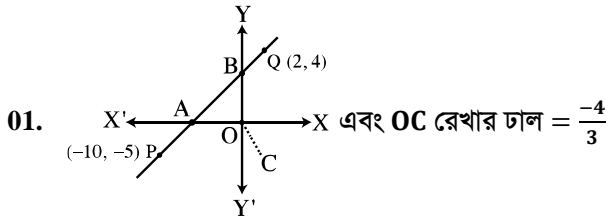
(b) c_1 ও c_2 বিপরীতচিহ্ন বিশিষ্ট বা $c_1c_2 < 0$ [-ve] হলে, (i) নং সমীকরণের (-) চিহ্ন বিশিষ্ট সমীকরণ নিলে মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখণ্ডক পাওয়া যায়।

(c) $c_1 \times c_2 \times (a_1a_2 + b_1b_2) > 0$ [+ve] হলে মূলবিন্দুটি রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত স্তূলকোণে অবস্থিত।

(d) $c_1 \times c_2 \times (a_1a_2 + b_1b_2) < 0$ [-ve] হলে মূলবিন্দুটি রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত।



CQ প্রশ্ন ও সমাধান



[Ctg.B'22]

(গ) দেখাও যে, OC রেখা ও x-অক্ষরেখার মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব।

4

সমাধান

গ. OC রেখার ঢাল $-\frac{4}{2} = -2$ ও ইহা $O(0,0)$ বিন্দুগামী।

$$\therefore y = -2x \Rightarrow 3y = -4x \Rightarrow 3y + 4x = 0 \therefore 4x + 3y = 0$$

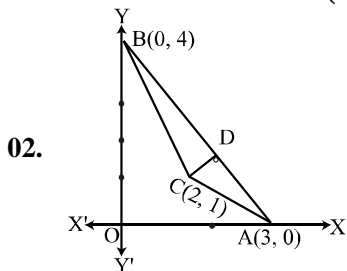
আবার, x-অক্ষরেখার সমীকরণ, $y = 0$; এখন, $\frac{4x+3y}{\sqrt{4^2+3^2}} = \pm \frac{y}{1} \Rightarrow \frac{4x+3y}{5} = \pm y \Rightarrow 4x + 3y = \pm 5y$

এখানে, $4x + 3y = 5y \Rightarrow 4x - 2y = 0 \therefore 2x - y = 0 \dots \dots \dots$ (i)

আবার, $4x + 3y = -5y \Rightarrow 4x + 8y = 0 \therefore x + 2y = 0 \dots \dots \dots$ (ii)

(i) নং রেখার ঢাল, $m_1 = 2$ (ii) নং রেখার ঢাল, $m_2 = -\frac{1}{2}$

এখন, $m_1 \times m_2 = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$; সুতরাং, OC রেখা ও x-অক্ষরেখার মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব।



[SB'22]

(গ) $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

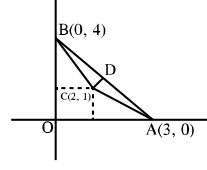
4

সমাধান

গ. চিত্র হতে পাই, $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক হলো
BC এবং AC বাহুর স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডক।

$$BC \text{ বাহুর সমীকরণ, } \frac{x-0}{0-2} = \frac{y-4}{4-1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-2} = \frac{y-4}{3} \Rightarrow 3x = -2y + 8 \Rightarrow 3x + 2y - 8 = 0$$



$$AC \text{ বাহুর সমীকরণ, } \frac{x-3}{3-2} = \frac{y-1}{1-0} \Rightarrow \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} \Rightarrow x - y - 3 + 1 = 0 \Rightarrow x - y - 2 = 0$$

$$\therefore a_1a_1 + b_1b_2 = 3 \times 1 + 2 \times (-1) = 1 > 0$$

∴ '+' চিহ্ন নিয়ে স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ পাওয়া যাবে।

$$\angle ACB \text{ এর সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ, } \frac{3x+2y-8}{\sqrt{3^2+2^2}} = \frac{x-y-2}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} \Rightarrow \frac{3x+2y-8}{\sqrt{13}} = \frac{x-y-2}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y - 8\sqrt{2} = \sqrt{13}x - \sqrt{13}y - 2\sqrt{13} \Rightarrow (3\sqrt{2} - \sqrt{13})x + (2\sqrt{2} + \sqrt{13})y - 8\sqrt{2} + 2\sqrt{13} = 0$$

03. দৃশ্যকল্প-১: $3x - 4y + 7 = 0$, $4x - 3y + 2 = 0$

[BB'22]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত সরলরেখা দুটির মধ্যবর্তী স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডক রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

4

সমাধান

ঘ. দৃশ্যকল্প-১ এ, $3x - 4y + 7 = 0$ (i)

$$a_1 = 3, b_1 = -4, c_1 = 7$$

$$4x - 3y + 2 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

$$a_2 = 4, b_2 = -3, c_2 = 2$$

$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং রেখা দুইটির মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডক দুটির সমীকরণ, } \frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}} \dots \dots \dots (iii)$$

$$\text{এখানে, } a_1a_2 + b_1b_2 = 3 \times 4 + (-4)(-3) = 24$$

$$\text{যেহেতু } a_1a_2 + b_1b_2 > 0$$

তাই, (iii) হতে (+) চিহ্নযুক্ত সমীকরণ নিলে স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডক পাওয়া যাবে।

∴ স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ-

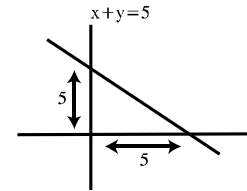
$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = + \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}} \Rightarrow \frac{3x-4y+7}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = + \frac{4x-3y+2}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} \Rightarrow \frac{3x-4y+7}{5} = \frac{4x-3y+2}{5}$$

$$\Rightarrow 3x - 4y - 4x + 3y = 2 - 7 \Rightarrow -x - y = -5 \Rightarrow x + y = 5$$

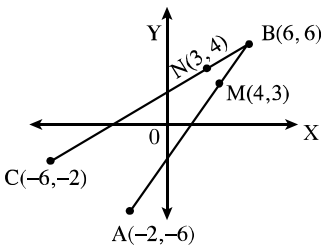
$$\therefore \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \dots \dots \dots (iv)$$

(iv) নং রেখাটি অর্থাৎ, স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডক দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$$A = \frac{1}{2} |ab| = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \quad \boxed{A = \frac{25}{2}} \text{ (Ans.)}$$



04.



(গ) দেখাও যে, $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব।

[CB'22]

4



সমাধান

গ. দেওয়া আছে, $M(4, 3), N(3, 4), B(6, 6)$

$$\text{MB রেখার সমীকরণ: } \frac{x-6}{6-4} = \frac{y-6}{6-3} \Rightarrow \frac{x-6}{2} = \frac{y-6}{3} \Rightarrow 3x - 18 = 2y - 12$$

$$\therefore 3x - 2y - 6 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{BN রেখার সমীকরণ: } \frac{x-6}{6-3} = \frac{y-6}{6-4} \Rightarrow \frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{2} \Rightarrow 2x - 12 = 3y - 18$$

$$\therefore 2x - 3y + 6 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এখন, } \frac{3x-2y-6}{\sqrt{3^2+(-2)^2}} = \pm \frac{2x-3y+6}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} \Rightarrow 3x - 2y - 6 = \pm 2x - 3y + 6$$

$$\text{(+) নিয়ে, } 3x - 2y - 6 = 2x - 3y + 6 \Rightarrow x + y - 12 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{(-) নিয়ে, } 3x - 2y - 6 = -2x + 3y - 6 \Rightarrow 5x - 5y = 0 \therefore x - y = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{(iii) নং রেখার ঢাল, } m_1 = -1$$

$$\text{(iv) নং রেখার ঢাল, } m_2 = 1$$

$$\text{এখন, } m_1 \times m_2 = (-1) \times 1 = -1$$

সুতরাং $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব। (Showed)

05. $A(3, -2), B(5, 6)$ দুটি বিন্দু $3x + 4y - 1 = 0$ ও $5x - 12y + 3 = 0$ দুটি সরলরেখার সমীকরণ

[Din.B'22]

(গ) উদ্দীপকে বর্ণিত রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

গ. প্রদত্ত সমীকরণ দুটি হলো, $3x + 4y - 1 = 0$ এবং $5x - 12y + 3 = 0$

$$\text{রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ, } \frac{3x+4y-1}{\sqrt{3^2+4^2}} = \pm \frac{5x-12y+3}{\sqrt{5^2+(12)^2}}$$

$$\text{এখানে, } a_1 = 3, b_1 = 4, a_2 = 5, b_2 = -12$$

$$\therefore a_1 a_2 + b_1 b_2 = 3 \times 4 + 5 \times (-12) = -48 < 0$$

যেহেতু, $a_1 a_2 + b_1 b_2 < 0$, সুতরাং ‘-’ চিহ্ন নিয়ে স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ পাওয়া যাবে,

$$\frac{3x+4y-1}{5} = -\frac{5x-12y+3}{13} \Rightarrow 13(3x+4y-1) + 5(5x-12y+3) = 0$$

$$\Rightarrow 39x + 52y - 13 + 25x - 60y + 15 = 0$$

$$\Rightarrow 64x - 8y + 2 = 0 \Rightarrow 4y - 32x - 1 = 0$$

$$\therefore \text{স্থলকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ হলো } 4y - 32x - 1 = 0$$

06. দৃশ্যকল্প-১: $4x - 4y + 6 = 0, x + 7y - 3 = 0$ দুইটি সরলরেখার সমীকরণ।

[Ctg.B'21]

(খ) দৃশ্যকল্প-১ এর সরলরেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

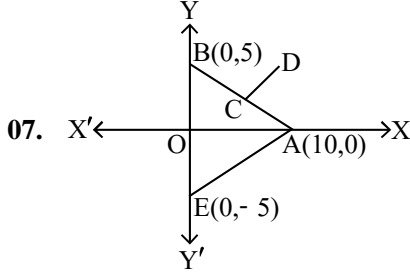
খ. এখানে, $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 4 \times 1 - 4 \times 7 = -24 < 0$

\therefore (+) চিহ্ন দ্বারা সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ পাওয়া যাবে।

$$\therefore \text{সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ, } \frac{4x-4y+6}{\sqrt{16+16}} = \frac{x+7y-3}{\sqrt{1+49}} \Rightarrow \frac{4x-4y+6}{4\sqrt{2}} = \frac{x+7y-3}{5\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 20x - 20y + 30 = 4x + 28y - 12 \Rightarrow 16x - 48y + 42 = 0 \Rightarrow 8x - 24y + 21 = 0 \text{ (Ans.)}$$





[Din.B'21]

(খ) $\angle AOE$ এর সমদ্বিখণ্ডক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

খ. OA রেখার সমীকরণ $y = 0$

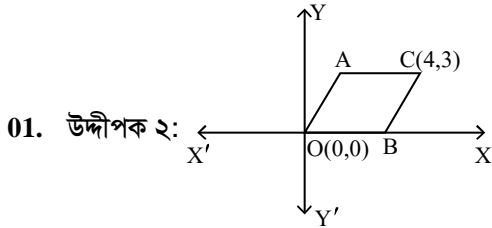
OE রেখার সমীকরণ $x = 0$

\therefore সমদ্বিখণ্ডক $y = \pm x$

কিন্তু, নির্ণেয় রেখার ঢাল ঋণাত্মক \therefore রেখাটি $y = -x \Rightarrow x + y = 0$ (Ans.)

Type-15: বিবিধ

CQ প্রশ্ন ও সমাধান



[CB'21]

(গ) উদ্দীপক-2 এ প্রদর্শিত OBCA একটি সামান্তরিক এবং OA রেখার সমীকরণ $y = 3x$. AB কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর।

4

সমাধান

গ. $B = (a, 0)$ এবং $A = (b, 3b)$

এখানে, AB এর মধ্যবিন্দু = OC এর মধ্যবিন্দু

$O = (0,0)$ এবং $C = (4,3)$

$$\therefore \frac{a+b}{2} = \frac{4+0}{2} \Rightarrow a + 1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{0+3b}{2} = \frac{3+0}{2} \Rightarrow b = 1$$

$A = (1,3), B = (3,0)$

$$\therefore \text{AB রেখার সমীকরণ, } y - 3 = \frac{3-0}{1-3} (x - 1)$$

$$\Rightarrow y - 3 = \frac{3}{-2} (x - 1) \Rightarrow -2y + 6 = 3x - 3 \Rightarrow 3x + 2y - 9 = 0 \text{ (Ans.)}$$