



একাদশ শ্রেণি একাডেমিক প্রোগ্রাম ২০২০

# উচ্চতর গণিত

লেকচার : HM-07

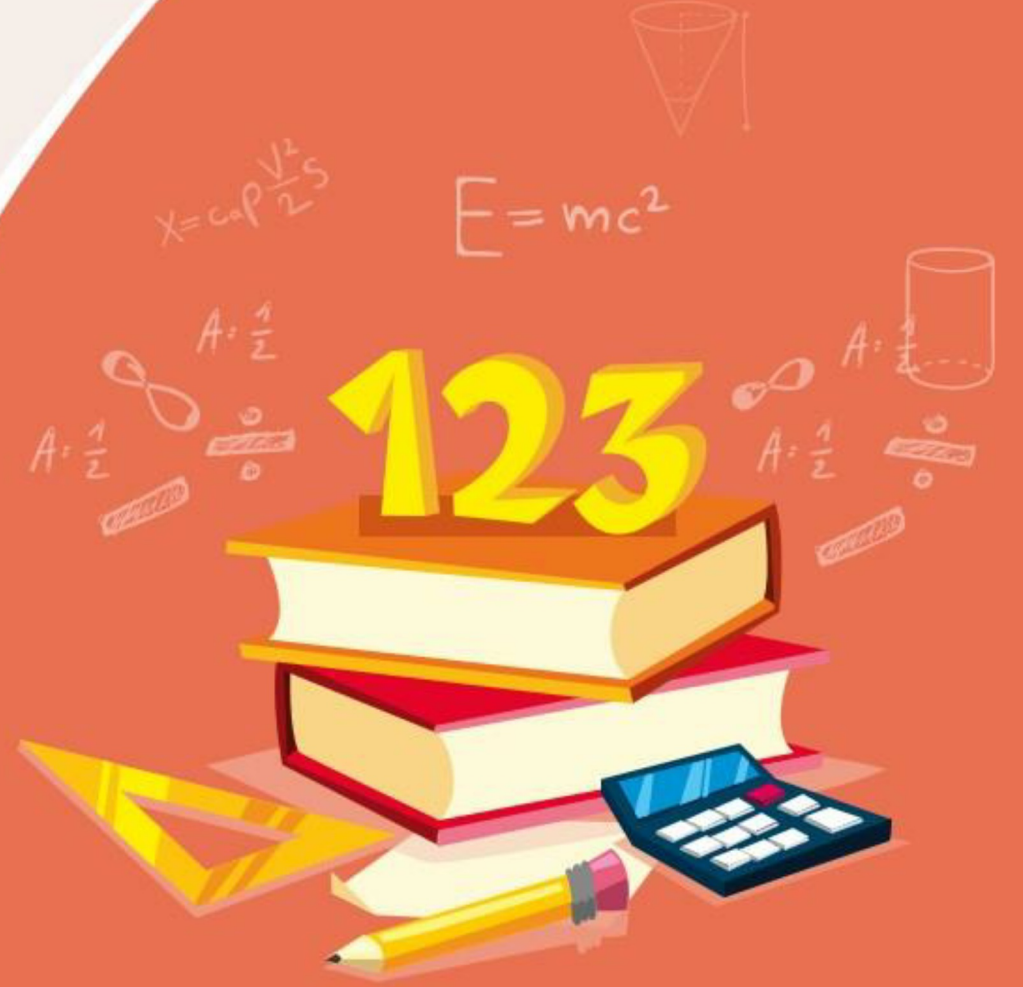
অধ্যায় ৩: সরলরেখা



$$x = \sqrt{\frac{6^2}{c} + c} - \frac{1}{2b}$$



একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার



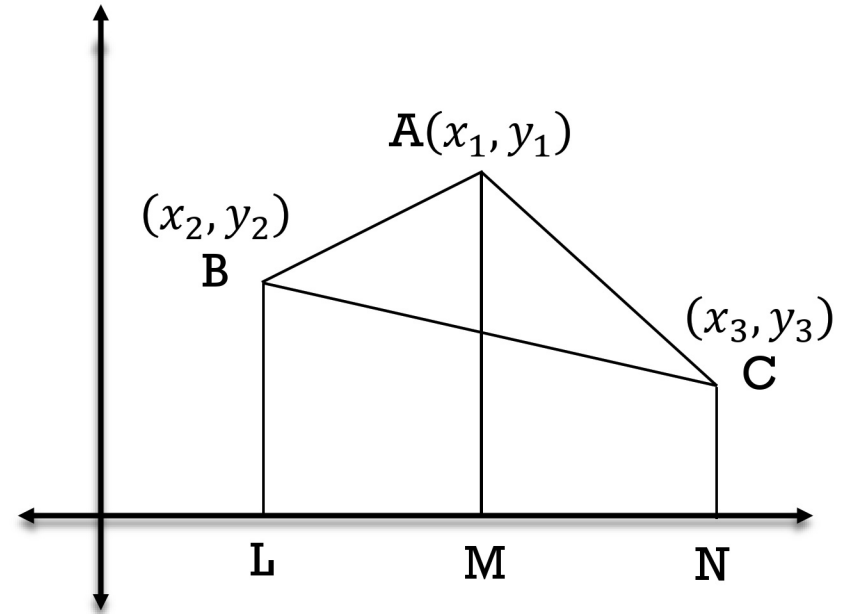
www.udvash.com

# ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

➤ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্রয়ের স্থানাঙ্ক দেয়া আছে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - x_1 y_3 \end{vmatrix}$$



$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

# ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

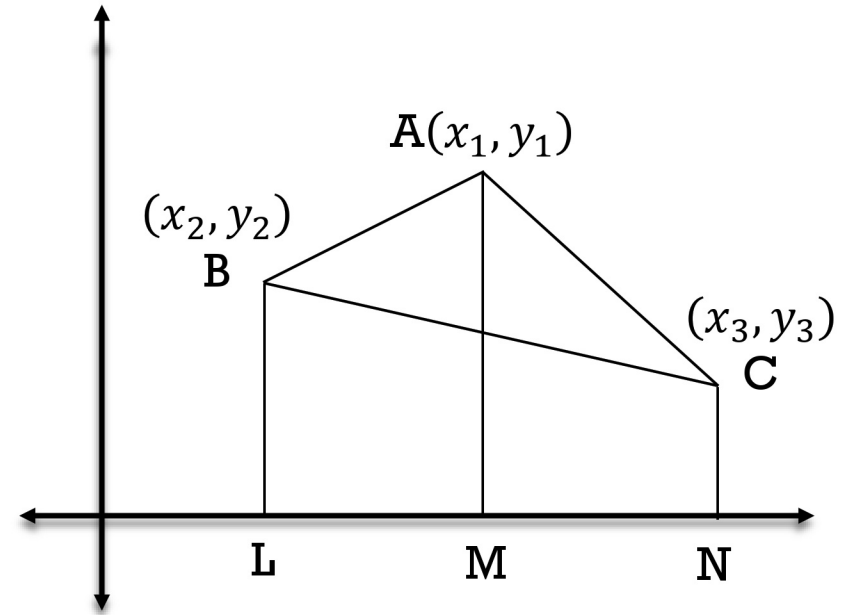
$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$S_{ABC} = \text{নিষ্ফল} = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

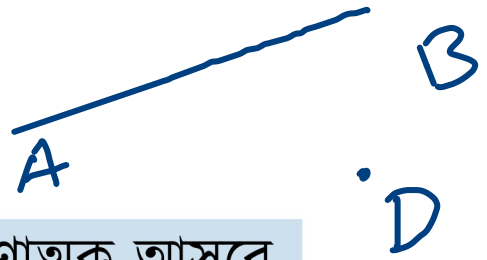
$$\Delta ABC = \frac{1}{2} |S_{ABC}| \rightarrow \text{Modulus}$$

$$S_{ABC} = +$$

$$S_{ABD} = -$$



C.



স্থানাঙ্কগুলো ঘড়ির কাটার বিপরীতে বা ঘড়ির কাটার দিকে নিলে ক্ষেত্রফল ধনাত্মক বা ঋণাত্মক আসবে তবে চিহ্ন নিরপেক্ষ মানই হবে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

## গাণিতিক সমস্যা

➤ একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ  $A(x, y)$ ,  $B(1, 2)$  এবং  $C(2, 1)$  এবং ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক হলে দেখাও যে,

$$x + y = 15 \quad \text{কি} \quad x + y = -9$$

$$\Delta_{ABC} = \begin{vmatrix} x & 1 & 2 & x \\ y & 2 & 1 & y \end{vmatrix}$$

$$= | 2x + 1 + 2y - y - 4 - x |$$

$$= | x + y - 3 |$$

$$\Delta_{ABC} = \frac{1}{2} |\Delta_{ABC}| = \frac{1}{2} |x + y - 3|$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{2} |x + y - 3| = 6$$



$$|x+y-3| = 6 \times 2$$

$$|x+y-3| = 12$$

$$x+y-3 = \pm 12$$

$$x+y-3 = 12$$

$$x+y = 15$$

(proved)

$$\therefore x+y = 15$$

বা

$$x+y-3 = -12$$

$$x+y = -9$$

$$|5| = 5$$

$$|-5| = 5$$

$$|y| = 5$$

$$y = \pm 5$$

# POLL QUESTION-01

→ বর্গ একক

□ একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ  $A(0,0)$ ,  $B(2,1)$  এবং  $C(6,2)$  হলে; ক্ষেত্রফল কত?

(a) 2

(b) -1

~~(c) 1~~

(d) 6

$$S_{ABC} = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (0 + 4 + 0 - 0 - 6 - 0)$$

$$= (-2)$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} |S_{ABC}| = \frac{1}{2} |-2|$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 = 1$$



উদ্ভাস

একাত্তরিক এড এডমিশন কোর্স

উচ্চতর গণিত

অধ্যায় ৩ : সরলরেখা

## গাণিতিক সমস্যা

- ABC ত্রিভুজের A(-3, -2), B(-3, 9), C(5, -8) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে B হতে CA এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -2 & 9 & -8 \\ -3 & -2 & -2 \end{vmatrix} \right| \rightarrow \text{Modulus}$$

$$= 44$$

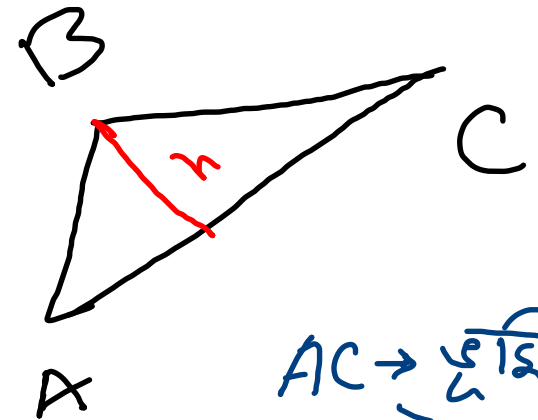
$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times AC \times h$$

↓

$$44 = \frac{1}{2} \times \sqrt{(-3-5)^2 + (-2+8)^2} \times h$$

$$44 = \frac{1}{2} \times 10 \times h$$

$$h = \frac{44}{5} \quad (\text{Ans})$$



AC → ভূমি  
h → উচ্চতা

উচ্চতর গণিত

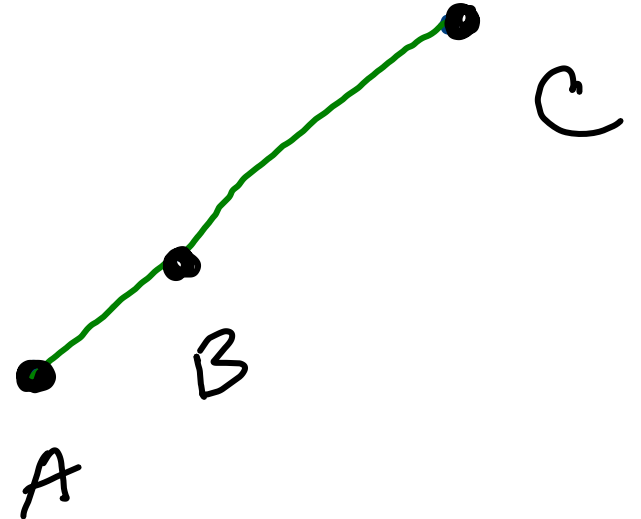
অধ্যায় ৩ : সরলরেখা

# তিনটি বিন্দু সমরেখ হওয়ার শর্ত

❖  $AB + BC = AC$  ✓ → সুত্র

❖  $\Delta ABC$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হবে অর্থাৎ,

❖ বিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক নিয়ে গঠিত নির্ণায়কের মান শূন্য হবে



$$\Delta ABC = 0$$

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$m_{AB} = m_{BC} = m_{CA}$$

$$m = \frac{y \text{ এর চেঞ্জ}}{x \text{ এর চেঞ্জ}}$$

## গাণিতিক সমস্যা

- একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ  $A(t+1, 1)$ ,  $B(2t+1, 3)$  এবং  $C(2t+2, 2t)$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।  
 $t$  এর মান কত হলে বিন্দুগুলো সমরেখ হবে?

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} t+1 & 2t+1 & 2t+2 & t+1 \\ 1 & 3 & 2t & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} | 2t^2 - 3t - 2 |$$

সমরেখ বলে,

$$\frac{1}{2} | 2t^2 - 3t - 2 | = 0$$

$$2t^2 - 3t - 2 = 0$$

∴

$$t = -\frac{1}{2}, 2$$

(Ans)



উদ্ভাস

একাত্তরিক এড এডমিশন কোর্স

উচ্চতর গণিত

অধ্যায় ৩ : সরলরেখা



## POLL QUESTION-02

□ A B C  
(k, -1), (6, 3) এবং (0, 0) বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে k এর মান কত?

(a) 4

(b) 2

(c) 3

~~(d) -2~~

$$\frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc} 0 & k & 6 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right| = 0$$

$$|0 + 3k + 0 - 0 + 6 - 0| = 0$$

$$|3k + 6| = 0 \Rightarrow 3k + 6 = \pm 0$$

$$3k + 6 = 0$$

$$k = -2$$

$$m_{AB} = \frac{3 - (-1)}{6 - k} = \frac{4}{6 - k}$$

$$m_{BC} = \frac{3 - 0}{6 - 0} = \frac{1}{2}$$

$$m_{AB} = m_{BC}$$

$$\frac{4}{6 - k} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore k =$$



উদ্ভাস

একাত্তরিক এড এডমিশন কোর্স

উচ্চতর গণিত  
অধ্যায় ৩ : সরলরেখা

## প্র্যাক্টিস প্রবলেম

(i).  $(x, y)$ ,  $(5, 3)$  এবং  $(-2, -4)$  বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে দেখাও যে,  $x - y - 2 = 0$

(ii).  $\Delta ABC$  ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ যথাক্রমে  $(-1, 2)$ ,  $(2, 3)$  এবং  $(3, -4)$  এবং P বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(x, y)$  হলে

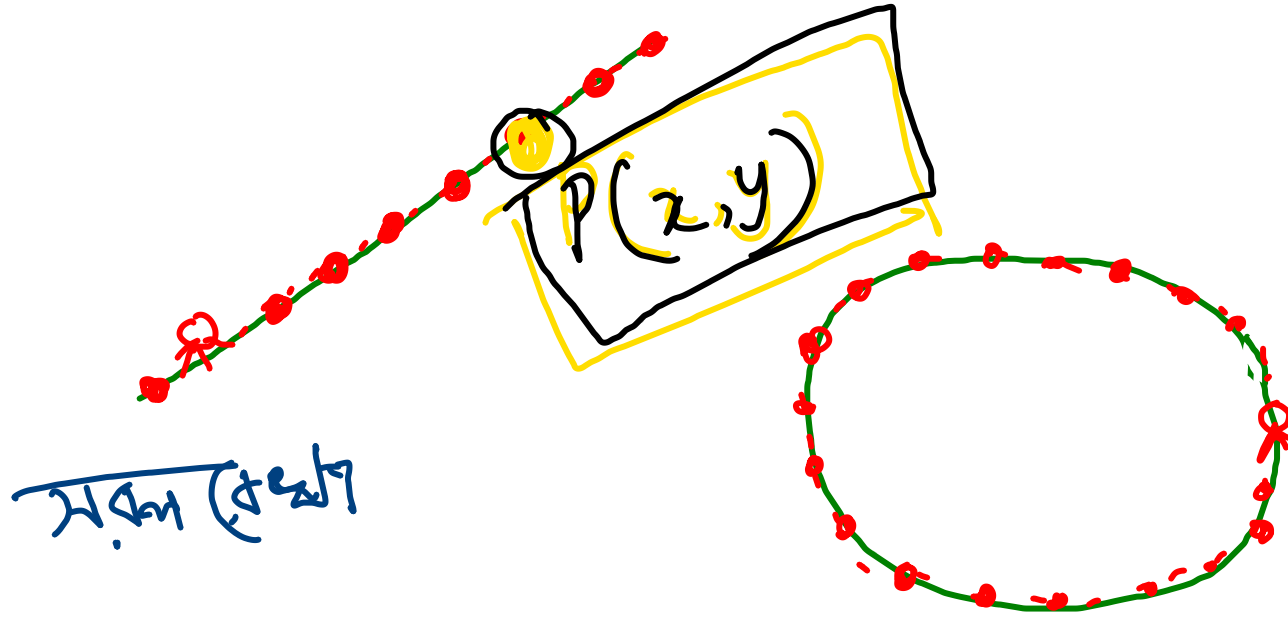
দেখাও যে,  $\frac{\Delta PAB}{\Delta ABC} = \frac{x-3y+7}{22}$

(iii).  $(-1, 2)$ ,  $(2, 3)$  এবং  $(3, -4)$  শীর্ষবিন্দু নিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র G হলে দেখাও যে  $\Delta ABC = 3\Delta ABG = 3\Delta BCG = 3\Delta CAG$

(iv). একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ  $A(2, -1)$ ,  $B(a + 1, a - 3)$  এবং  $C(a + 2, a)$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। a এর মান কত হলে বিন্দুগুলো সমরেখ হবে?

# সম্ভারপথ

- এক বা একাধিক নির্দিষ্ট শর্ত মেনে বিন্দুগুলি যে পথের উপর অবস্থান করে ঐ পথকেই সম্ভারপথ বলে।
- ঐ শর্তগুলো মেনে এর যে সমীকরণ পাওয়া যায় তাই সম্ভারপথের সমীকরণ।



set of points  
বিন্দু গুলোর সেট

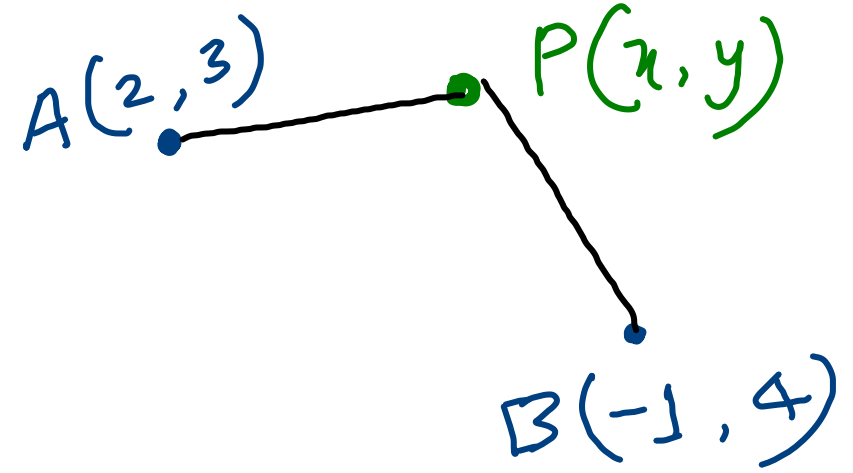


বৃত্তের সমীকরণ :  
↓  
সম্ভারপথের সমীকরণ :

# গাণিতিক সমস্যা

উদাহরণ: A(2,3) এবং B(-1,4) দুইটি স্থির বিন্দু। A এবং B বিন্দু হতে একটি সেটের যেকোন বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত 2:3 হলে সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় করো।

ধরি, P(x,y) সঞ্চারণপথের উপরকার  
একটি বিন্দু।



$$\frac{PA}{PB} = \frac{2}{3} \quad \boxed{\text{স্বত}}$$

$$\left( \frac{\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2}}{\sqrt{(x+1)^2 + (y-4)^2}} \right)^2 = \left( \frac{2}{3} \right)^2$$



উদ্দাম

একাত্মিক এড এডমিশন সেন্টার

উচ্চতর গণিত

অধ্যায় ৩ : সরলরেখা

## POLL QUESTION-03

□ কোন সেটের বিন্দুসমূহ  $(2, -1)$  বিন্দু থেকে সবসময় 4 একক দূরত্বে অবস্থান করে, বিন্দুসমূহের সম্ভাব্যপথের

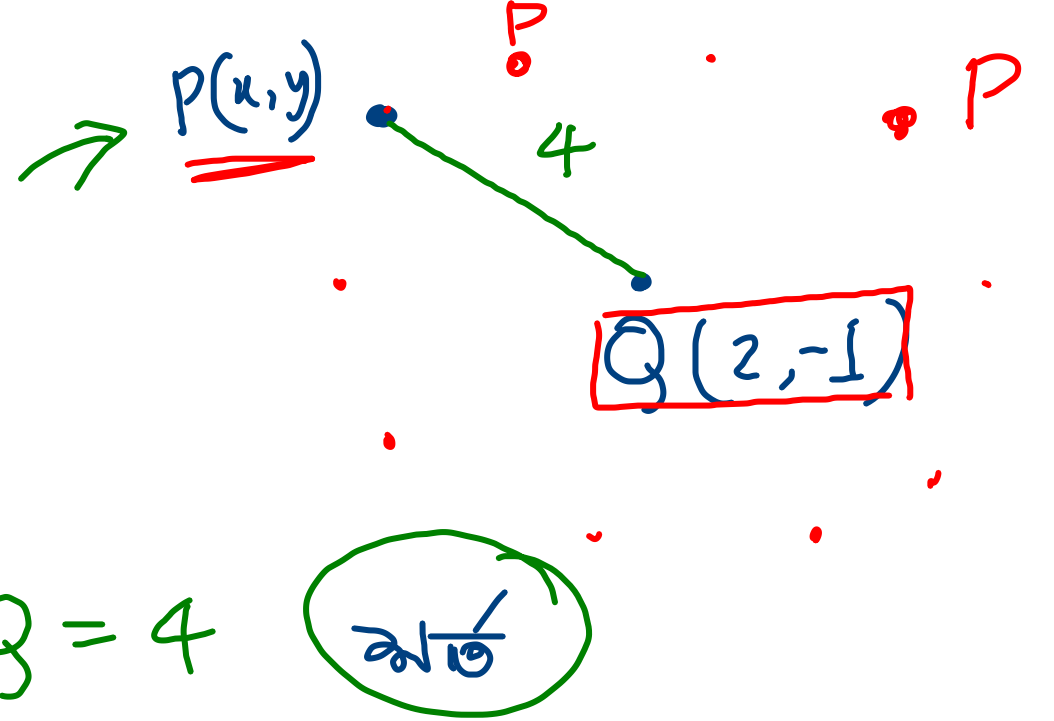
সমীকরণ-

(a)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$

~~(b)  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$~~

(c)  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 11 = 0$

(d)  $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 11 = 0$



$$\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 16$$



# গাণিতিক সমস্যা

- $A(-6, -3)$  ও  $B(6, 3)$  দুটি স্থির বিন্দু। কাঠেসীয় সমতলে এমন বিন্দুসমূহের সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় করো যেন বিন্দুসমূহের যেকোনো বিন্দু থেকে AB রেখাংশের উপর অঙ্কিত মধ্যমার দৈর্ঘ্য 5 একক হয়।

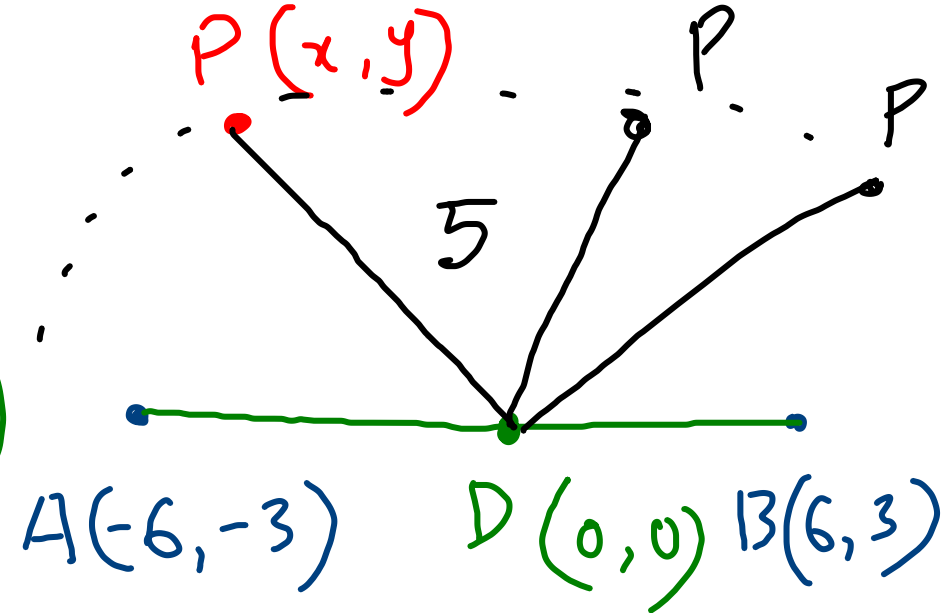
ধরি,  $P(x, y)$  সঞ্চারণপথের উপর বিন্দু

যেকোনো একটি বিন্দু।

AB এর মধ্যবিন্দু,  $D \equiv \left( \frac{-6+6}{2}, \frac{-3+3}{2} \right)$   
 $= (0, 0)$

সুতরাং,  $PD = 5$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = 5$$



স্মার্ত

$$x^2 + y^2 = 25$$

# গাণিতিক সমস্যা

➤ A(0,4) ও B(0,6) দুটি স্থির বিন্দু। কাঠেসীয় সমতলে এমন বিন্দুসমূহের সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো যে বিন্দুসমূহের যেকোনো বিন্দুতে AB রেখাংশ এক সমকোণ উৎপন্ন করে।

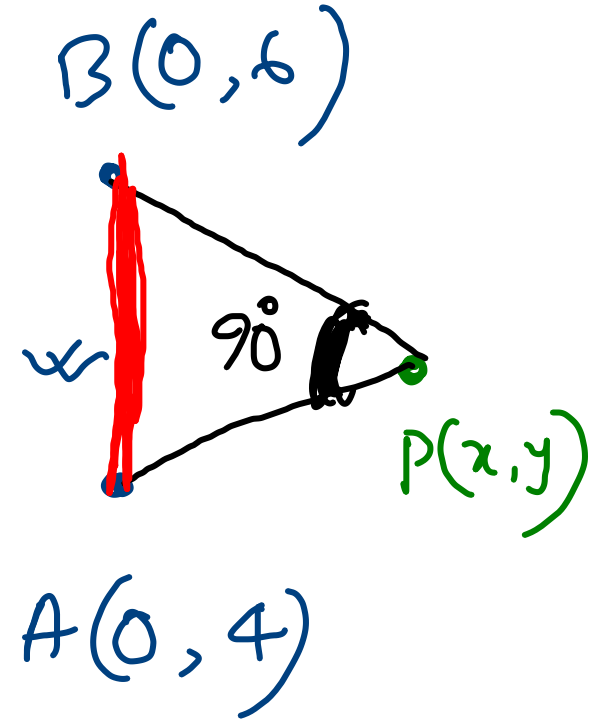
ধরি, P(x,y) সঞ্চারপথের উপস্থিত  
একটি বিন্দু।

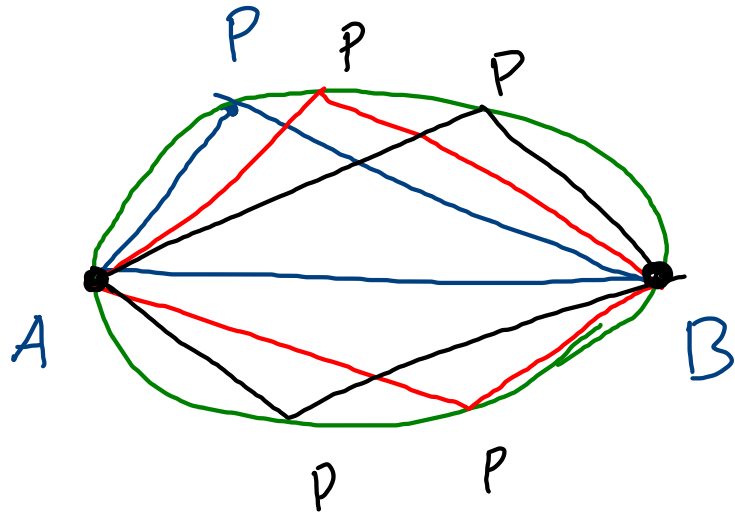
প্রশ্নমতে,  $\angle APB =$  এক সমকোণ

Pythagorus,  $AB^2 = AP^2 + BP^2$

$$(0-0)^2 + (4-6)^2 = (x-0)^2 + (y-4)^2 + (x-0)^2 + (y-6)^2$$

$$x^2 + y^2 - 10y + 24 = 0$$





অস্থিত্ব কোণ =  $90^\circ$

# গাণিতিক সমস্যা

উদাহরণ:  $(-2, 5)$  বিন্দু এবং  $x$  অক্ষ থেকে সর্বদা সমদূরবর্তী বিন্দুসমূহের সম্ভারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো।

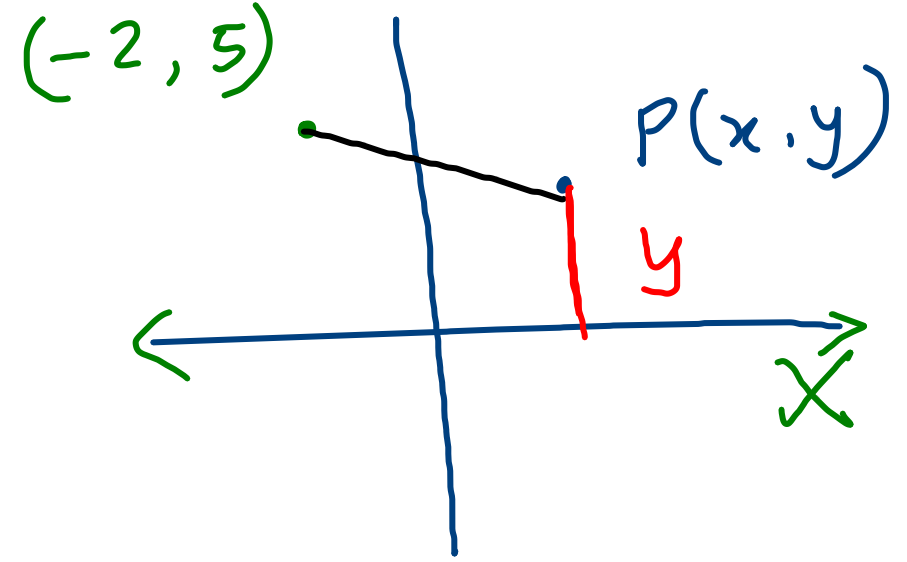
$x$  অক্ষ হতে  $P(x, y)$  বিন্দুর

$$\text{দূরত্ব} = |y|$$

প্রশ্ন হচ্ছে,  $\rightarrow$  স্মার্ত

$$|y| = \sqrt{(x+2)^2 + (y-5)^2}$$

$$(|y|)^2 = (x+2)^2 + (y-5)^2 \quad x \text{ অক্ষ হতে দূরত্ব} = \left| \frac{x}{1} \right|$$



$$x^2 + 4x - 10y + 29 = 0 \rightarrow \text{সংকীর্ণ}$$

# POLL QUESTION-04

□  $x$  অক্ষ থেকে কোন সেটের প্রতিটি বিন্দুর দূরত্বের বর্গ,  $y$  অক্ষ থেকে ঐ বিন্দুর দূরত্বের 4 গুণ।

সম্ভাব্যপথের সমীকরণটি কী হবে?

(a)  $x^2 = 4y$

~~(b)  $y^2 = 4x$~~

(c)  $x^2 = 4y^2$

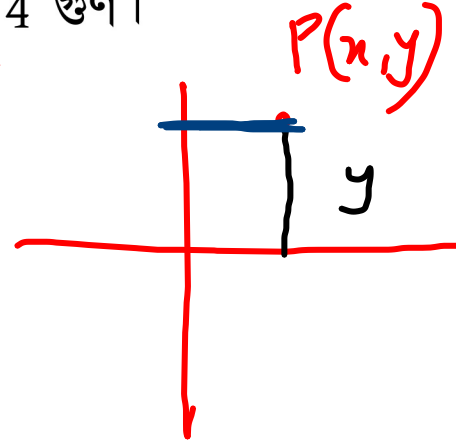
(d)  $y = 2x$

হা  
 $x$  অক্ষ দূরত্ব =  $|y|$

$y$  " " " =  $|x|$

স্বতঃ  $|y|^2 = 4|x|$

$y^2 = 4|x| \rightarrow y^2 = 4x$





## প্র্যাকটিস প্রবলেম

- (i).  $A(3,0)$  ও  $B(-3,0)$  বিন্দুদ্বয় থেকে যেসব বিন্দুসমূহের দূরত্বের সমষ্টি সর্বদা 10 একক ঐ বিন্দুসমূহের সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় করো।
- (ii).  $A(2,0)$  থেকে কোনো সেটের বিন্দুসমূহের দূরত্ব  $x = 0$  রেখা থেকে তাদের দূরত্বের তিনগুণ হলে সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় করো।
- (iii). মূলবিন্দু ও  $(-5,0)$  হতে কোনো সেটের বিন্দুসমূহের দূরত্বের অনুপাত 3:4 হলে বিন্দুসমূহের সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় করো।

না বুঝে  
মুখস্থ করার  
অভ্যাস প্রতিভাকে  
ধ্বংস করে

$$X = \frac{c \rho P \sqrt{V}}{2S}$$

$$X = \frac{c \rho P \sqrt{V}}{2S}$$

$$E = mc^2$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2}{c^2} + c} - \frac{b}{2}$$



উদ্ভাস

একাত্মিক এড এডমিশন কোর্স

$A(\cdot) \quad B(\cdot)$

$x_1$

$y_1$

$x_2$

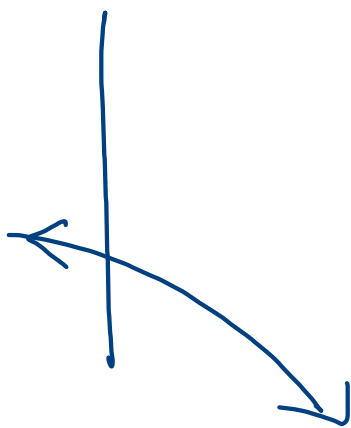
$y_2$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$r \cos(\theta - \alpha) = k$$

$$\Rightarrow r(\cos\theta \cos\alpha + \sin\theta \sin\alpha) = k$$

$$|y| = 6$$
$$y = \pm 6$$



$$|y| = 6$$
$$(|y|)^2 = 6^2$$
$$y^2 = 36$$
$$y = \pm 6$$