بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

বিস্‌মিল্লাহির রাহ্‌মানির রাহীম

উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উদ্ভাস উন্মেষ
শিক্ষা পরিবার

পদার্থবিজ্ঞান
১ম পত্র

Ankur Nath
EEE, BUET

অধ্যায়-২ : ভেক্টর

লেকচার : P-02

উচ্ছ্বাস উন্মেষ
শিক্ষা পরিবার

আলোচ্য বিষয়াবলি

- রাশি
- ভেক্টর রাশির প্রকাশ
- বিভিন্ন প্রকারের ভেক্টর
- ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয়
    - ত্রিভুজ সূত্র
    - বহুভুজ সূত্র
    - সামান্তরিক সূত্র
- সামান্তরিক সূত্র হতে লব্ধির মান ও দিক নির্ণয়
- গানিতিক উদাহরণ
- ভেক্টর যোগের কতিপয় ধর্ম

রাশি (Quantity)

➡ পদার্থের যে সকল ভৌত বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা যায় তাকে রাশি বলে।

ভৌত রাশিগুলিকে দুই ভাগে ভাগ করা যায় -

55kg

স্কেলার রাশি
বা
অদিক রাশি

সম্পূর্ণভাবে প্রকাশের জন্য
শুধু মানই যথেষ্ট

বল

ভেক্টর রাশি
বা
সদিক রাশি

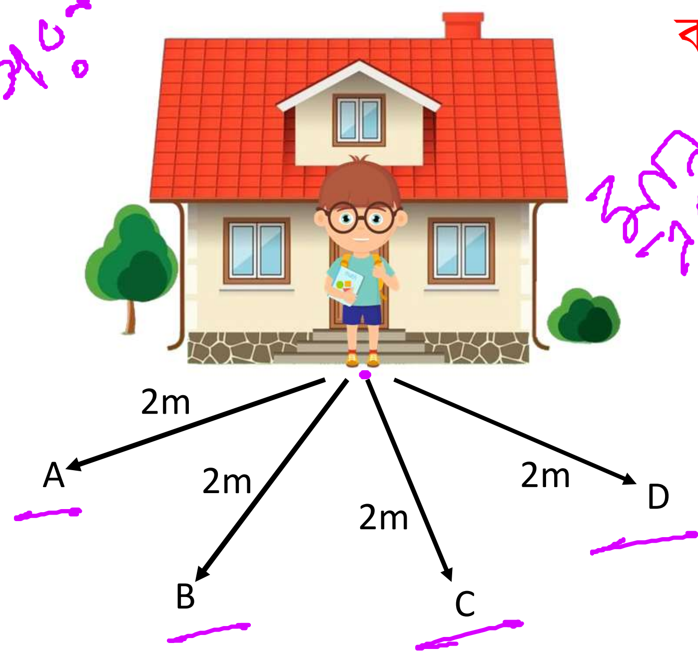
সম্পূর্ণভাবে প্রকাশের জন্য
মান ও দিক দু'টিই প্রয়োজন

স্কেলার ও ভেক্টর রাশি

এই ইটের ভর কত?

\- ৫০০ গ্রাম

এখানে এতটুকু তথ্য-ই যথেষ্ট।
অর্থাৎ, ভর একটি স্কেলার রাশি।



বাড়ি থেকে বের হয়ে তোমার সরণ কতটুকু?

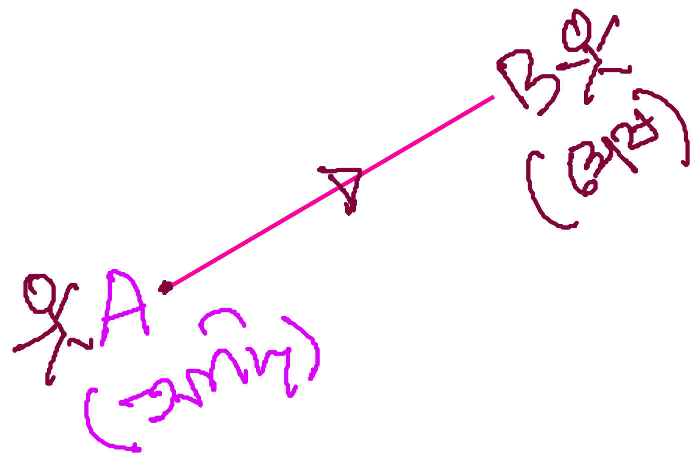
\- ২ মিটার

তুমি A, B, C, D যেকোনো বিন্দুতেই থাকতে পারো। তাই তথ্য অসম্পূর্ণ। এখানে অবস্থান সম্পূর্ণভাবে জানার জন্য সরণের **দিক** জানা আবশ্যক।

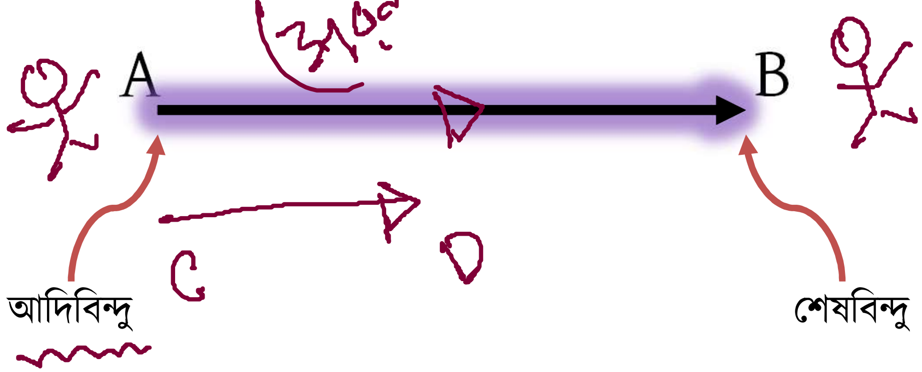
অর্থাৎ, সরণ ভেক্টর রাশি।

কতিপয় ভেক্টর রাশির উদাহরণ

- ➢ সরণ s
- ➢ বেগ v
- ➢ ভরবেগ mv
- ➢ ত্বরণ a
- ➢ বল F
- ➢ ঘূর্ণন বল বা টর্ক
- ➢ তড়িৎ প্রাবল্য E
- ➢ ক্ষেত্রফল (Surprise!!!)



ভেক্টর রাশির প্রকাশ



রেখার দৈর্ঘ্য → ভেক্টরের মান

তীরের মুখ → ভেক্টরের দিক

ভেক্টর রূপ

AB অথবা $\overrightarrow{AB}$

Bold হবে

আগে আদিবিন্দু পরে শেষবিন্দু

ভেক্টরের মান

AB অথবা $|\overrightarrow{AB}|$

Bold হবে না

$|\overrightarrow{AB}|$

বিভিন্ন প্রকারের ভেক্টর

সমান ভেক্টর

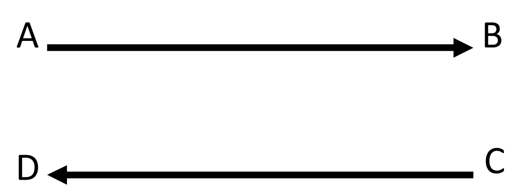
- দুইটি ভেক্টরের মান/দৈর্ঘ্য সমান
- উভয়ের দিক একই

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

মান ও দিক অপরিবর্তিত রেখে ভেক্টরকে একই তলে যেকোনো যায়গায় সরানো যায়।

বিপরীত ভেক্টর

- দুইটি ভেক্টরের মান সমান
- এদের দিক বিপরীত

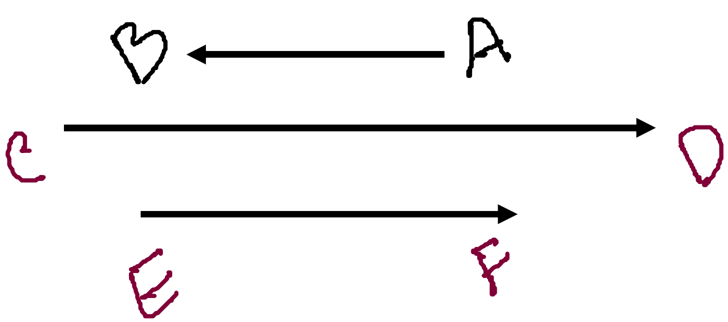


$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$$

বিভিন্ন প্রকারের ভেক্টর

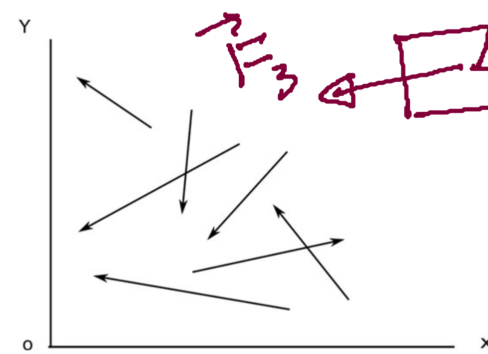
সমরেখ ভেক্টর

- দুইটি ভেক্টর যাদের ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল
- মান সমান/অসমান হতে পারে
- দিক একই/বিপরীত হতে পারে



সমতলীয় ভেক্টর

- দুই বা এর অধিক ভেক্টর একই তলে থাকবে



বিভিন্ন প্রকারের ভেক্টর

শূণ্য ভেক্টর

মান শূন্য

$\vec{O}$

A B

$|\vec{AB}|$

সমান

১) দিক বিপরীত

২) মান সমান

D C

$|\vec{DC}|$

$\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{O}$

- মান শূন্য
- নির্দিষ্ট কোনো দিক নেই
- দুইটি সমান ভেক্টরের বিয়োগফল বুঝাতে ব্যবহৃত হয়
- সমান্তরাল দুইটি ভেক্টরের ভেক্টর গুনফল প্রকাশে ব্যবহার হয়
- $\vec{\mathbf{0}}$ দ্বারা একে প্রকাশ করা হয়

বিভিন্ন প্রকারের ভেক্টর

বিপ্রতীপ ভেক্টর

- দুইটি ভেক্টর পরস্পর সমান্তরাল
- দুইটি ভেক্টর -এর একটির মান অপরটির বিপরীত

$\vec{A}$ $|\vec{A}| = 10N$

$\hat{a}$ $|\hat{a}| = 1$

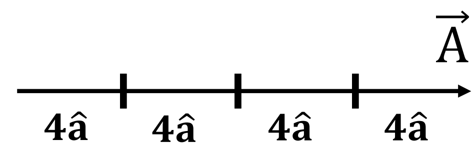
একক ভেক্টর

V.V.imp

- ভেক্টরের মান এক একক
- যেকোনো ভেক্টরকে তার মান দিয়ে ভাগ দিলে ঐ ভেক্টর এর দিকে একক ভেক্টর পাওয়া যায়
- প্রকাশ করতে ছোট হাতের অক্ষরের মাথায় ^ চিহ্ন দেয়া হয়

(Ankur)

যদি $\vec{A}$ একটি ভেক্টর হয় যার মান চার একক এবং ঐদিকের একক ভেক্টর $\hat{\mathbf{a}}$ তাহলে,



$$\hat{\mathbf{a}} = \frac{\vec{\mathbf{A}}}{\mathbf{A}}$$

$|\vec{A}| = 5$

$\vec{A}$ E F

C D

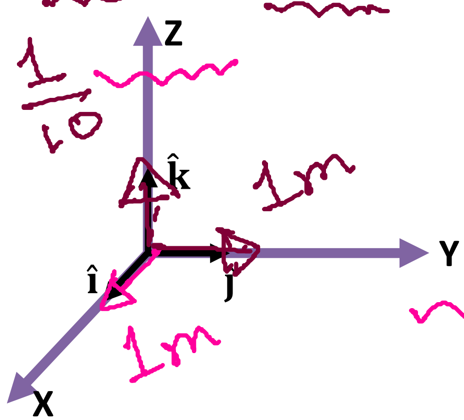
বিভিন্ন প্রকারের ভেক্টর

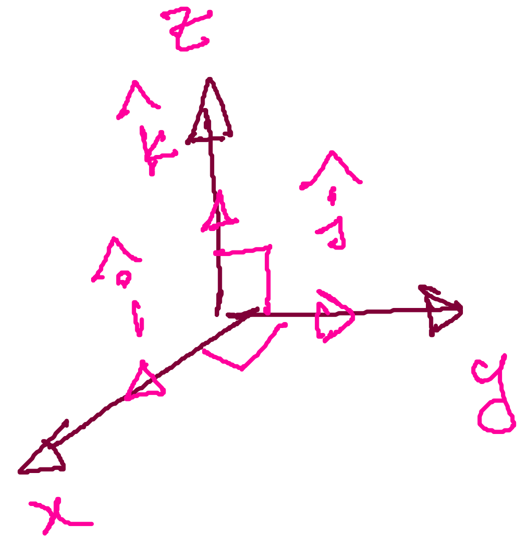
আয়ত একক ভেক্টর

$|\vec{F_1}| = 10N$

- ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় তিন অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর কল্পনা করা হয়।
- X অক্ষে $\hat{\mathbf{i}}$, Y অক্ষে $\hat{\mathbf{j}}$, Z অক্ষে $\hat{\mathbf{k}}$

$|\vec{F_2}| = \frac{1}{|F_1|} = \frac{1}{10}$





উদাহরণ –

X অক্ষের দিকে 5 একক মান বিশিষ্ট একটি ভেক্টর $\vec{A}$ হলে,

$\vec{A} = 5\ \hat{i}$

$5\hat{i}$ – x অক্ষ বরাবর

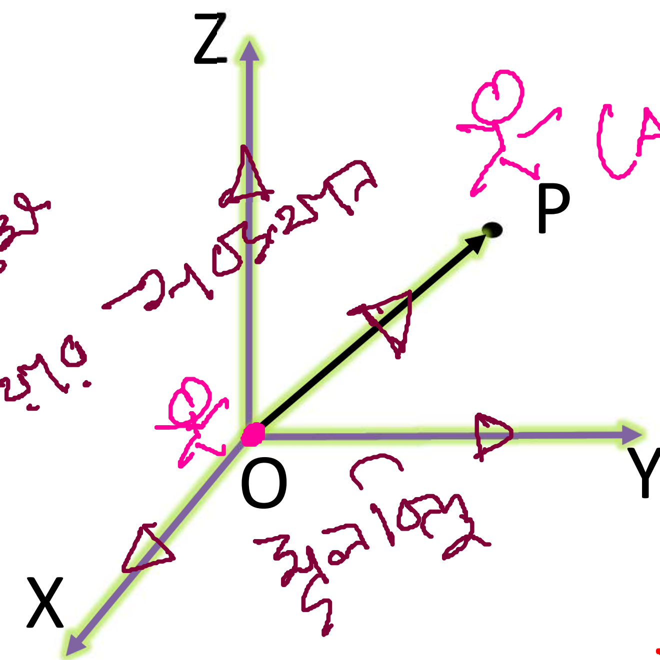
1m

5m

বিভিন্ন প্রকারের ভেক্টর

অবস্থান ভেক্টর

- ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় প্রসঙ্গ কাঠামোর মুল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়ের জন্য যে ভেক্টর ব্যবহার হয়
- একে ব্যাসার্ধ ভেক্টর-ও বলে



$\overrightarrow{\mathbf{OP}}$ - অবস্থান ভেক্টর

$\vec{F} = 10N$

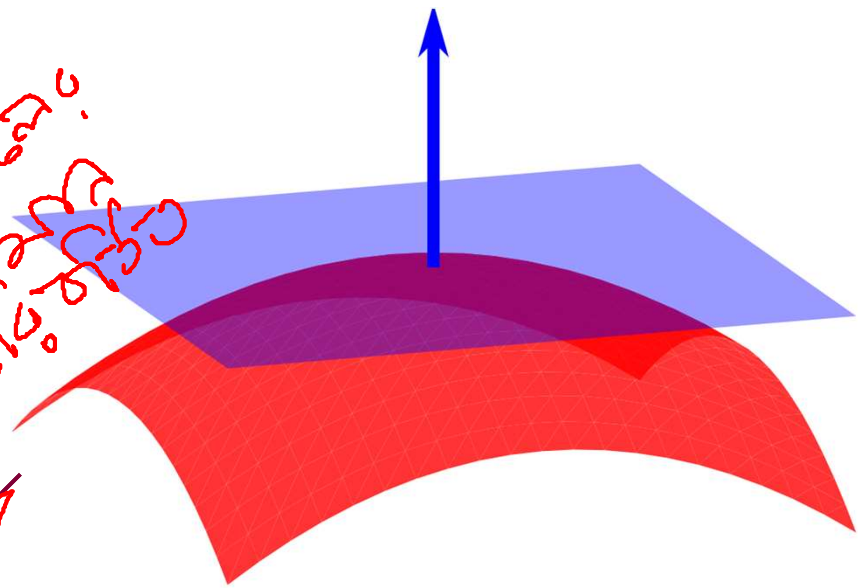
$\hat{F} = 1N$

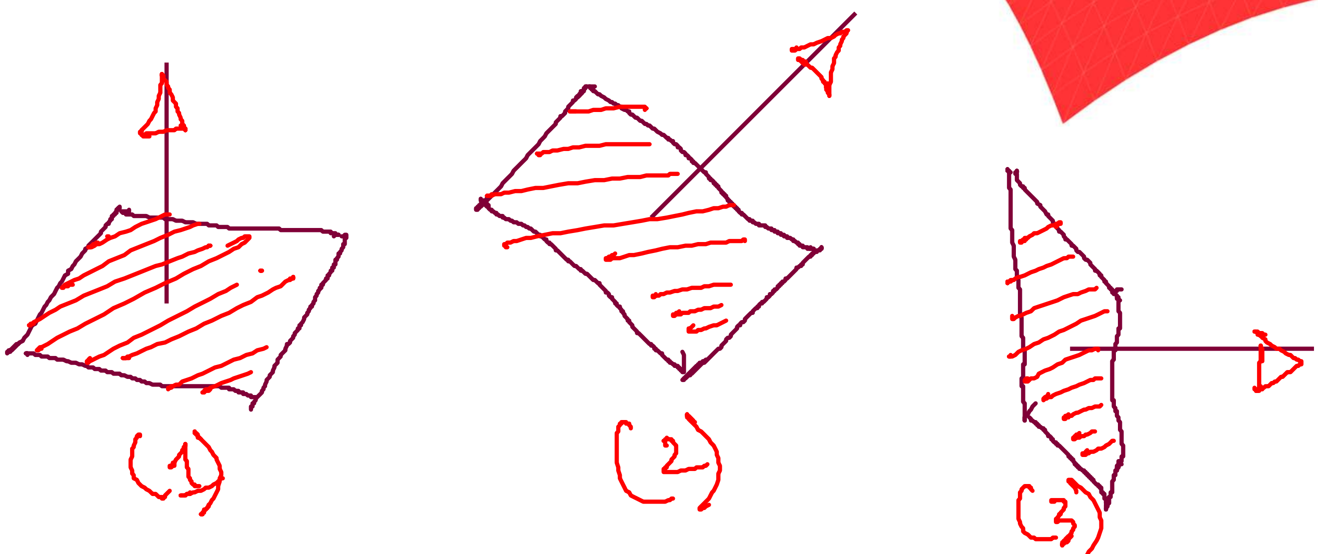
unit vector

বিভিন্ন প্রকারের ভেক্টর

তল ভেক্টর

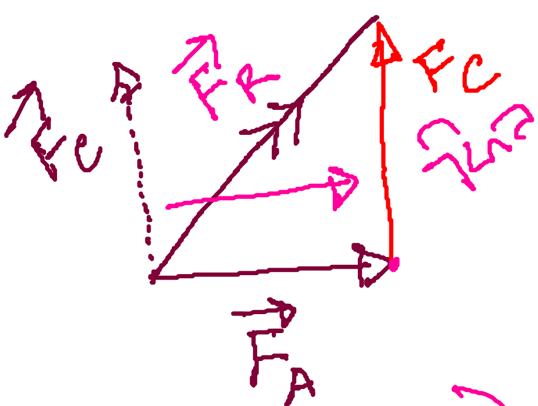
- কোনো একটি তলের অভিলম্ব বরাবর থাকে
- একে $\hat{\eta}$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়

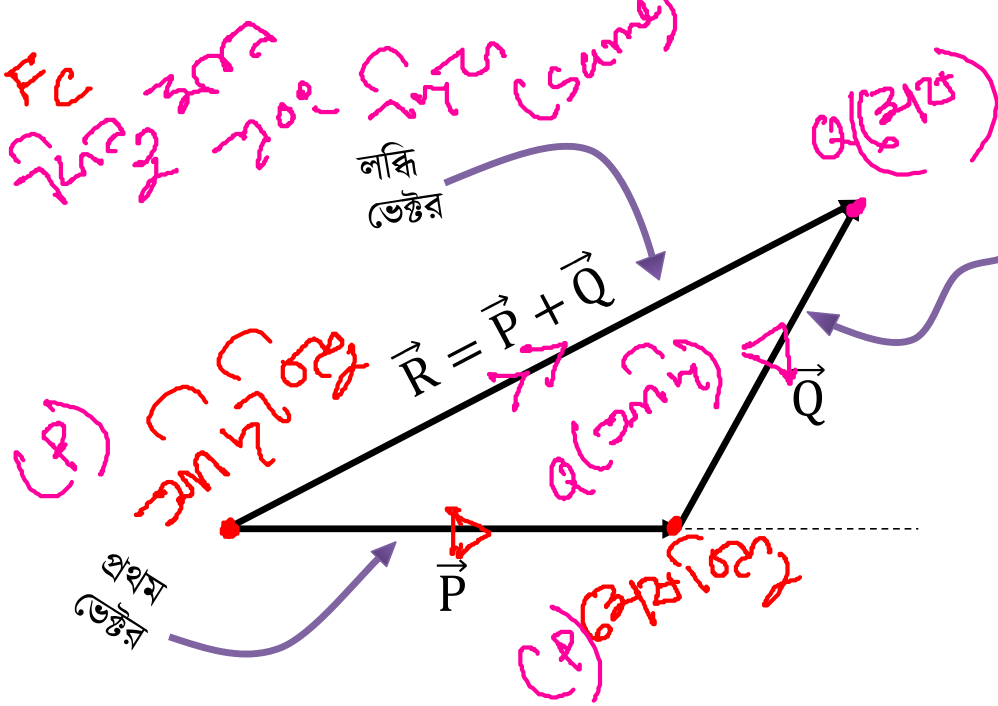


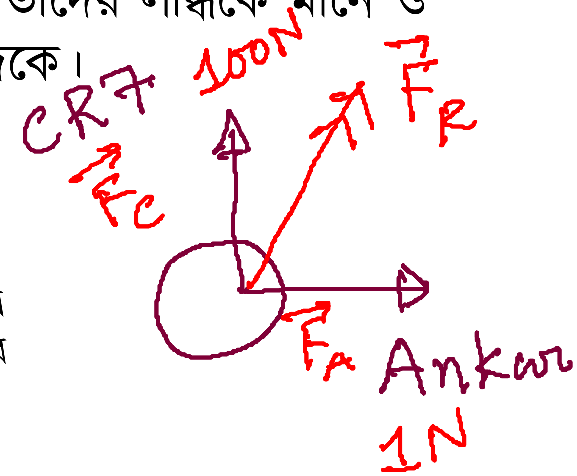


ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : সাধারণ সূত্র

* বিবৃতিঃ দুইটি সমজাতীয় ভেক্টরের প্রথমটির শেষবিন্দুতে দ্বিতীয়টির আদিবিন্দু স্থাপন করে প্রথমটির আদিবিন্দু হতে দ্বিতীয়টির শেষবিন্দুতে অঙ্কিত সংযোগকারী সরলরেখা তাদের লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করবে। দিক হবে প্রথম ভেক্টর থেকে দ্বিতীয় ভেক্টরের দিকে।





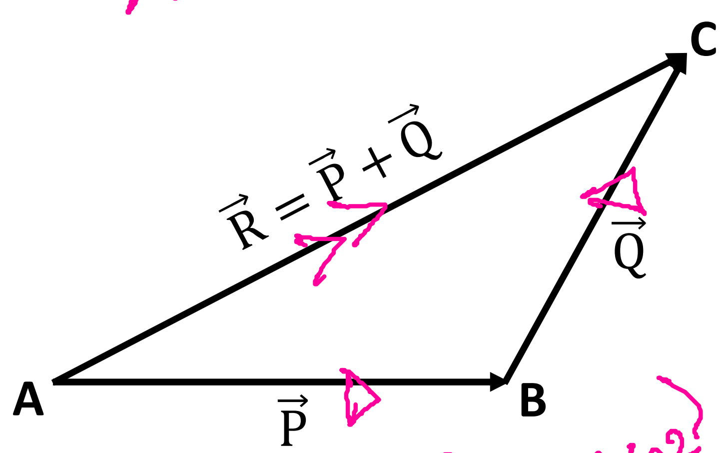


$\vec{P} + \vec{Q}$

ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : ত্রিভুজ সূত্র

* বিবৃতিঃ দুইটি সমজাতীয় ভেক্টর কোনো ত্রিভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা একই ক্রমে মানে ও দিকে সূচিত করা হলে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহু বিপরীত ক্রমে তাদের লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করবে।

ABC $\quad \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CA}$



$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$$

একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি ভেক্টরকে কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একই ক্রমে প্রকাশ করা গেলে তাদের লব্ধি শূণ্য হবে।

$\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CA}$

$\vec{AC}$ (বিপরীত)

POLL QUESTION-01

$\vec{A} = 5\,\hat{i}$ এবং $\vec{B} = 0.2\,\hat{i}$ -ভেক্টর দুইটির জন্য নিচের কোনটি সত্য?

(a) সমরেখ

(b) অশূণ্য

(c) বিপ্রতীপ

(d) সবগুলো

Correct

$\vec{A} = 5\hat{i}$

$\vec{B} = 0.2\hat{i}$

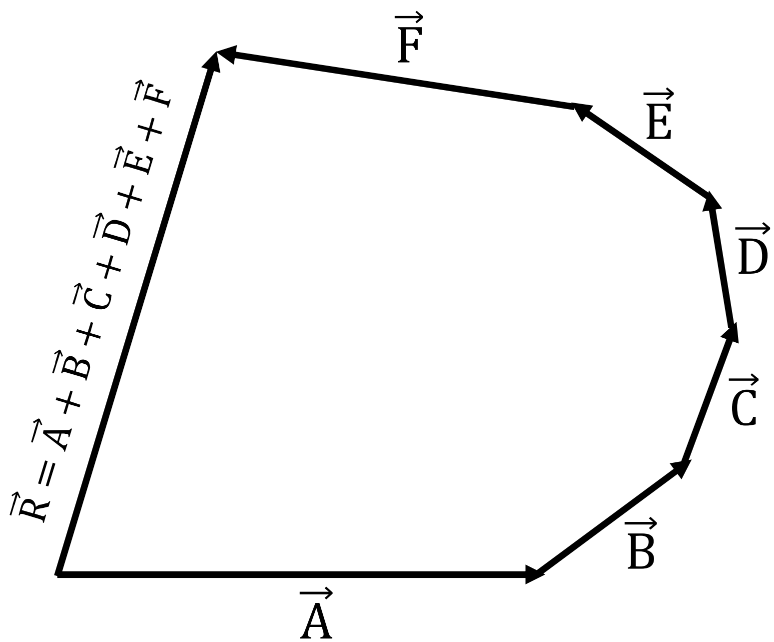
x

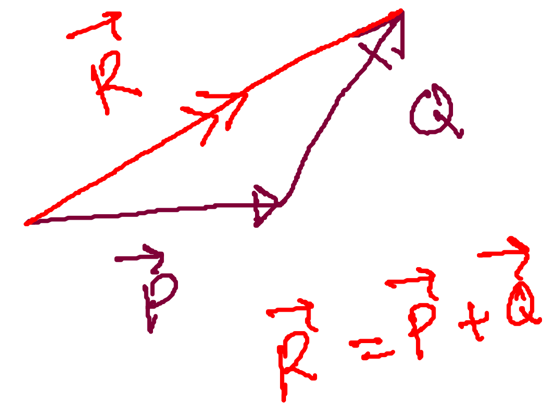
$|\vec{A}| = 5$

$\frac{1}{|\vec{A}|} = \frac{1}{5} = 0.2 = |\vec{B}|$

ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : বহুভুজ সূত্র

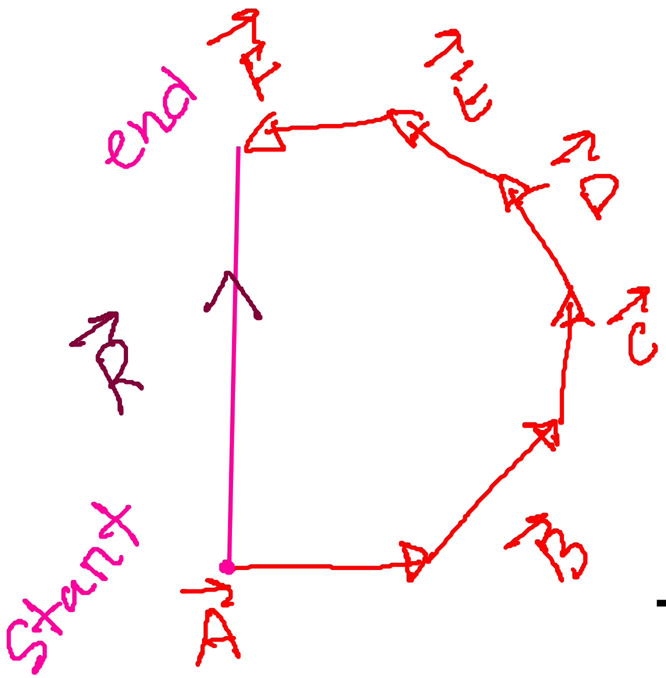
* বিবৃতিঃ দুই-এর অধিক ভেক্টর রাশিকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টর এর আদিবিন্দু ও শেষ ভেক্টরের শেষবিন্দু সংযোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যায়, এর শেষোক্ত বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করে।

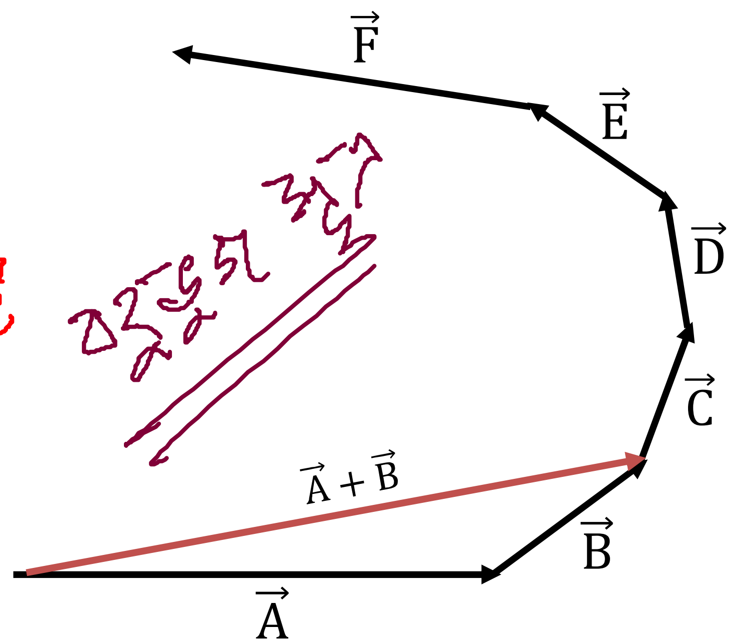




ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : বহুভুজ সূত্র

* বিবৃতিঃ দুই-এর অধিক ভেক্টর রাশিকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টর এর আদিবিন্দু ও শেষ ভেক্টরের শেষবিন্দু সংযোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যায়, এর শেষোক্ত বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করে।





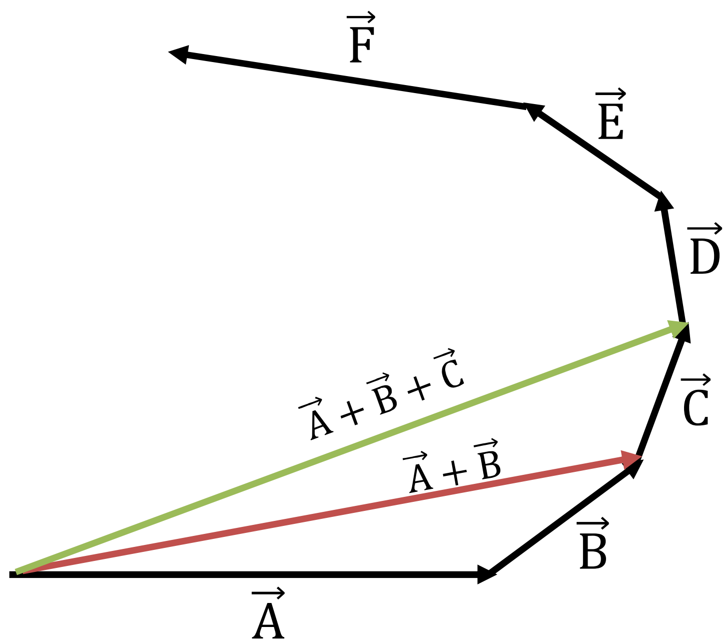
মান

দিক

অপরিবর্তিত

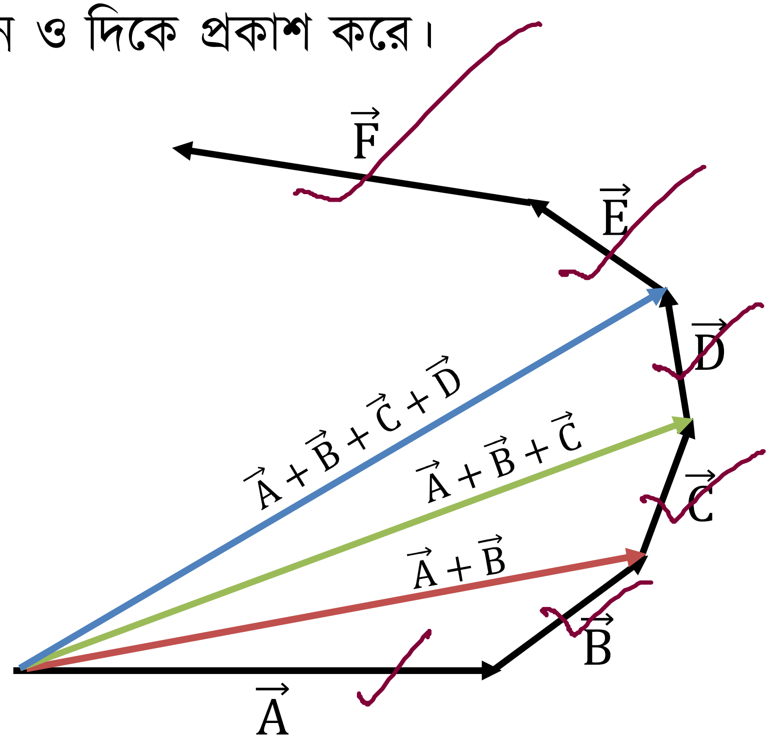
ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : বহুভুজ সূত্র

* বিবৃতিঃ দুই-এর অধিক ভেক্টর রাশিকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টর এর আদিবিন্দু ও শেষ ভেক্টরের শেষবিন্দু সংযোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যায়, এর শেষোক্ত বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করে।



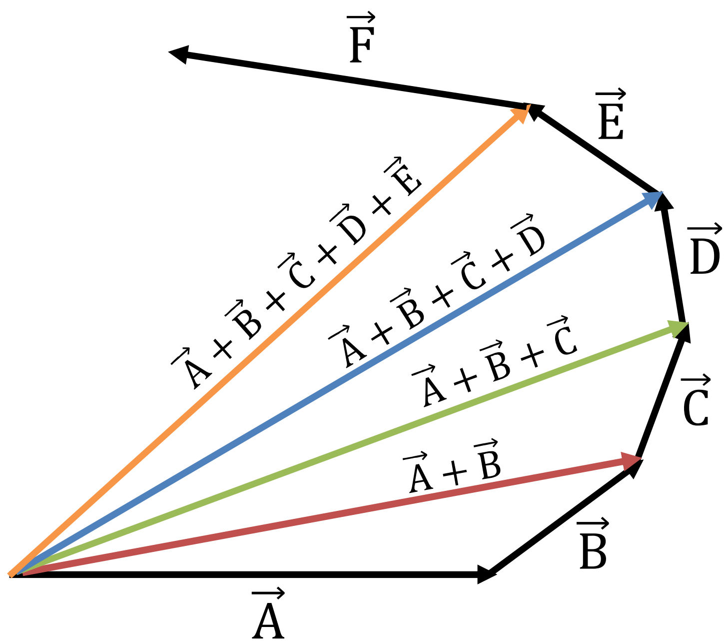
ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : বহুভুজ সূত্র

* বিবৃতিঃ দুই-এর অধিক ভেক্টর রাশিকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টর এর আদিবিন্দু ও শেষ ভেক্টরের শেষবিন্দু সংযোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যায়, এর শেষোক্ত বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করে।



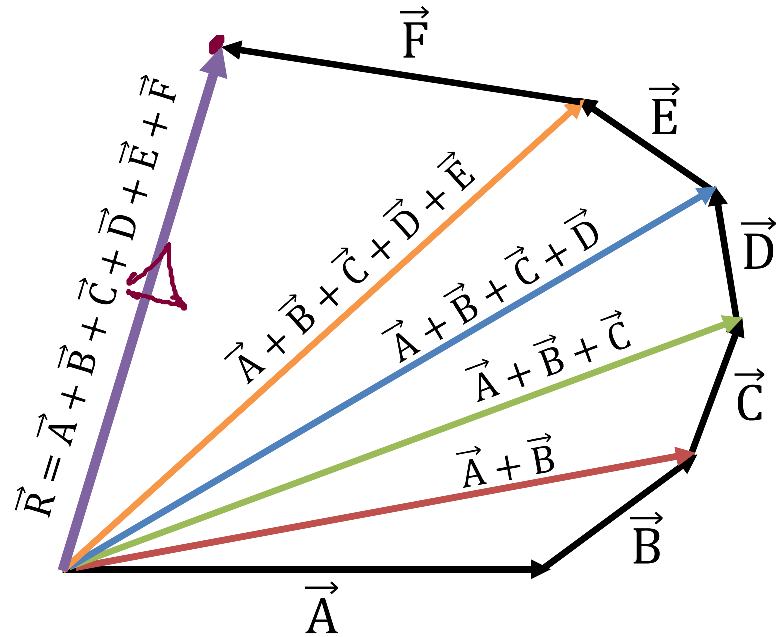
ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : বহুভুজ সূত্র

* বিবৃতিঃ দুই-এর অধিক ভেক্টর রাশিকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টর এর আদিবিন্দু ও শেষ ভেক্টরের শেষবিন্দু সংযোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যায়, এর শেষোক্ত বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করে।



ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : বহুভুজ সূত্র

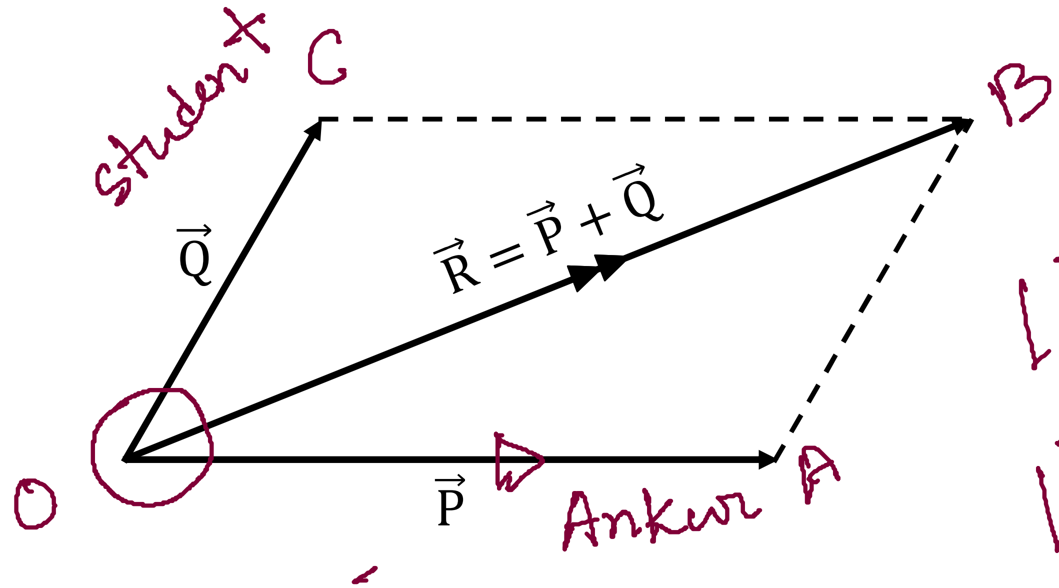
* বিবৃতিঃ দুই-এর অধিক ভেক্টর রাশিকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টর এর আদিবিন্দু ও শেষ ভেক্টরের শেষবিন্দু সংযোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যায়, এর শেষোক্ত বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করে।



ভেক্টরের লব্ধি নির্ণয় : সামান্তরিক সূত্র

* বিবৃতিঃ একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি সমজাতীয় ভেক্টরকে কোনো সামান্তরিকের সন্নিহিত দুইটি বাহু দ্বারা মানে ও দিকে প্রকাশ করা গেলে, ঐ সামান্তরিকের ঐ বিন্দুগামী কর্ণ তাদের লব্ধিকে মানে ও দিকে প্রকাশ করবে।

V.V.imp

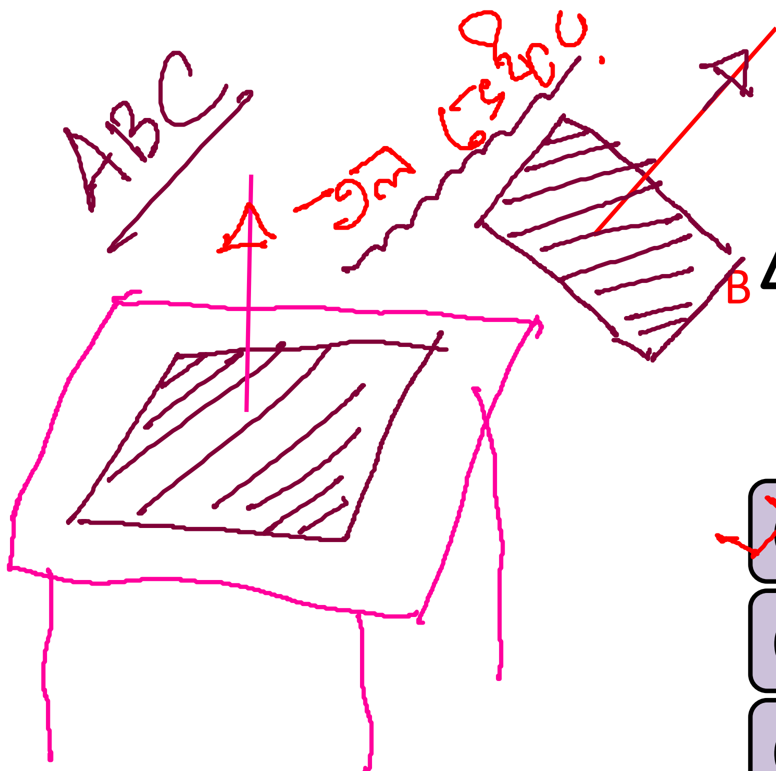


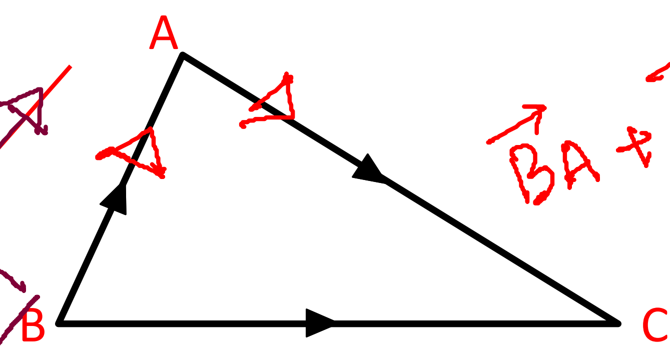
OABC

$|\vec{P}| = OA$

$|\vec{Q}| = OC$

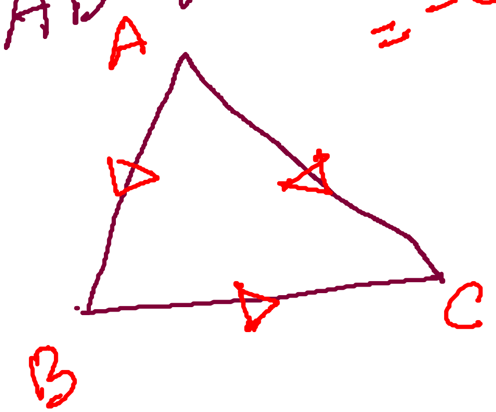
POLL QUESTION-02





$\vec{BA} + \vec{AC} = \vec{BC}$

$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} = -\vec{CA}$



নিচের কোনটি সত্য?

(a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$

(b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

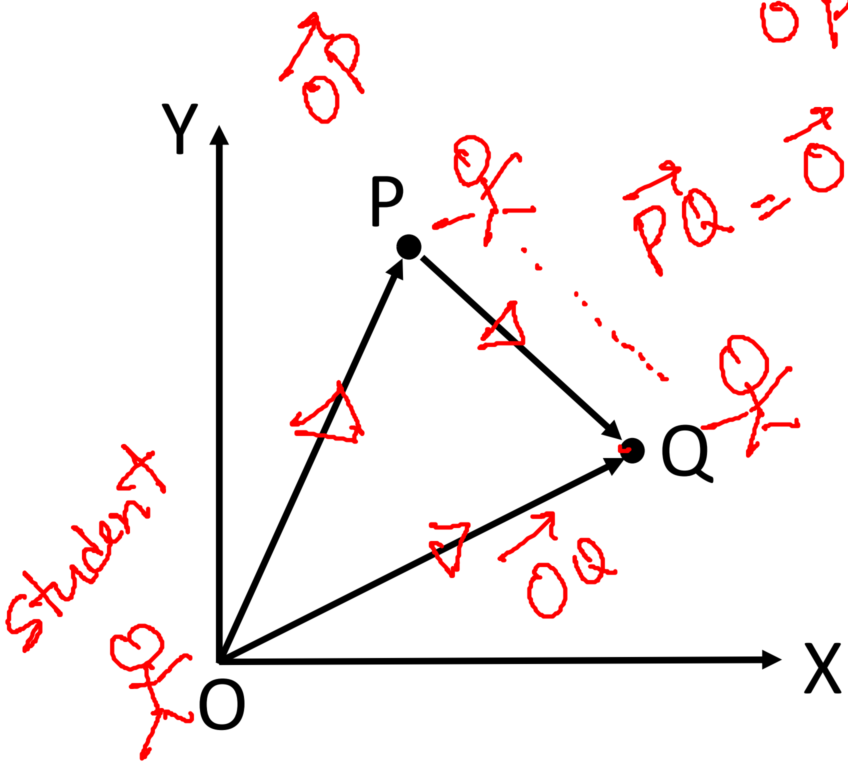
(c) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$

(d) সবগুলো

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

আদিবিন্দু ও শেষবিন্দুর অবস্থান ভেক্টর দ্বারা কোনো ভেক্টরের প্রকাশ

$\vec{OP} + \vec{PQ} = \vec{OQ} \Rightarrow \vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP}$



$\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP}$

ΔOPQ –তে ত্রিভুজ সূত্র হতে,

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ}$$

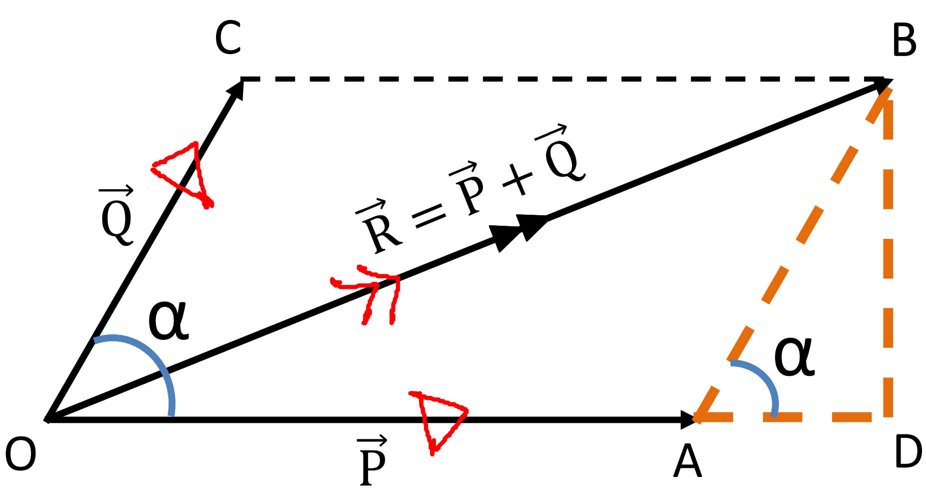
$$\Rightarrow \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{PQ}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$$

আদি বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর

শেষ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর

সামান্তরিক সূত্র হতে লব্ধি'র মান নির্ণয়



OA || CB
OC || AB

$|\vec{P}|$ = P = OA = BC
$|\vec{Q}|$ = Q = OC = AB
$|\vec{R}|$ = R = OB

ΔADB –তে,

$$\sin\alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{BD}{Q}$$

$$\Rightarrow BD = Q\ \sin\alpha$$

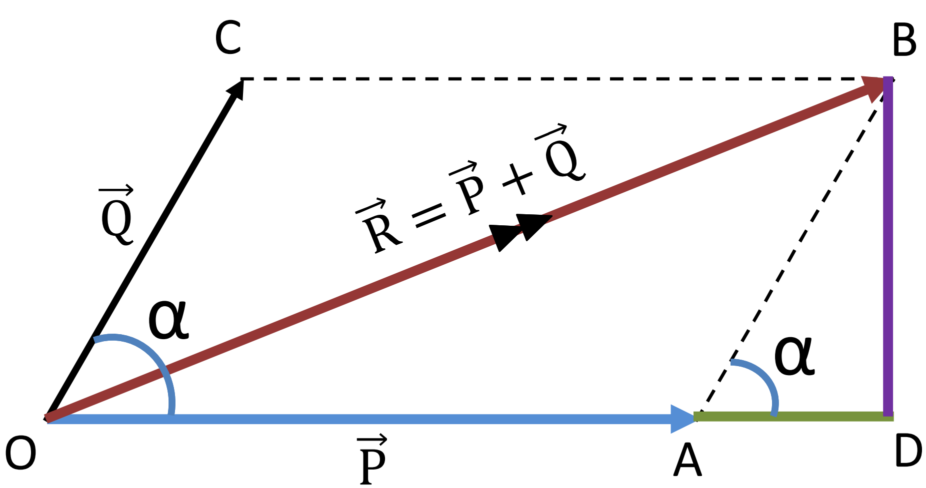
ADB

আবার, $\cos\alpha = \frac{AD}{AB} = \frac{AD}{Q}$

$$\Rightarrow AD = Q\ \cos\alpha$$

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

সামান্তরিক সূত্র হতে লব্ধি'র মান নির্ণয়



$$R^2 = OB^2 = OD^2 + BD^2$$

$$\Rightarrow R^2 = (OA + AD)^2 + BD^2$$

$$\Rightarrow R^2 = OA^2 + AD^2 + BD^2 + 2.OA.AD$$

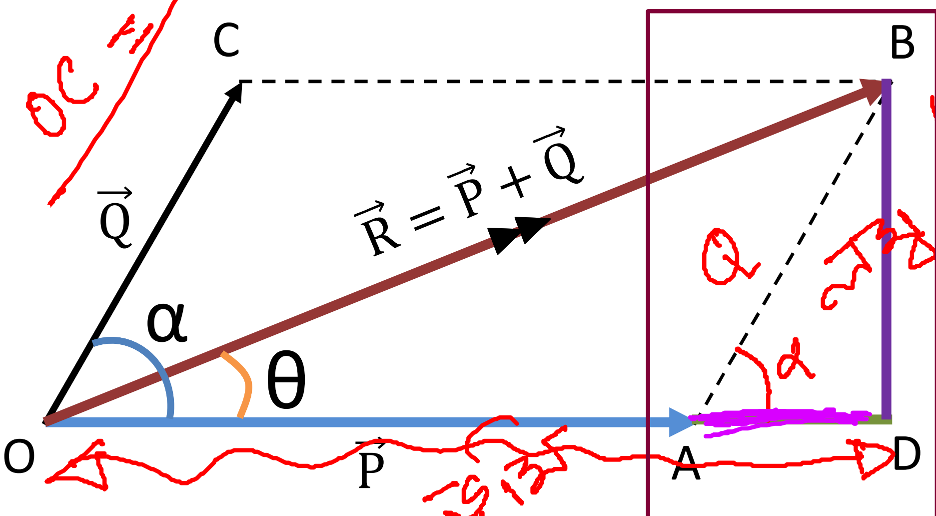
$$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) + 2PQ\cos\alpha$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \mathbf{R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}}$$

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

সামান্তরিক সূত্র হতে লব্ধি'র দিক নির্ণয়



$\vec{P}$ ভেক্টরের সাথে লব্ধি যদি θ কোণ তৈরী করে,

$$\tan\theta = \frac{BD}{OD} \quad \frac{(\text{লম্ব})}{\text{ভূমি}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{BD \;(Q\sin\alpha)}{OA + AD \;(Q\cos\alpha)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\tan\theta = \frac{Q\ \sin\alpha}{P + Q\ \cos\alpha}}$$

ABD

$BD = Q\ \sin\alpha$

$AD = Q\ \cos\alpha$

P = OA

P, Q, α

P, Q, α

$\cos\alpha = \frac{AD\ (\text{ভূমি})}{AB\ (\text{অতিভুজ})}$

$\Rightarrow AD = AB\cos\alpha$

$= Q\cos\alpha$

$\sin\alpha = \frac{BD\ (\text{লম্ব})}{AB\ (\text{অতিভুজ})}$

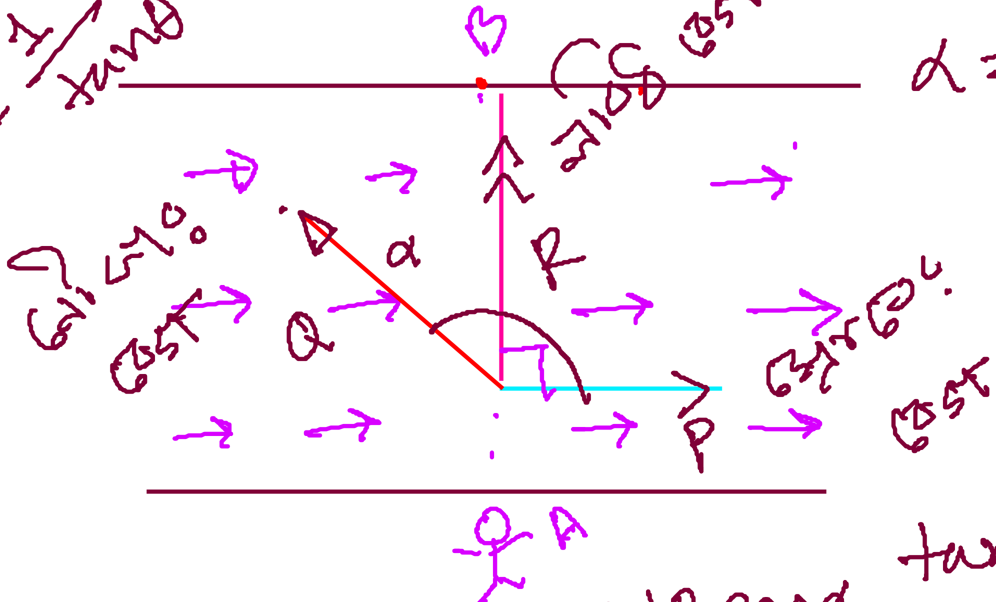
$\Rightarrow BD = AB\sin\alpha$

$= Q\sin\alpha$

Practice Problem

কোনো একদিন নদীতে স্রোতের বেগ 6 km/h এবং নৌকার বেগ 12km/h একজন মাঝি নৌকা বেয়ে নদীর অপর পাড়ে যাত্রাবিন্দুর বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছাতে চাইলে, তাকে কোন পথে রওনা হতে হবে? নৌকার লব্ধি বেগ কত হবে?

$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$



$\alpha = ?\quad R = ?$

স্রোতের বেগের সাথে

$R \to 90^\circ$

$\tan 90^\circ = \frac{12\sin\alpha}{6+12\cos\alpha}$

$\Rightarrow \cot 90^\circ = 0 = \frac{6+12\cos\alpha}{12\sin\alpha}$

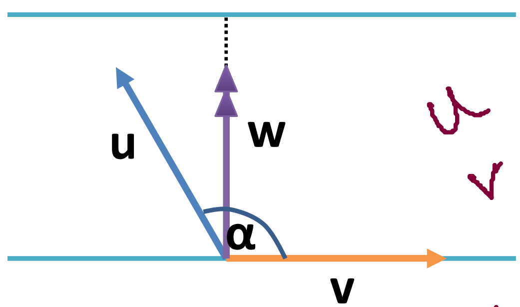
$\Rightarrow 6+12\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$

$\cos\alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120^\circ$

Solution

লব্ধি বেগ স্রোতের বেগের দিকের সাথে 90° কোণ তৈরী করে



u → নৌকার বেগ
v → স্রোতের বেগ
w → লব্ধি বেগ

u
v

$$\tan 90^\circ = \frac{u\sin\alpha}{v + u\cos\alpha}$$

লব্ধির দিক যার সাপেক্ষে সে হবে একা থাকে, একবার থাকে

α

$$\Rightarrow \cot 90^\circ = \frac{v + u\cos\alpha}{u\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{v + u\cos\alpha}{u\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow v + u\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{v}{u}$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

লব্ধি বেগ,

$$w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow w = \sqrt{144 + 36 + 2.12.6.\cos 120^\circ}$$

$$\Rightarrow w = 6\sqrt{3}\ \text{km/h}$$

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্র

$\alpha = 0°$

$\alpha = 0°$

ভেক্টরদ্বয় **একই** দিকে ক্রিয়াশীল। এক্ষেত্রে এই দুইটি ভেক্টরের জন্য লব্ধির মান **সর্বোচ্চ** হবে।

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 0°}$$
$$\Rightarrow R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ}$$
$$\Rightarrow R = \sqrt{(P + Q)^2}$$
$$\Rightarrow \mathbf{R_{max} = P + Q}$$

$\cos 0° = 1$

$\alpha = 180°$

ভেক্টরদ্বয় **বিপরীত** দিকে ক্রিয়াশীল। এক্ষেত্রে এই দুইটি ভেক্টরের জন্য লব্ধির মান **সর্বনিম্ন** হবে।

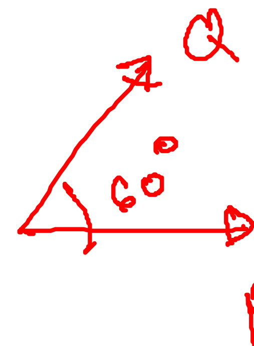
$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 180°}$$
$$\Rightarrow R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ}$$
$$\Rightarrow R = \sqrt{(P \sim Q)^2}$$
$$\Rightarrow \mathbf{R_{min} = P \sim Q}$$

Practice Problem

দুইটি ভেক্টরের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন লব্ধি যথাক্রমে 20 একক এবং 8 একক। এরা পরস্পর 60° কোণে ক্রিয়া করলে এদের লব্ধির মান কত হবে?

P, Q

$$P + Q = 20$$
$$P - Q = 8$$
$$2P = 28$$
$$\Rightarrow P = 14 \quad | \quad Q = 6$$



$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$
$$= \sqrt{20^2 + 8^2 + 2.20.8.\cos 60^\circ}$$

Solution

$R_{max} = 20 = P + Q$
$R_{min} = 8 = P - Q$ [$P > Q$ ধরে নিয়ে]

দুইটি সমীকরণ যোগ করে, $P = 14$ একক
এবং, প্রথমটি থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করে, $Q = 6$ একক

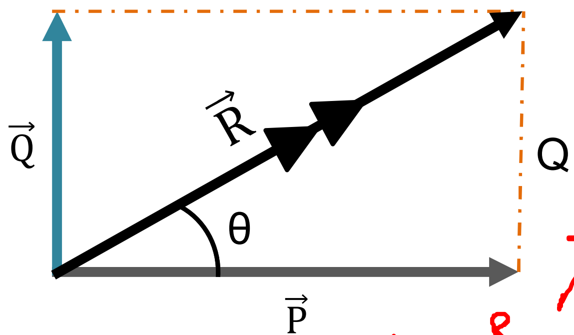
অতএব লব্ধি, $R = \sqrt{14^2 + 6^2 + 2.14.6.\cos 60°}$
=> $R = 2\sqrt{79}$ একক

উদ্ভাস উন্মেষ
শিক্ষা পরিবার

কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্র

$\alpha = 90°$

$\cos 90° = 0$



এখানে, $\cos 90° = 0$

তাই, $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$

$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 0}$

$= \sqrt{P^2 + Q^2}$

এবং, $\tan\theta = \dfrac{Q}{P}$

θ কোণটি P এর সাথে

$\tan\theta = \dfrac{Q \sin 90°}{P + Q\cos 90°}$

1

0

কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্র

$$\boxed{P = Q}$$

$$R^2 = P^2 + P^2 + 2.P.P\cos\alpha$$

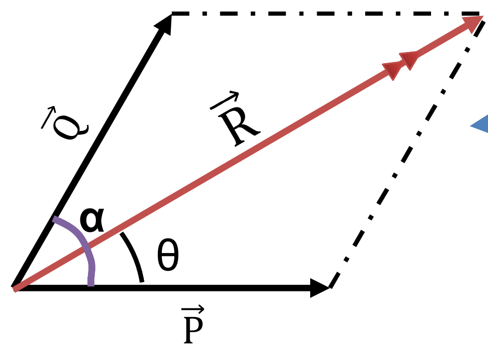
$$\Rightarrow R^2 = 2P^2 + 2P^2\cos\alpha$$

?

$$\Rightarrow R^2 = 2P^2(1 + \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow R^2 = 2P^2.2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \mathbf{R = 2P\cos\frac{\alpha}{2}}$$

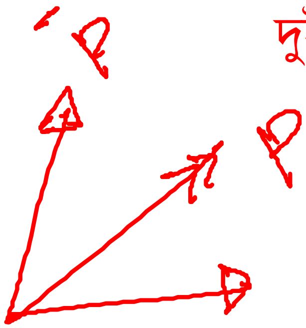


এটা তো আসলে একটা রম্বস। আর রম্বসের কর্ণ তার সন্নিহিত দুই বাহুর মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

তাই, $\boldsymbol{\theta = \frac{\alpha}{2}}$

Poll Question-03

দুইটি সমমানের ভেক্টরের লব্ধি এদের প্রতিটির মানের সমান। ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?



(a) 60°

(b) 45°

(c) 120°

(d) 135°

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

$\Rightarrow P^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos\alpha$

$\Rightarrow 1 = 2 + 2\cos\alpha$

$\Rightarrow 2\cos\alpha = -1$

$\cos\alpha = -1/2$

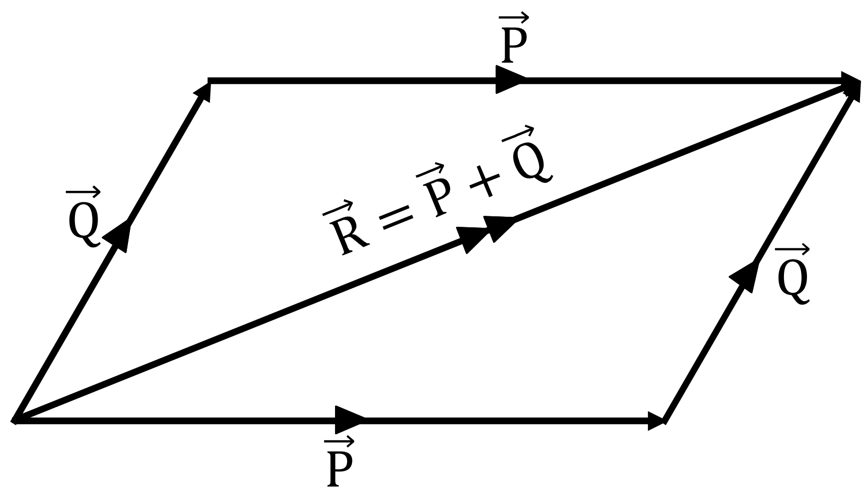
$\alpha = 120°$

উদ্ভাস উন্মেষ শিক্ষা পরিবার

ভেক্টর যোগের ধর্মাবলি

বিনিময় বিধি

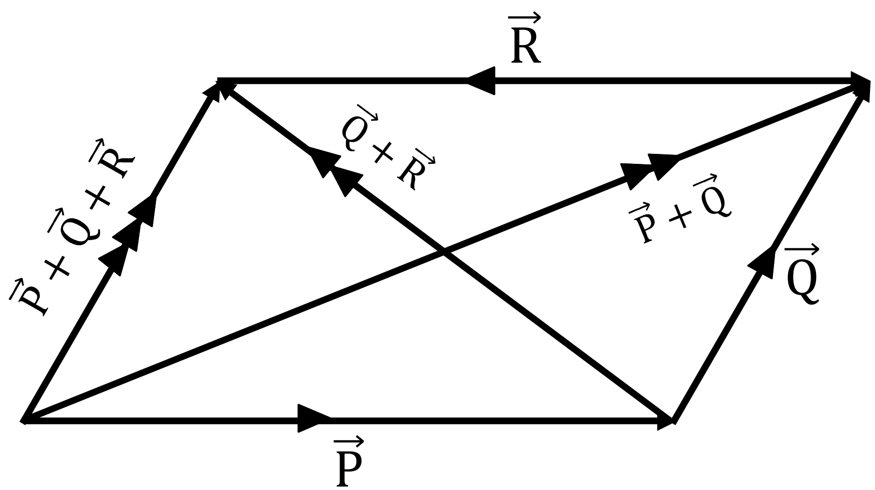
$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$$



ভেক্টর যোগের ধর্মাবলি

সংযোজন বিধি

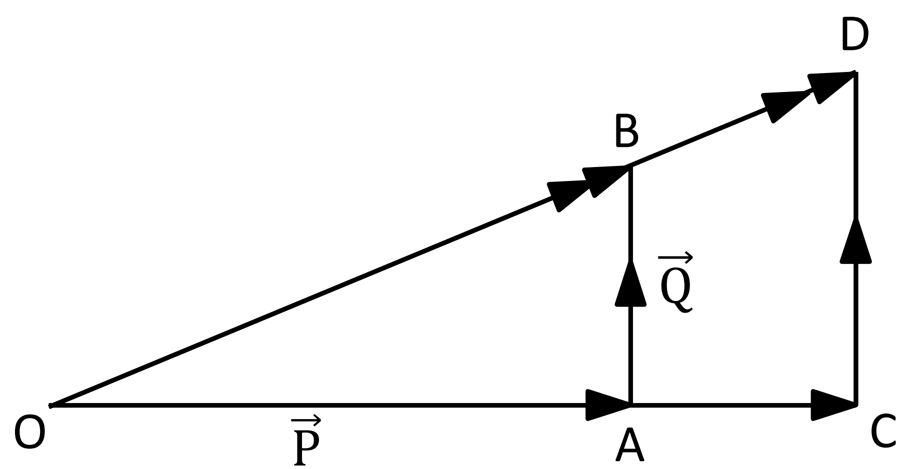
$$(\vec{P}+\vec{Q})+\vec{R}=\vec{P}+(\vec{Q}+\vec{R})$$



ভেক্টর যোগের ধর্মাবলি

বন্টন বিধি

$$m(\vec{P}+\vec{Q}) = m\vec{P}+m\vec{Q}$$



ভেক্টর বিয়োগ

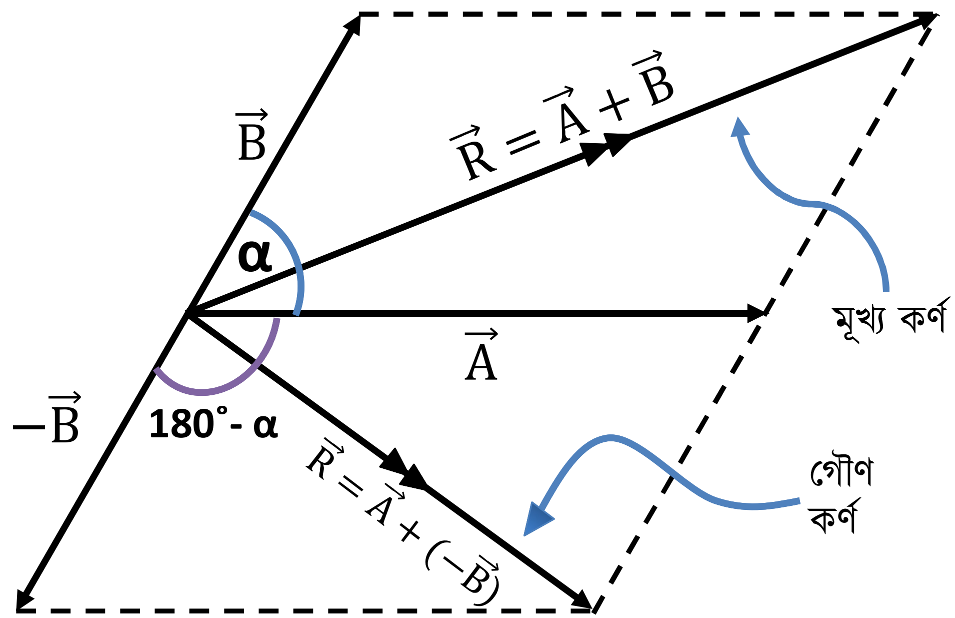
FACT : ভেক্টরের যোগ বা বিয়োগ বলতে কিছু নেই। যেটা আছে সেটা হল লব্ধি।

$\vec{A} + \vec{B}$

এটা বুঝায় $\vec{A}$ আর $\vec{B}$ ভেক্টর দুইটির লব্ধি

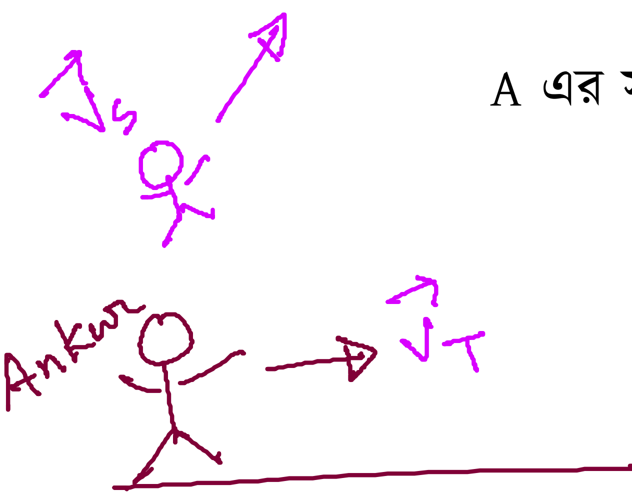
$\vec{A} - \vec{B}$

এটা বুঝায় $\vec{A}$ আর $\vec{B}$ এর বিপরীত ভেক্টর এর লব্ধি। অর্থাৎ, $\vec{A}$ এর সাথে -$\vec{B}$ ভেক্টরের লব্ধি, যেটা $\vec{A} + (-\vec{B})$



আপেক্ষিক বেগ

আপেক্ষিক বেগ বলতে বুঝায় কোনো দর্শকের সাপেক্ষে কোনো বস্তু/ব্যক্তির বেগ।
আপেক্ষিক বেগ নির্ণয়ের জন্য যার আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করা হচ্ছে,
তার বেগ হতে দর্শক এর বেগ বিয়োগ করতে হয়। (কিন্তু কেন???)



A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ,

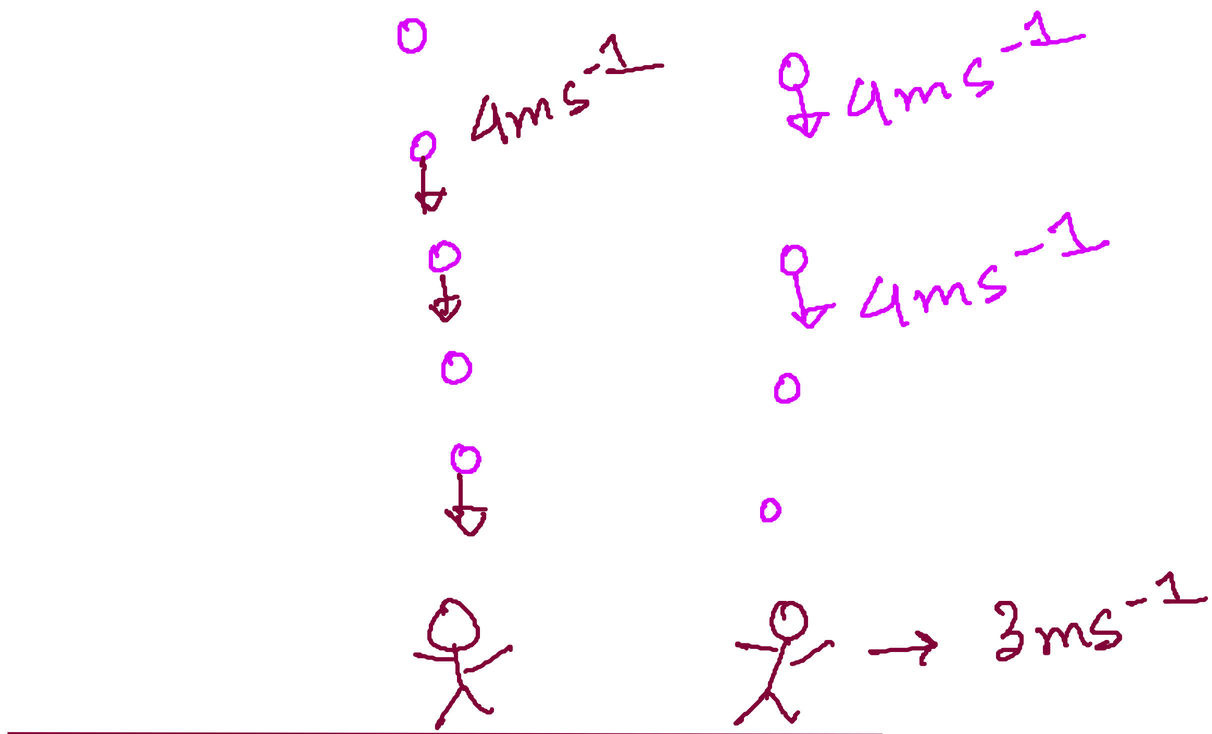
$$\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{BA}} = \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{B}} - \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{A}}$$

Relative velocity of you w.r.t me

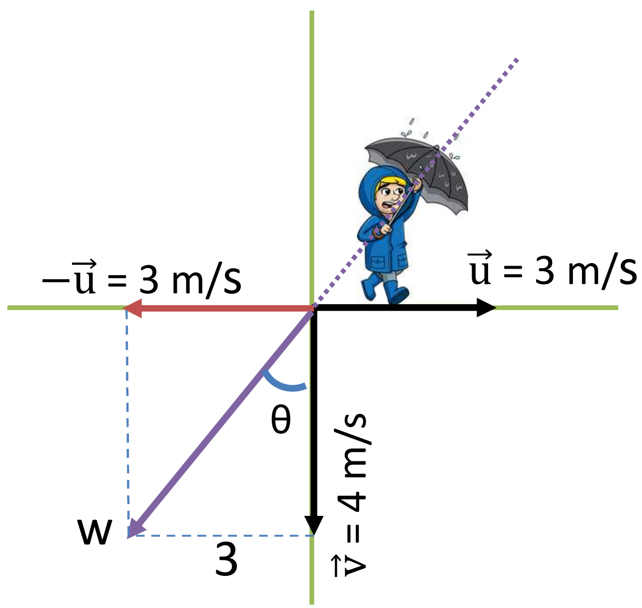
$\vec{v}_S - \vec{v}_T$

Practice Problem

কোনো একদিন বৃষ্টি খাড়াভাবে 4 m/s বেগে পড়ছিলো। একজন ব্যক্তি 3 m/s বেগে হেঁটে যাবার সময় বৃষ্টির ফোঁটা তাকে কত বেগে আঘাত করবে? কোনদিকে ছাতা ধরতে হবে?



Solution



এখানে প্রকৃতপক্ষে ব্যক্তির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে হবে। অর্থাৎ, বৃষ্টির বেগের সাথে ব্যক্তির বেগের বিপরীত ভেক্টরের লব্ধি নিতে হবে।

$$w = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$=> w = 5 \text{ m/s}$$

এই বেগে বৃষ্টি গায়ে আঘাত করবে

$$\tan\theta = \frac{|-\vec{u}|}{|\vec{v}|}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \theta = 36.87°$$

উলম্বের সাথে এই কোণে ছাতা ধরতে হবে

Practice Problem

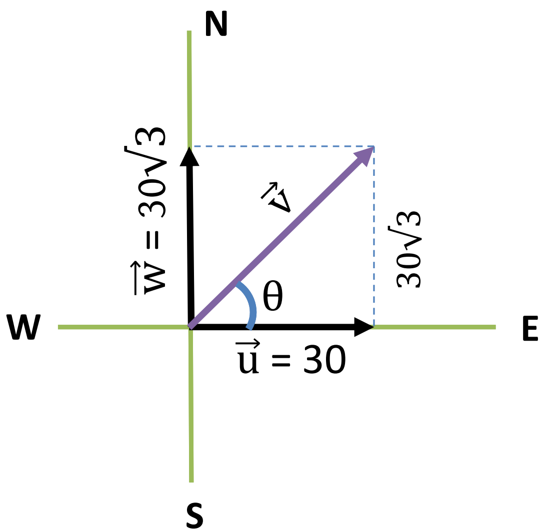
30 km/h বেগে পূর্বদিকে চলমান গাড়ির চালক $30\sqrt{3}$ km/h বেগে একটি ট্রাককে উত্তর দিকে যেতে দেখলেন। ট্রাকের প্রকৃত বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।

Solution

গাড়ির বেগ, $u = 30$ km/h

গাড়ির সাপেক্ষে ট্রাকের বেগ, $w = 30\sqrt{3}$ km/h

ট্রাকের বেগ $v = ?$



$$\vec{\mathbf{w}} = \vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{u}}$$

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{w}} + \vec{\mathbf{u}}$$

অর্থাৎ, ট্রাকের আপেক্ষিক বেগ আর গাড়ির প্রকৃত বেগের লব্ধিই ট্রাকের প্রকৃত বেগ।

$$v = \sqrt{30^2 + (30\sqrt{3})^2}$$

$$\Rightarrow w = 60 \text{ km/h}$$

$$\tan\theta = \frac{|\vec{w}|}{|\vec{u}|}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{30\sqrt{3}}{30}$$

$$\Rightarrow \theta = 60°$$

ট্রাকটি 60 km/h বেগে পুর্ব দিকের সাথে 60° কোণে উত্তর দিকে যাচ্ছে।

লেগে থাকো সৎভাবে,
স্বপ্ন জয় তোমারই হবে

উদ্ভাস-উন্মেষ শিক্ষা পরিবার