



দ্বাদশ শ্রেণি একাডেমিক প্রোগ্রাম ২০২০

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

লেখকচার : HM-10

অধ্যায় ৬: কনিক



$$x = \frac{\sqrt{b^2 + c^2} + c - \frac{b}{2}}$$



একাডেমিক এন্ড এডভিশন কেয়ার

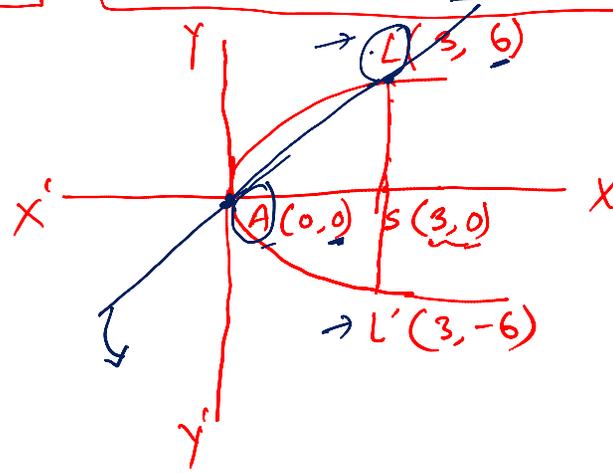
www.udvas.com

গাণিতিক সমস্যা

১. $y^2=12x$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু ও উপকেন্দ্রিক লম্বের ধনাত্মক দিকের প্রান্তবিন্দুর সংযোগ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$y^2 = 4 \cdot 3 \cdot x$$

$a=3$



$$L \equiv (a, 2a)$$

$$L' \equiv (a, -2a)$$

$$y^2 = 4ax$$

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2) \Rightarrow$$

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2} \Rightarrow \frac{y - 6}{6 - 0} = \frac{x - 3}{3 - 0}$$

$$\Rightarrow y - 6 = 2x - 6$$

$$\therefore y = 2x$$

গাণিতিক সমস্যা

২. $y^2 = 4px$ পরাবৃত্তটি $(3, -2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে এর উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$y^2 = 4px \quad (3, -2)$$

$$\Rightarrow 4 = 4p \cdot 3$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{3} \quad a = \frac{1}{3}$$

$$s = \left(\frac{1}{3}, 0\right)$$

$$LL' = |4a| = \left|4 \cdot \frac{1}{3}\right| \\ = \frac{4}{3}$$

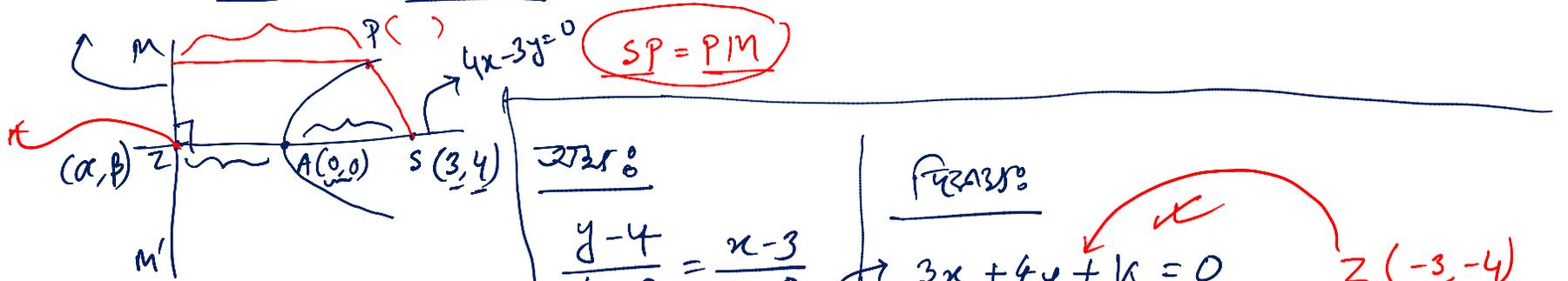
$$y^2 = 4ax$$

$$s = (a, 0)$$

$$LL' = |4a|$$

গাণিতিক সমস্যা

৩. একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র ও শীর্ষ বিন্দু যথাক্রমে $(3, 4)$ ও $(0, 0)$ হলে তার দ্বিকাক্ষরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।



$$AS = AZ$$

$$\frac{\alpha + 3}{2} = 0 \Rightarrow \alpha = -3$$

$$\frac{\beta + 4}{2} = 0 \Rightarrow \beta = -4$$

$$Z = (-3, -4)$$

সহায়ঃ

$$\frac{y - 4}{4 - 0} = \frac{x - 3}{3 - 0}$$

$$\Rightarrow 4x - 3y = 0$$

দ্বিকাক্ষঃ

$$3x + 4y + k = 0$$

$$\Rightarrow -9 - 16 + k = 0$$

$$\therefore k = 25$$

$$\therefore 3x + 4y + 25 = 0$$

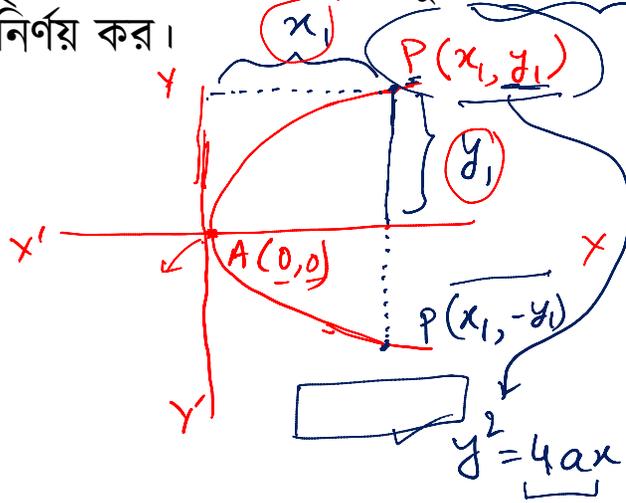
$$Z(-3, -4)$$

গাণিতিক সমস্যা

8. $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের ওপর P একটি বিন্দু। x অক্ষ থেকে P বিন্দুর দূরত্ব y অক্ষ থেকে তার দূরত্বের দ্বিগুণ হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$y^2 = 12x$$

$$y^2 = 4 \cdot 3 \cdot x$$



$$\sqrt{y_1} = 2x_1 \quad \dots (1)$$

$$\Rightarrow y_1^2 = 12x_1$$

$$y_1^2 = 12 \cdot 3 \quad [x_1 = 3]$$

$$y_1^2 = 36$$

$$y_1 = \pm 6$$

$$\Rightarrow y_1^2 = 4ax_1$$

$$\Rightarrow (2x_1)^2 = 4ax_1 \quad ; (1) \text{ নং}$$

$$\rightarrow \Rightarrow 4x_1^2 = 12x_1$$

$$\therefore x_1 = 3$$

$$\therefore P \equiv (3, \pm 6)$$

$$\begin{aligned} \therefore x_1^2 &= 12x_1 \quad \checkmark \\ x_1^2 - 12x_1 &= 0 \\ x_1(x_1 - 12) &= 0 \\ \therefore x_1 &= 0, 12 \end{aligned}$$

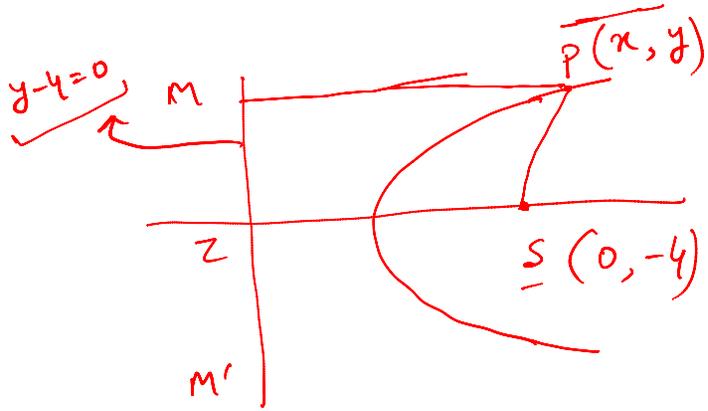


উদ্ভাস $x_1 = 0, 12$
একাত্তরিক এড এডমিশন কোয়ার্টার

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র
অধ্যায় ৬ : কনিক

গাণিতিক সমস্যা

৫. $(0, -4)$ উপকেন্দ্র ও $y - 4 = 0$ দিকাক্ষ রেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।



$$SP = PM$$
$$\Rightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y+4)^2} = \frac{|y-4|}{\sqrt{0^2 + 1^2}}$$

$$\Rightarrow x^2 + (y+4)^2 = (y-4)^2$$

$$\Rightarrow x^2 = (y-4)^2 - (y+4)^2$$

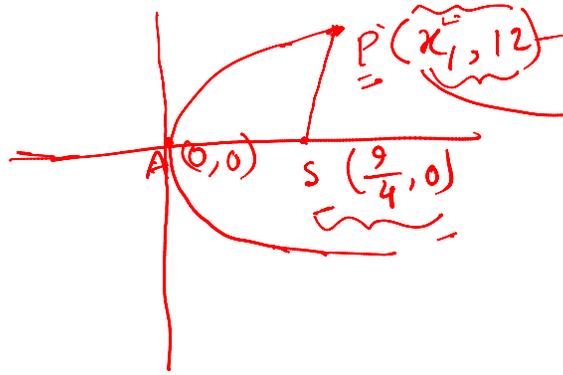
$$\Rightarrow x^2 = -16y$$

গাণিতিক সমস্যা

৬. $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থ কোন বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব ৬, ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

গাণিতিক সমস্যা

৭. $y^2 = 9x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থ P বিন্দুর কোটি 12, P বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব নির্ণয় কর।



$$y^2 = 9x$$

$$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot \frac{9}{4} \cdot x$$

a

$$\rightarrow y^2 = 9x$$

$$\Rightarrow 12^2 = 9x_1$$

$$\Rightarrow x_1 = 16$$

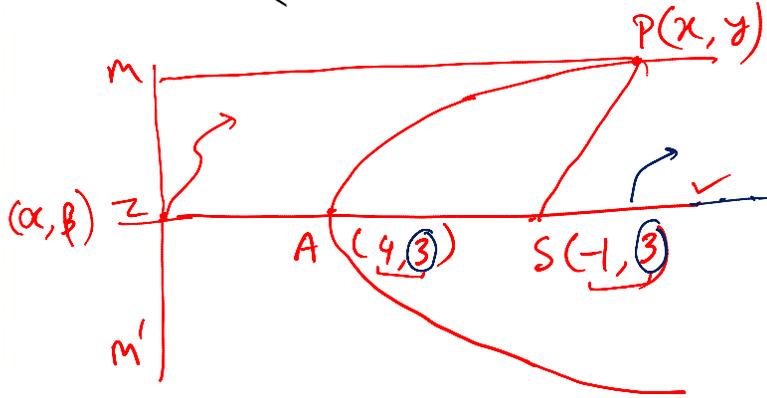
$$\therefore P \equiv (16, 12)$$

$$SP = \sqrt{\left(16 - \frac{9}{4}\right)^2 + (12 - 0)^2} = \frac{73}{4}$$

$$y^2 = 4ax$$
$$S(a, 0)$$

গাণিতিক সমস্যা

৮. একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র $(-1, 3)$ এবং শীর্ষবিন্দু $(4, 3)$ বিন্দুতে অবস্থিত।



z:

$$\frac{\alpha - 1}{2} = 4 \Rightarrow \alpha = 9$$

$$\frac{\beta + 3}{2} = 3 \Rightarrow \beta = 3$$

$$Z \equiv (9, 3)$$

ত্রুটি:

$$y = 3$$

$$\Rightarrow 0 \cdot x + y = 3$$

দিয়াথ্য:

$$x - 0 \cdot y + k = 0$$

$$\Rightarrow x + k = 0 \rightarrow Z(9, 3)$$

$$\Rightarrow 9 + k = 0$$

$$\Rightarrow k = -9$$

দিয়াথ্য: $x - 9 = 0$

$$SP = PM$$

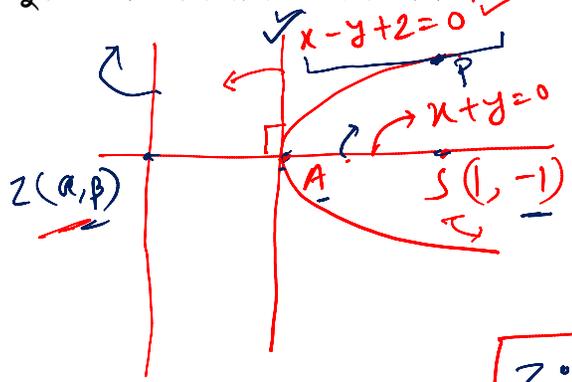
$$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = \frac{|x-9|}{\sqrt{1^2+0^2}}$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = (x-9)^2$$

$$\therefore y^2 - 6y + 20x - 71 = 0$$

গাণিতিক সমস্যা

৯. একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র $(1, -1)$ বিন্দুতে অবস্থিত এবং $x - y + 2 = 0$ রেখাটি শীর্ষবিন্দুতে অক্ষরেখার উপর লম্ব।



$$\begin{aligned} x + y &= 0 \\ x - y + 2 &= 0 \\ \therefore A(-1, 1) \end{aligned}$$

দিয়াঃ

$$\begin{aligned} x - y + k_1 &= 0 \rightarrow z(-3, 3) \\ \Rightarrow -3 - 3 + k_1 &= 0 \\ \therefore k_1 &= 6 \\ \therefore x - y + 6 &= 0 \end{aligned}$$

অর্থাৎ \rightarrow

$$\begin{aligned} x + y + k &= 0 \rightarrow S(1, -1) \\ 1 - 1 + k &= 0 \\ k &= 0 \\ \therefore \text{অর্থাৎ } x + y &= 0 \end{aligned}$$

z:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha + 1}{2} &= -1 \\ \Rightarrow \alpha &= -3 \\ \frac{\beta - 1}{2} &= 1 \\ \Rightarrow \beta &= 3 \\ \therefore z &= (-3, 3) \end{aligned}$$

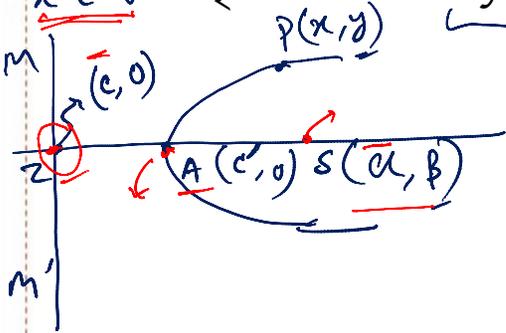
$SP = PM$

$$\Rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (\beta + 1)^2} = \frac{|\alpha - \beta + 6|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

গাণিতিক সমস্যা

১০. একটি পরাবৃত্তের দ্বিকাক্ষের সমীকরণ $x - c = 0$ এবং তার শীর্ষ $(c', 0)$ বিন্দুতে অবস্থিত। দেখাও যে

$x - c = 0$ পরাবৃত্তের সমীকরণ $y^2 = 4(c' - c)(x - c')$ ।



অর্থাৎ:

$$\text{দিকাক্ষ} \equiv x - c = 0$$

$$\Rightarrow x + 0 \cdot y - c = 0$$

$$\text{অক্ষ} : 0 \cdot x - y + k = 0 \rightarrow A(c', 0)$$

$$0 - 0 + k = 0 \Rightarrow k = 0$$

$$\therefore \boxed{y = 0}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x - c = 0 \end{cases}$$

(2)

$$S \equiv (\alpha, \beta)$$

$$\frac{\alpha + c}{2} = c'$$

$$\Rightarrow \alpha = 2c' - c$$

$$\frac{\beta + 0}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \beta = 0 \quad \therefore S \equiv (2c' - c, 0)$$

$$SP = PM$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x - (2c' - c))^2 + y^2} = \frac{|x - c|}{\sqrt{1^2 + 0^2}}$$

$$\Rightarrow (x - 2c' + c)^2 + y^2 = (x - c)^2$$

$$\Rightarrow y^2 = (x - c)^2 - (x - 2c' + c)^2$$

$$\Rightarrow y^2 = 2(x - c) \cdot 2(c' - c)$$

$$\therefore y^2 = 4(c' - c)(x - c')$$

গাণিতিক সমস্যা

১১. (2, 5) বিন্দুগামী পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার শীর্ষ (0, 2) বিন্দুতে অবস্থিত এবং অক্ষরেখা y অক্ষের সমান্তরাল।

$$x^2 = 4 \cdot a (y - 2)$$

$$\Rightarrow 4 = 4 \cdot a \cdot 3$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

$$\therefore x^2 = \frac{4}{3} (y - 2)$$

$$(\alpha, \beta)$$

অক্ষ y-অক্ষের সমান্তরাল

$$(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$$

গাণিতিক সমস্যা

১২. একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার অক্ষরেখা x -অক্ষের সমান্তরাল, শীর্ষবিন্দু y অক্ষের উপর অবস্থিত এবং যা $(0, 2)$ ও $(1, 0)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

$$(y - \beta)^2 = 4 \cdot a (x - 0)$$

$$\Rightarrow (y - \beta)^2 = 4ax$$

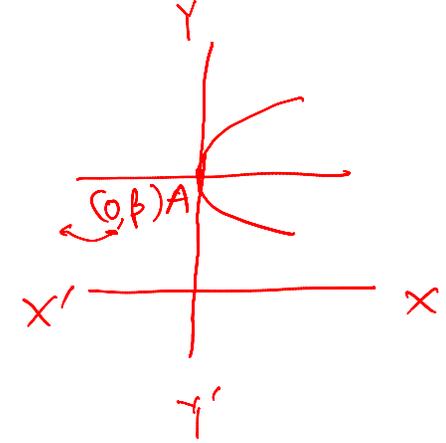
$$(0, 2) \rightarrow (2 - \beta)^2 = 4 \cdot a \cdot 0 \Rightarrow (2 - \beta)^2 = 0$$

$$\beta = 2$$

$$(1, 0) \rightarrow (0 - 2)^2 = 4 \cdot a \cdot 1$$

$$\Rightarrow a = 1$$

$$(y - 2)^2 = 4x$$



গাণিতিক সমস্যা

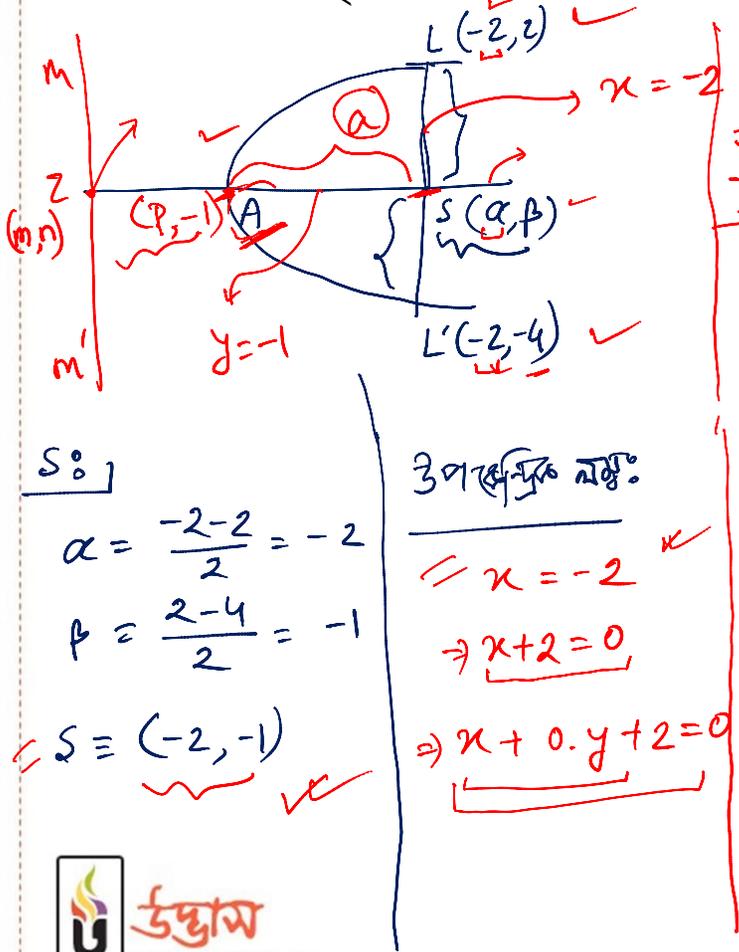
১৩. একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার অক্ষরেখা x-অক্ষের সমান্তরাল এবং যা (-2, 1), (1, 2) ও (-1, 3) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

$$\text{Let, } A \equiv (\alpha, \beta)$$

$$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$$

গাণিতিক সমস্যা

১৪. একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক $(-2, 2)$ ও $(-2, -4)$ ।



S:]

$$\alpha = \frac{-2-2}{2} = -2$$

$$\beta = \frac{2-4}{2} = -1$$

উপকেন্দ্রিক লম্বঃ

$$x = -2$$

$$\Rightarrow x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x + 0 \cdot y + 2 = 0$$

অর্থাৎ

$$0 \cdot x - y + k = 0 \rightarrow S(-2, -1)$$

$$\Rightarrow 1 + k = 0$$

$$\Rightarrow k = -1$$

\therefore অর্থঃ $-y - 1 = 0$

$$\Rightarrow y + 1 = 0$$

$$LL' = \sqrt{(-2+2)^2 + (2+4)^2} = 6$$

$$|4a| = 6 \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

$$AS = \sqrt{(p+2)^2 + (-1+1)^2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow (p+2)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow p+2 = \pm \frac{3}{2} \Rightarrow p = -\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}$$

$\frac{m-2}{2} = p$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{7}{2}$
$(m, n) = (1, -1)$		$(-5, -1)$

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র
অধ্যায় ৬ : কনিক

গাণিতিক সমস্যা

১৫. $y = \underbrace{3x}_{m} + \underbrace{1}_{c}$ রেখাটি $y^2 = \underbrace{4ax}$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হলে পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

$$c = \frac{a}{m}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{a}{3}$$

$$\therefore a = 3$$

$$LL' = |4a| = |4 \cdot 3| \\ = 12$$

$$y^2 = 4ax$$

$$\text{স্পর্শক} \Rightarrow y = mx + c$$

$$c = \frac{a}{m}$$

না বুঝে
মুখস্থ করার
অভ্যাস প্রতিভাকে
ধ্বংস করে

$$X = c \rho \frac{V^2}{2S}$$

$$X = c \rho \frac{V^2}{2S}$$

$$E = mc^2$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2}{c} + c} - \frac{b}{2}$$



উদ্ভাস

একতমিক এড এডমিশন সেন্টার

www.udvash.com