ইঞ্জিনিয়ারিং এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

উচ্চতর গণিত

লেকচার : M-01

অধ্যায় ৫ : বিন্যাস ও সমাবেশ

উদ্ভাস
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

প্রাথমিক আলোচনা

P

বিন্যাস

সাজানো

n

$n!$

$${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\boxed{\frac{{}^nP_r}{r!} = {}^nC_r}$$

$$\frac{P}{r!} = C$$

$$P = C \times r!$$

C

সমাবেশ

বাছাই

দল

$n \rightarrow r$

$${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

Poll - 01

50 জন অতিথি কতভাবে নিজেদের মাঝে handshake করতে পারে?

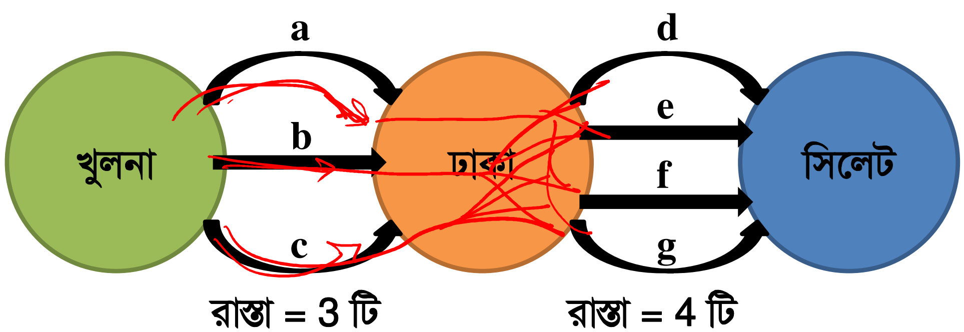
a) ${}^{50}P_2$
b) 50×2
~~c)~~ ${}^{50}C_2$
$\boxed{d)}$ 50^2

${}^{50}C_2$

50 জন অতিথি প্রত্যেকে প্রত্যেককে
একটি করে গোলাপ দেয়। মোট
কয়টি গোলাপ লাগবে = ${}^{50}P_2$

বিন্যাসের মূলনীতি

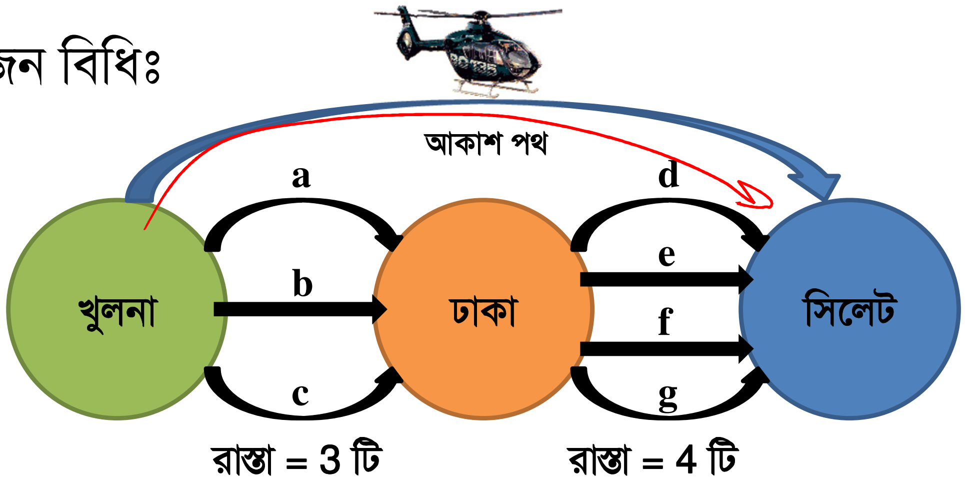
গণনার গুণন বিধিঃ



$3 \times 4 = 12$

বিন্যাসের মূলনীতি (Contd.)

গণনার যোজন বিধিঃ



$3 \times 4 + 1 = 13$

Type – 01: বিন্যাসের সমীকরণ সংক্রান্ত

$^nP_1 = n$

$^nP_2 = n(n-1)$

$^nP_3 = n(n-1)(n-2)$

Concept: $^n\mathrm{P}_r = \frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)$

r সংখ্যক পদ

যেমন: $^4P_2$, সাজানো হচ্ছে $= \underbrace{4 \times 3}$ → 2 টি term

$^3P_1 = \frac{3!}{(3-1)!} = \frac{3.2!}{2!} = 3$

$^4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4.3.\cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4.3$

$^5P_2 = 5.4$

$^6P_2 = 6.5$

$^6P_3 = 6.5.4$

Example-01. $^{n-1}P_3 : {}^{n+1}P_3 = 5 : 12$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

$$\frac{(n-1)(n-1-1)(n-1-2)}{(n+1)(n+1-1)(n+1-2)} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{\cancel{(n-1)}(n-2)(n-3)}{(n+1)(n)\cancel{(n-1)}} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{n^2-5n+6}{n^2+n} = \frac{5}{12}$$

$$12n^2-60n+72 = 5n^2+5n$$

$$7n^2-65n+72=0$$

$n = 8, \frac{9}{7}$ (NA)

$n=8$ (Ans.)

Type – 01: বিন্যাসের সমীকরণ সংক্রান্ত

Example-02. $^{2n+1}P_{n-1} : {}^{2n-1}P_n = 5:3$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

কিছু সংখ্যক বস্তু একই হলে বিন্যাস

- n সংখ্যক জিনিসের p সংখ্যক এক প্রকার, q সংখ্যক দ্বিতীয় প্রকার, r সংখ্যক তৃতীয় প্রকার এবং বাকি জিনিসগুলি ভিন্ন ভিন্ন হলে, তাদের সবগুলি নিয়ে বিন্যাস সংখ্যাঃ $\frac{n!}{p!\times q!\times r!}$
- ENGINEERING শব্দটির সব কয়টি বর্ণকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় করো।

EEE
NNN
GG
II
R
11

$$\frac{11!}{3!\,3!\,2!\,2!}$$

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (A)

এই টাইপের মধ্যে অনেকগুলো ভাগ/সাবটাইপ আছে। আমরা সেগুলো একসাথে আলোচনা করবো। এতে সমস্যাগুলো আলাদা আলাদা করে বুঝতে এবং তাদের মধ্যে পার্থক্য বুঝতে সুবিধা হবে।

A. DIRECTOR শব্দটির সবগুলো বর্ণ নিয়ে

1. কতভাবে সাজানো যায়?
2. এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?
3. এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে না?
4. এদের কতগুলোতে দুইটি স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি থাকবে না?
5. এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো স্থান পরিবর্তন করবে না?
6. a. এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো ক্রম পরিবর্তন করবে না?

   b. কতগুলোতে I সর্বদা E এর আগে থাকবে?

   c. কতগুলোতে I, E এর আগে এবং E, O এর আগে থাকবে?
7. এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণ এবং ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন করবে না?

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (A) (contd.)

❖**DIRECTOR**শব্দটির সবগুলো বর্ণ নিয়ে

1.কতভাবেসাজানোযায়?

Solve: Total বর্ণ→ 8

স্বরবর্ণআছে→ $\boxed{IEO}$ (3)

ব্যঞ্জনবর্ণআছে→ DRRCT (3)

Rআছে→ RR (2)

সবগুলোবর্ণনিয়েDIRECTORশব্দটিকেসাজানোরউপায়= $\frac{8!}{2!} = \frac{40320}{2} = 20160$

2. এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?

যাদেরকে একত্রে রাখতে হবে তাদেরকে একটি বর্ণ চিন্তা করতে হবে।

Solve:

স্বরবর্ণ I, E, O (IEO, OEI, EIO.) নিজের মধ্যে বিন্যস্ত হতে পারবে

ব্যঞ্জনবর্ণ DRCTR

IEO , D, R, C, T, R →

$\frac{6!}{2!} \times 3! = \frac{720}{\cancel{2}} \times \cancel{6}\,3$

$= 2160$

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (A) (contd.)

3. এদেরকতগুলোতেস্বরবর্ণগুলোএকত্রেথাকবেনা?

Solve: মোটবিন্যাস= 20160

স্বরবর্ণগুলোকেএকত্রেরেখেবিন্যাস=. 2160

স্বরবর্ণগুলোকেএকত্রেনারেখেDIRECTORশব্দটিকে সাজানোরউপায়= 20160 − 2160 = 18000

D I T E C

সারি বিন্যাসঃ

যাদেরকে পাশাপাশি রাখা যাবে না তাদের বিন্যাস পরে করতে হবে বা তাদেরকে ফাঁকা স্থানে বসাতে হবে।

n জন ব্যক্তি এক সারিতে থাকলে তাদের ভিতরে ও দুই পাশে মোট ফাঁকা স্থান = n – 1 + 2 = n + 1 টি

4. এদের কতগুলোতে দুটি স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে না?

~~IE~~ ~~EO~~ ~~OI~~

D R C T R

$$\boxed{\frac{5!}{2!}} \times {}^6P_3 = \frac{120}{2} \times 120 = 7200$$

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (A) (contd.)

5. এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো স্থান পরিবর্তন করবে না?

$\frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$

Solve: স্বরবর্ণগুলোর স্থান পরিবর্তন না করে। D I R E C T O R

7. এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণ এবং ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন করবে না?

$\frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$

DIRECTOR এ total বর্ণ 8 টি

স্বরবর্ণ 3 টি [I, E, O]

ব্যঞ্জনবর্ণ 5 টি

R 2 টি

$3! \times \frac{5!}{2!}$

$= 36 \times \frac{120}{2} = 360$

Solve:

D	I	R	E	C	T	O	R
ব	স	ব	স	ব	ব	স	ব

স্বরবর্ণ ও ব্যাঞ্জ্যনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন না ঘটিয়ে DIRECTOR শব্দটিতে সাজানোর উপায়

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (A) (contd.)

ক্রম পরিবর্তন না হওয়া সংক্রান্তঃ

কতকগুলো বর্ণ যদি এক জাতীয় (বা একই) হয় তাহলে চাইলেও তাদের ক্রম পরিবর্তন করা সম্ভব হয় না।

যাদের ক্রম পরিবর্তন করা যাবে না তাদেরকে এক জাতীয় (বা একই বর্ণ) চিন্তা করতে হবে, তারপর তাদের বিন্যাস করতে হবে, তাহলে প্রাপ্ত বিন্যাসে তাদের ক্রম পরিবর্তন হবে না।

I E O   DIRECTOR   RR $\boxed{IEO}$ এক জাতীয় $\boxed{XXX}$

❖ DIRECTORশব্দটির সবগুলো বর্ণ নিয়ে

(a) এদেরকতগুলোতেস্বরবর্ণগুলোক্রমপরিবর্তনকরবেনা?

$$\frac{8!}{2!\,3!} = \frac{40320}{2\times 6} = 3360$$

(b) কতগুলোতোIসর্বদাEএরআগেথাকবে?

$\boxed{IE}$ এক জাতীয় – XX

$$\frac{8!}{2!\,2!} = 10080$$

(c) কতগুলোতোI, EএরআগেএবংE, Oএরআগেথাকবে?

$\boxed{IEO}$ XXX

$$\frac{8!}{2!\,3!} = 3360$$

RR $\boxed{IEO}$

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (B)

B. DIRECTOR শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায়?

$\frac{7!}{2!} = \frac{5040}{2} = 2520$

1. যেন প্রথমে সর্বদা D থাকে। D _ _ _ _ _ _ _
2. যেন প্রথমে সর্বদা D না থাকে। $20160 - 2520 = 17640$
3. যেন শেষে সর্বদা R থাকে। _ _ _ _ _ _ _ R $7! = 5040$
4. যেন শেষে সর্বদা R না থাকে। $20160 - 5040 = 15120$
5. যেন প্রথমে সর্বদা D থাকে এবং শেষে সর্বদা R থাকে। $6! = 720$ D _ _ _ _ _ _ R
6. যেন প্রথমে D অথবা শেষে R থাকে। $n(D \cup R) = n(D) + n(R) - n(D \cap R) = 2520 + 5040 - 720 = 6840$
7. যেন প্রথমে D থাকে কিন্তু শেষে R না থাকে। D _ _ _ _ _ _ _ $\frac{6!}{2!} \times 5 = \frac{720}{2} \times 5 = 1800$
8. যেন স্বরবর্ণগুলো সর্বদা জোড় স্থানে থাকে।
9. যেন স্বরবর্ণগুলো সর্বদা বিজোড় স্থানে থাকে।

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (B) (contd.)

❖ DIRECTOR শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায়-

01.যেন প্রথমে সর্বদা D থাকে।

DIRECTOR

D _ _ _ _ _ _ _

$\frac{7!}{2!} = \frac{5040}{2} = 2520$

02.যেন প্রথমে সর্বদা D না থাকে?

$\frac{8!}{2!} - \frac{7!}{2!}$
$= 20160 - 2520$
$= 17640$

DIRECTOR

03.যেন শেষে সর্বদা R থাকে।

_ _ _ _ _ _ _ R

$^7P_7$
$= 5040$

বা $7! = 5040$

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (B) (contd.)

04. **যেনশেষেসর্বদাR নাথাকে।**

Solve:মোটবিন্যাস= 20160

শেষেRস্থির= 5040

শেষেRস্থিরনারেখে= $20160 - 5040 = 15120$

REUCTOR

05. যেন প্রথমে সর্বদা D থাকে এবং শেষে সর্বদা R থাকে।

D _ _ _ _ _ _ R

$^6P_6$ বা $6!$

$= 720$ $= 720$

06. যেন প্রথমে D অথবা শেষে R থাকে।

$n(D \cup R) = n(D) + n(R) - n(D \cap R)$

$= 2520 + 5040 - 720$

$= 6840$

Type – 02: শব্দ গঠন সংক্রান্ত (B) (contd.)

IECTO

D
I
$\boxed{R}$
E
C
T
O
$\boxed{R}$

07.যেন প্রথমে D থাকে কিন্তু শেষে R না থাকে।

D _ _ _ _ _ _ _

$\frac{6!}{2!} \times 5$

08.যেন স্বরবর্ণগুলো সর্বদা জোড় স্থানে থাকে।

IEO

_ I _ E _ O _ _

$^4P_3 \times \frac{5!}{2!} = 1440$

D
C
T
RR

$= 24 \times 60$

09.যেন স্বরবর্ণগুলো সর্বদা বিজোড় স্থানে থাকে।

1440

$= 1440$

Poll - 02

07. DIRECTOR শব্দটি থেকে সবগুলি বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যায় যেন প্রথমে সর্বদা R থাকে এবং শেষে সর্বদা I থাকে।

R _ _ _ _ _ _ I

6!

a) 8!/2!
b) 6!
c) 7!/2!
d) ${}^{8}P_{6}$

Type – 03: পুনর্বিন্যাস সংক্রান্ত

Problem:

DIRECTOR শব্দটি থেকে সবগুলো বর্ণ নিয়েঃ

1. কতভাবে পুনঃবিন্যাস করা যায়?

2. কতভাবে পুনঃবিন্যাস করা যায় যেন I প্রথমে থাকে?

3. কতভাবে পুনঃবিন্যাস করা যায় যেন R শেষে থাকে?

$\frac{8!}{2!} - 1$

পুনঃবিন্যাস থাকলেই 1 বিয়োগ হয় না।

Solution:

1. DIRECTOR শব্দটিরসবগুলোবর্ণনিয়েবিন্যাস = 8!/2!
DIRECTORশব্দটিনিজেতাদেরমধ্যকারএকটিবিন্যাস।
তাই, পুনঃবিন্যাসসংখ্যা = 20160 − 1 = 20159

2. I কেপ্রথমেরেখেবিন্যাসসংখ্যা= $\frac{7!}{2!} = \frac{5040}{2} = 2520$
DIRECTOR শব্দটিতারমধ্যাকারএকটিবিন্যাসনয়।
তাই, পুনঃবিন্যাসসংখ্যা =

3. Rকেশেষেরেখেবিন্যাসসংখ্যা= $7! - 1 = 5040 - 1 = 5039$
DIRECTOR শব্দটিনিজেতাদেরমধ্যকারএকটিবিন্যাস।
তাই, পুনঃবিন্যাসসংখ্যা=

Type – 04: বিশেষ বস্তু সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকবে বা থাকবে না সংক্রান্ত

10 টি বস্তুর একবারে 5 টি নিয়ে কতগুলো বিন্যাসের মধ্যে 2 টি বিশেষ বস্তু সর্বদা অন্তর্ভূক্ত থাকবে।

A B _ _ x _ _ y _ z

A B x y z

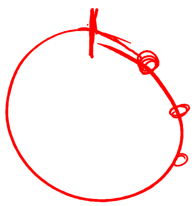
$${}^{8}C_{3} \times 5!$$

$$= 56 \times 120$$

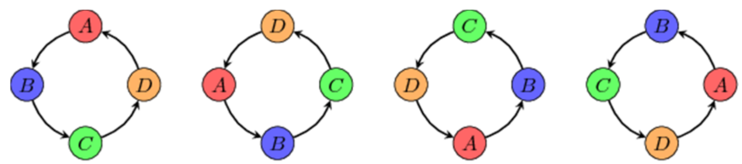
$$= 6720$$

Type 5: চক্র বিন্যাস (Cyclic Permutation)

$n \rightarrow \underline{\quad n! \quad}$



$\underline{(n-1)!}$



চক্রবিন্যাস
ছোট জিনিস
বাঁধা অবস্থায়
উল্টানো যায়

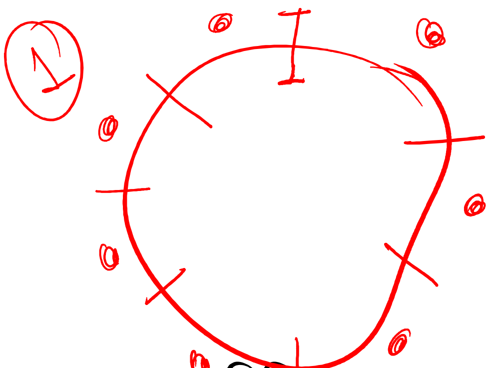
$$\frac{(n-1)!}{2}$$

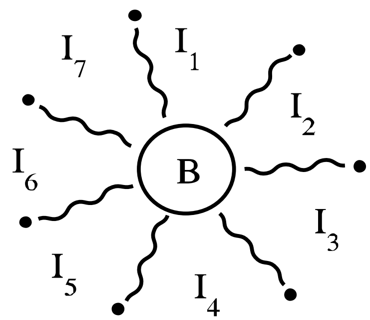
2 টি বিন্যাস $\rightarrow$ 1 বার সাজাবে

$(n-1)!$ " $\rightarrow \boxed{\frac{(n-1)!}{2}}$ " "

Type 5: চক্র বিন্যাস (Cyclic Permutation)

01. 5 জন বাংলাদেশী ও 7 জন ভারতীয় গোলাকারে বসে একটি বৈঠক করতে চায়। বৈঠকটি কতভাবে করতে পারে যেন বাংলাদেশীরা পাশাপাশি না বসে?





02. 12 বিভিন্ন ধরণের মুক্তা দিয়ে কত ভাবে মুক্তার হার তৈরি করা যাবে? [BUET’12-13]

Sol^n:

$(7-1)!$

$6! \times {}^7P_5$

$= 720 \times 2520$

$= 1814400$

② $\frac{(n-1)!}{2}$

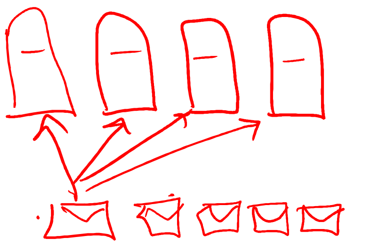
$= \frac{(12-1)!}{2}$

$= \frac{11!}{2}$

Type 6: পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস

Problem: 4 টি পোস্টবাক্সে 5 টি চিঠি কত উপায়ে ফেলা যায়?

(Option সংখ্যা)^r



$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = (4)^5$

সহজে মনে রাখার জন্যঃ n^r যেখানে, n = যে বস্তু একাধিক জিনিস গ্রহণ করতে পারে
r = যে বস্তু একাধিক স্থানে যেতে পারে।

n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে যদি বিন্যাস করা হয় যেখানে একটি বস্তুকে যেকোন সংখ্যক বার ব্যবহার করা যাবে তাহলে, মোট বিন্যাস সংখ্যা = n^r

Type 6: পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস

Example-01. অরিন তার বিবাহ অনুষ্ঠানে 13 টি আংটি উপহার পেয়েছে। 10 টি আঙ্গুলে আংটিগুলো কতভাবে পরতে পারে? [ধরে নাও, অরিন একই আঙ্গুলে অনেকগুলো (এমনকি 13 টি!) আংটি পড়তে পারে। আরও ধরে নাও, একটি আঙ্গুলে একাধিক আংটি পরানো হলে সেগুলো কী ক্রমে পরানো হচ্ছে, তা বিবেচ্য নয়।]

$$10 \times 10 \times 10 \cdots \times 10 = 10^{13}$$

Example-2. কোন বিদ্যালয়ে বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগীতায় তিনটি পুরস্কার একটি সদাচারণের জন্য, একটি সাধারণ উন্নতির জন্য, একটি ক্রীড়ার জন্য নির্ধারণ করা হয়েছে। 10 জন বালকের মধ্যে পুরস্কারগুলো কতভাবে বিতরণ করা যায়?

১ম ২য় ৩য়

$$10 \times 10 \times 10 = (10)^3$$

Poll - 03

Grameenphone এর একটি নম্বর শুরু হয় 017 বা 013 দিয়ে। তাহলে Grameenphone মোট কতগুলো সংযোগ দিতে পারবে?

0 1 7 _ _ _ _ _ _ _ _

$10 \times 10 \times \cdots \times 10 = 10^8$

$10^8 + 10^8$

$= \boxed{2 \times 10^8}$

a) $^{10}P_8$

b) 10^8

c) $^{10}C_8$

d) 2×10^8

Type – 7: সংখ্যা গঠন সংক্রান্ত

1. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9অংকগুলো প্রতিবারেi.একবার মাত্র ব্যবহার করে ii. যে কোন সংখ্যক বার ব্যবহার করে-

শর্ত/প্রশ্ন	i. একবার মাত্র ব্যবহার করে	ii. যে কোন সংখ্যক বার ব্যবহার করে
(a) 4 অংক বিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে?	1 _ _ _ $9 \times {}^9P_3$	$9 \times 10 \times 10 \times 10 = 9000$ 1000 — 9999
(b) 4 অংক বিশিষ্ট কতগুলো বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে?	1,3,5,7 $8 \times {}^8P_2 \times 5$	1,3,5,7,9 $9 \times 10 \times 10 \times 5 = 4500$
(c) 4 অংক বিশিষ্ট কতগুলো জোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে?	$9 \times {}^9P_3 - 8 \times {}^8P_2 \times 5$	$9000 - 4500$ $= 4500$

Type – 7: সংখ্যা গঠন সংক্রান্ত

1. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9অংকগুলো প্রতিবারেi.একবার মাত্র ব্যবহার করে ii. যে কোন সংখ্যক বার ব্যবহার করে-

শর্ত/প্রশ্ন	i. একবার মাত্র ব্যবহার করে	ii. যে কোন সংখ্যক বার ব্যবহার করে
(d) 4 অংক বিশিষ্ট কিন্তু 5 দ্বারা বিভাজ্য কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে?	5 ; $8\times{}^8P_2$ + 0 ; $9\times{}^8P_2$	0,5 ; $9\times10\times10\times2 = 1800$
(e) 4000 এর চেয়ে বড় কিন্তু 7000 এর চেয়ে ছোট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে?	4,5,6 ; $3\times{}^9P_3$	4,5,6 ; $3\times10\times10\times10-1 = 3000-1 = 2999$
(f) 4000 এর চেয়ে বড় কিন্তু 70,000 এর চেয়ে ছোট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে?	4,5,6,7,8,9 ; 1,2,3,4,5,6 ; $6\times{}^9P_3 + 6\times{}^9P_4$	$6\times10\times10\times10 + 6\times10^4 - 1$

সমাবেশের ধারণা (contd.)

^nC_r

$^{40}C_{15}$

01. **40 জন ব্যক্তি হতে 15 জনের একটি দল কতভাবে গঠন করা যায়? Ans:**

A + 39

Case-1: আশিক যদি দলে থাকে:

A + 14

$^{39}C_{14}$

Case-2: আশিক যদি দলে না থাকে:

15

$^{39}C_{15}$

Type 8: দল বা কমিটি গঠন সংক্রান্ত

Example-01. 4 জন ভদ্রমহিলাসহ 10 ব্যক্তির মধ্যে থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত প্রকারে গঠন করা যেতে পারে যাতে অন্তঃতপক্ষে একজন ভদ্রমহিলা থাকবে? [KUET'03-04, DU'13-14]

	W(4)	M(6)
(i)	1	4
(ii)	2	3
(iii)	3	2
(iv)	4	1

$$^4C_1 \times {}^6C_4 + {}^4C_2 \times {}^6C_3 + {}^4C_3 \times {}^6C_2 + {}^4C_4 \times {}^6C_1$$

$$= 4\times 15 + 6\times 20 + 4\times 15 + 1\times 6$$

$$= 60 + 120 + 60 + 6$$

$$= 246$$

Type – 9: কিছু জিনিসকে গ্রহন বা বর্জন সংক্রান্ত

Example-50. দুইজন বালককে (i) সর্বদা গ্রহণ করে (ii) সর্বদা বর্জন করে 12 জন বালক হতে 5 জন বালককে কতভাবে বাছাই করা যায়?

$\boxed{AB + 10}$

Soln:

(i) নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা $^{10}C_3 = 120$

$AB + 3$

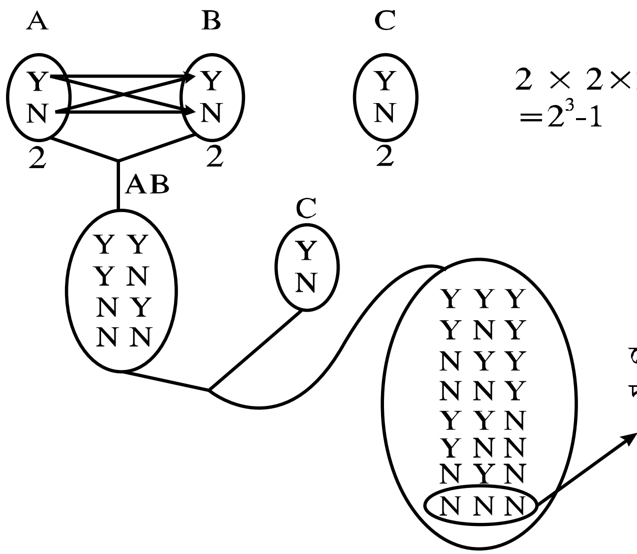
(ii) নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা $^{10}C_5 = 252$

5

Type – 10: এক বা একাধিক বস্তুর বাছাই সংক্রান্ত (contd.)

V মনে কর, আবুল, বাবুল ও কাবুল নামে তিনজন বন্ধু আছে এই তিন জন বন্ধু থেকে এক বা একাধিক বন্ধুকে কতভাবে দাওয়াত করতে পারবে।

A B C কে দাওয়াত দেয়ার উপায়



$2 \times 2 \times 2 - 1$
$= 2^3 - 1$

মোট ঘটনা =8টি
দাওয়াত দেওয়ার মোট উপায় =8-1

Type – 10: এক বা একাধিক বস্তুর বাছাই সংক্রান্ত (contd.)

01. একজন ব্যক্তির 7 জন বন্ধু আছে। সে তার জন্মদিনে এক বা একাধিক বন্ধুকে কতভাবে দাওয়াত করতে পারবে?

A B C

Y/N Y/N

$= 2 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2 - 1$

$= 2^7 - 1$

$= 128 - 1$

$= 127$

YYYYYYY

NNNNNNY

$\boxed{NNNNNNN}$

02. বিকল্পসহ 8 টি প্রশ্ন হতে এক বা একাধিক প্রশ্ন কত ভাবে বাছাই করা যায়?

1. প্রশ্ন অথবা বিকল্প – 0

2. ✓ " ✓

3.

8. " " "

$\boxed{00000000}$

$3 \times 3 \times \cdots \times 3 - 1$

$= 3^8 - 1$

Type – 11: এক বা একাধিক বস্তুর বাছাই সংক্রান্ত (contd.)

❖ আম – 5
কলা- 4
আপেল -3

প্রশ্ন হচ্ছে এক বা একাধিক ফল কতভাবে বাছাই করা যায়। দুইটি ঘটনা ঘটতে পারে।

(i) একই ব্রান্ডের:

(ii) ভিন্ন ব্রান্ডের:

ভিন্ন ভিন্ন n সংখ্যক → $2^n - 1$

আম (5)	কলা (4)	আপেল (3)
5	4	3
4	3	2
3	2	1
2	1	0
1	0	
0		

$= (5+1) \times (4+1) \times (3+1) - 1$

মোট বাছাই সংখ্যা $= 6 \times 5 \times 4 - 1$

$= 119$

Type – 11: এক বা একাধিক বস্তুর বাছাই সংক্রান্ত

Example-01. 1500 এর মোট উৎপাদক সংখ্যা ও প্রকৃত উৎপাদক সংখ্যা নির্ণয় কর।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1500 \\ \hline 2 & 750 \\ \hline 3 & 375 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$1500 = 2^2 \times 3 \times 5^3$

$= 2\times2 \times 3\times 5\times5\times5$

$= (2+1)\times(1+1)\times(3+1)$

1500 এর উৎপাদক সংখ্যা $= 3 \times 2 \times 4$

$= 24$

" " প্রকৃত " " $= 24 - 2$

$= 22$

$\boxed{\begin{array}{c}1500 \\ 1\end{array}}$

$2^2 \times 3 = 12$

$2\times5 = 10$

2

2

22

No 2

3

No 3

555

55

5

No 5

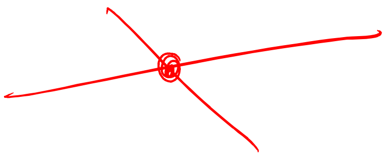
No 2 No 3 No 5

$1 \times 1 \times 1 = 1$

Type – 12: ছেদবিন্দু, সরলরেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত সংক্রান্ত

Concept:

খুবই গুরুত্বপূর্ণ



01. একটি সমতলে 20টি সরলরেখা আছে। কোন 2টি সরলরেখা সমান্তরাল নয়, আবার কোন তিনটি সরলখেরা একই বিন্দুতে ছেদ করে না। কতগুলো ছেদ বিন্দু বের করা সম্ভব?

$^{20}C_2$

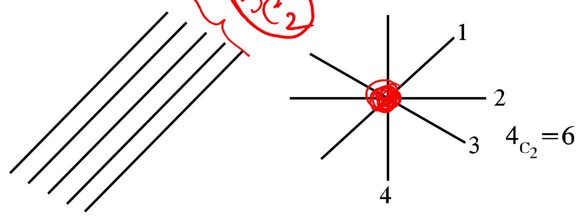
Type – 12: ছেদবিন্দু, সরলরেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত সংক্রান্ত

খুবই গুরুত্বপূর্ণ

02. একটি সমতলে 20 টি সরলরেখা আছে। যার মধ্যে 5টি সরলরেখা পরস্পরের সমান্তরাল এবং 4টি সরলরেখা একই বিন্দুতে ছেদ করে। কতগুলো ছেদবিন্দু বের করা সম্ভব?

$^{20}C_2 - {^5C_2} - {^4C_2} + 1$

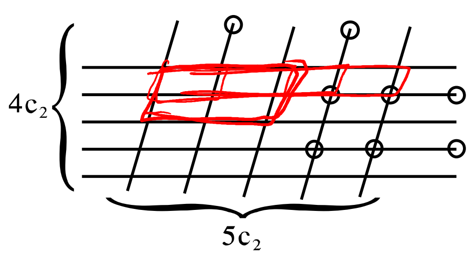
$^5C_2$



$^4C_2$

$^{20}C_2 - {^5C_2} - {^4C_2} + 1$

03. 5টি সমান্তরাল সরলরেখাকে 4টি সমান্তরাল সরলরেখা চিত্র অনুসারে ছেদ করে। মোট কয়টি সামান্তরিক আছে?



এই চিত্রে কয়টি সামান্তরিক আছে?

∴মোটসামান্তরিকসংখ্যা= $^4C_2 \times {^5C_2}$

$= 6 \times 10 = 60$

Type – 12: ছেদবিন্দু, সরলরেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত সংক্রান্ত (contd.)

Note:n বাহুবিশিষ্টকোনবহুভুজেরতিনটিকৌণিকবিন্দুরসংযোগেগঠিতত্রিভূজেরসংখ্যা= ${}^{n}C_3$

- n বাহুবিশিষ্টবহুভূজেকর্ণসংখ্যা= ${}^{n}C_2 - n$
- সুষমষড়ভুজেকর্ণসংখ্যা= ${}^{6}C_2 - 6$

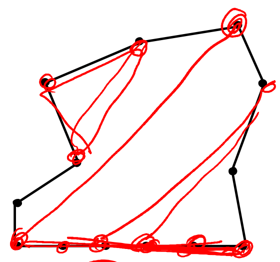
[কর্ণমানেকোনবহুভুজেরবাহুবাদেদুইটিশীর্ষবিন্দুযোগকরলেযেসরলরেখাউৎপন্নহয়তাকেকর্ণবলে।]

Type – 12: ছেদবিন্দু, সরলরেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত সংক্রান্ত (contd.)

04. একটি সমতলে 13 টা বিন্দু আছে, যার মধ্যে 6 টা বিন্দু সমরেখ, এই বিন্দু গুলো সংযোগ করে মোট কয়টি ত্রিভুজ ও কয়টি সরলরেখা অংকন করা যায়?

∴ ত্রিভুজগঠনেরউপায়= ${}^{13}C_3 - {}^{6}C_3$

সরলরেখাগঠনেরউপায়= ${}^{13}C_2 - {}^{6}C_2 + 1$



05. শূন্যে অবস্থিত 20 টি বিন্দুর মধ্যে 7 টি বিন্দু একই তলে অবস্থিত এবং কোন তিনটি বিন্দু সমরেখ নয়, বিন্দুগুলোর সাহায্যে কয়টি তল গঠন করা যায়?

Poll – 04

শূন্যে অবস্থিত 20 টি বিন্দুর মধ্যে 7 টি বিন্দু একই তলে অবস্থিত এবং কোন তিনটি বিন্দু সমরেখ নয়, বিন্দুগুলোর সাহায্যে কয়টি তল গঠন করা যায়?

$^{20}C_3 - {}^{7}C_3 + 1$

a) $^{20}C_3$
b) $^{20}C_3 - {}^{7}C_3$
c) $^{20}C_3 + {}^{7}C_3 - 1$
d) $^{20}C_3 - {}^{7}C_3 + 1$

Type 13 - বিন্যাস ও সমাবেশের সম্পর্ক ও মিশ্র সমস্যা

Example-01. ENGINEERING শব্দটি হতে প্রতিবারে 4 টি করে বর্ণ নিয়ে মোট সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা কত হবে?

উপায় (ways)	উদাহরন (Examples)	সমাবেশ সংখ্যা (Number of Combinations)	বিন্যাস সংখ্যা (Number of Permutations)
এক বর্ণ 3, 1টি ভিন্ন	EEE I	$^2C_1 \times {}^4C_1 = 8$	$^2C_1 \times {}^4C_1 \times \frac{4!}{3!} = 32$
2টি একরকম 2টি এক বর্ণ	EE NN	$^4C_2 = 6$	$^4C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 36$
2টি এক বর্ণ 2টি ভিন্নবর্ণ	EE NG	$^4C_1 \times {}^4C_2 = 24$	$^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!} = 288$
4 টি ভিন্ন	ENGR	$^5C_4 = 5$	$^5P_4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 120$

43

476

PROFESSOR, MISSISSIPPI, EXAMINATION (সবগুলো আলাদা আলাদা ভাবে করো) শব্দ থেকে 4 টি করে বর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়?

Type 13 - বিন্যাস ও সমাবেশের সম্পর্ক ও মিশ্র সমস্যা

Example-40. একজন সংকেত-কারকের 6 টি পতাকা আছে, যাদের মধ্যে 1 টি সাদা, 2 টি সবুজ এবং 3 টি লাল। সে একসঙ্গে 6 টি পতাকা ব্যবহার করেও একসঙ্গে 5 টি পতাকা ব্যবহার করে কতটি বিভিন্ন সংকেত দিতে পারে? [KUET'04-05]

W(1)
G(2)
R(3)

$\boxed{6\text{ flag}}$

$$\frac{6!}{2!\,3!} = 60$$

$\boxed{5\text{ flag}}$

	W(1)	G(2)	R(3)
(i)	1	2	2
(ii)	1	1	3
(iii)	0	2	3

$$\frac{5!}{2!\,2!} + \frac{5!}{3!} + \frac{5!}{2!\,3!}$$

$$= 30 + 20 + 10$$

$$= 60$$

Type 14: দলে বিভক্তিকরণ

Example-02. 4 জন ব্রীজ খেলোয়াড়ের সাথে 52 টি তাস বিভক্ত করে দেওয়ার উপায় বের কর।

$4n$ সংখ্যক জিনিস

C

চারভাগ করা

$$\frac{(4n)!}{(n!)^4 4!}$$

P

চারজনের ভেতর ভাগ করা

$$\frac{(4n)!}{(n!)^4}$$

$3n \rightarrow$

C

3 ভাগ

$$\frac{(3n)!}{(n!)^3 3!}$$

P

3 জনের মধ্যে ভাগ

$$\frac{(3n)!}{(n!)^3}$$

$C = \frac{P}{r!}$

$P = C \times r!$

$4n = 52$

$n = 13$

$$\frac{(52)!}{(13!)^4}$$

Poll – 05

$4n=52$
$n=13$

$\frac{(4n)!}{(n!)^4 4!}$

$=\frac{(52)!}{(13!)^4 4!}$

52 খানা তাস সমান চার ভাগে ভাগ করার উপায় কত?

a) $\frac{52!}{(13!)^4}$

b) $\frac{52!}{(13!)^4 \times 4!}$

c) $\frac{52!}{4!}$

d) $\frac{52!}{13! \times 4!}$