



ইঞ্জিনিয়ারিং এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

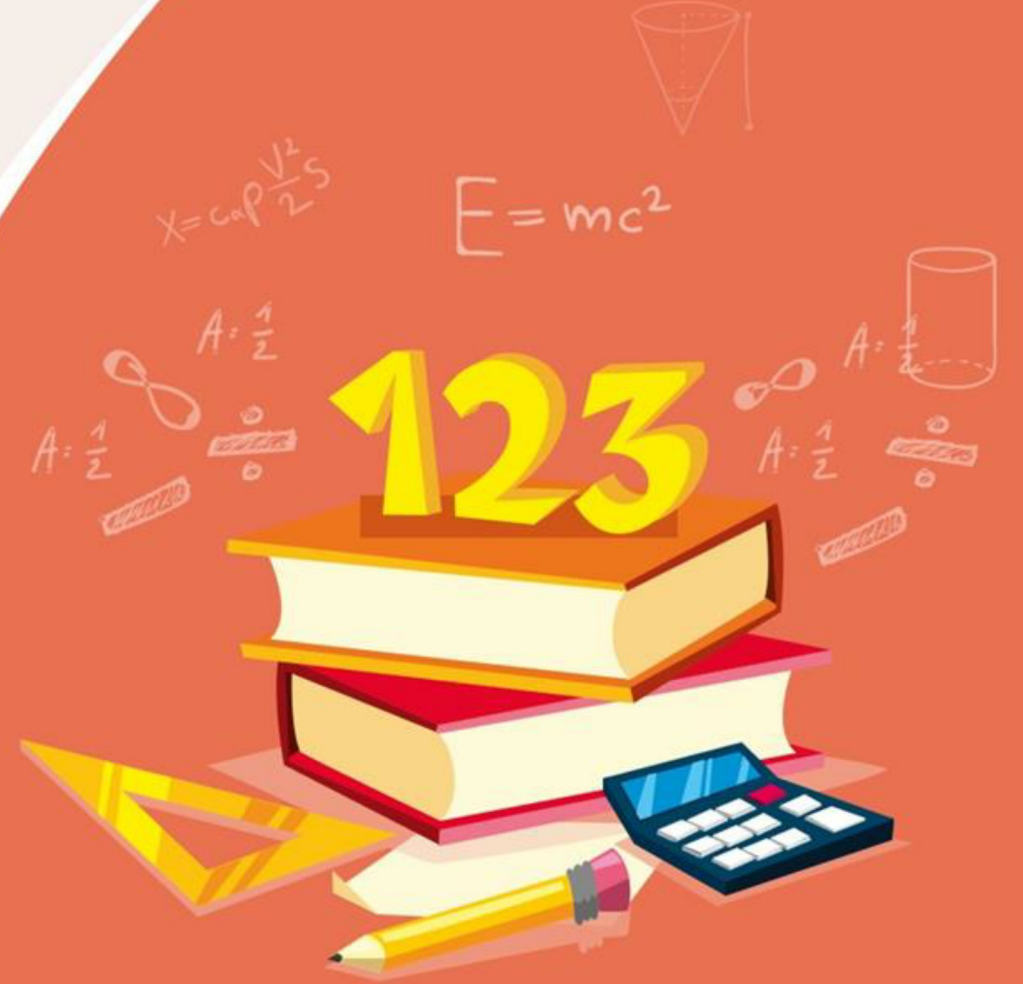
# উচ্চতর গণিত

লেকচার : M-03

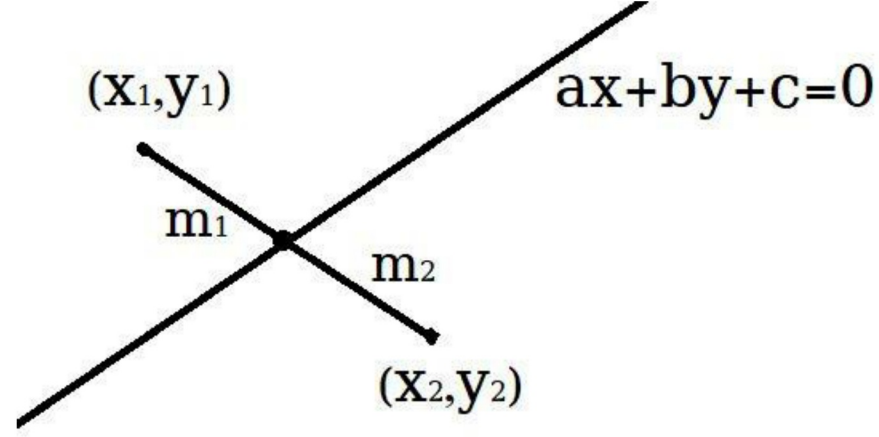
অধ্যায় ০৩ : সরলরেখা



$$x = \sqrt{\frac{a^2}{c} + c} - \frac{b}{2c}$$



# Type 1: দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে কোন সরলরেখা দ্বারা বিভক্তির অনুপাত



$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c}$$

[- হলে অন্তর্বিভক্তি, + হলে বহির্বিভক্তি]

- x অক্ষ দ্বারা বিভক্তির অনুপাত  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{y_1}{y_2}$  [বিন্দুদ্বয়ের কোটির অনুপাত]
- y অক্ষ দ্বারা বিভক্তির অনুপাত  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_1}{x_2}$  [বিন্দুদ্বয়ের ভুজের অনুপাত]

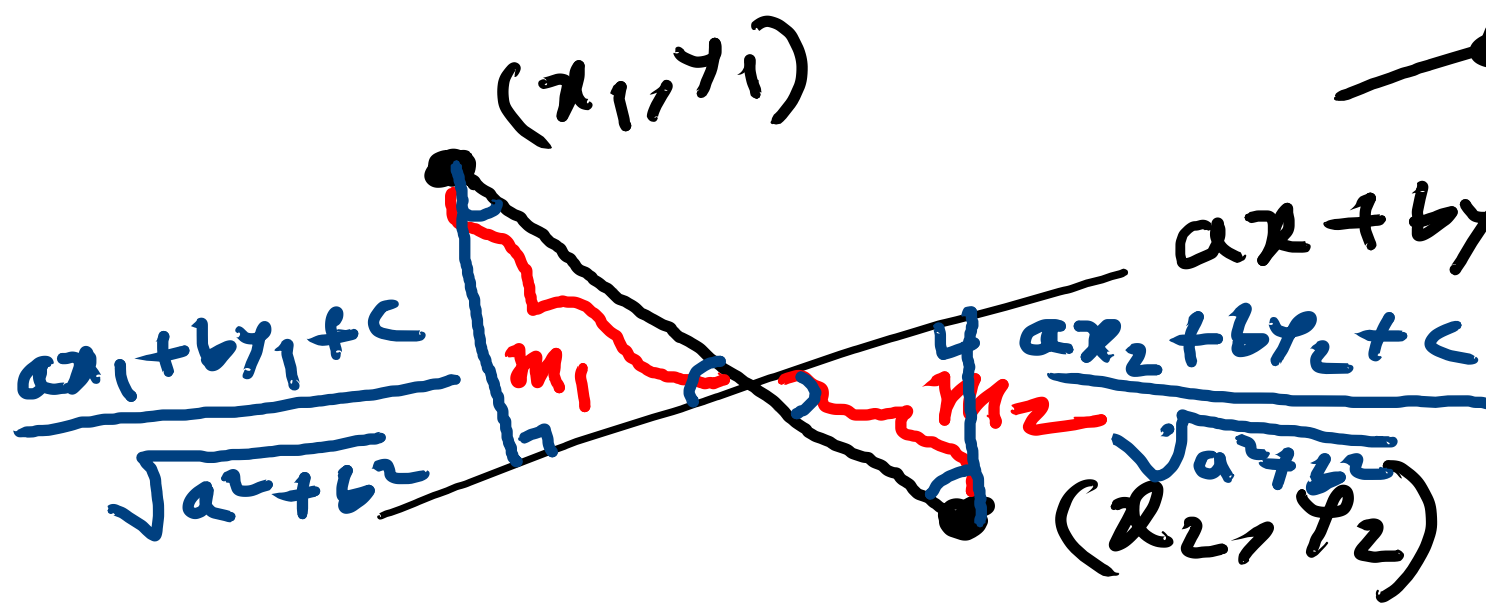
(4, 5)

(1, 2)

$$2x + 3y + 1 = 0$$

$$2 \cdot 4 + \underline{3 \cdot 5} + 1 = \textcircled{+24}$$

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 = \textcircled{+7}$$



$y = 0$   
 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{y_1}{y_2}$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c}$



'-' इलें अंतर्गतें -  
 '+' " बाह्यें वरें -  
 0/∞ " बिंदू दरेना

## Type 1: দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে কোন সরলরেখা দ্বারা বিভক্তির অনুপাত

Example 1: (3,2) ও (5,-7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে x অক্ষ ও y অক্ষ কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

x অক্ষ: ২:৭ অনুপাতে ভেঙে বিভক্ত করে।

y অক্ষ: ৩:৫ অনুপাতে ভেঙে বিভক্ত করে।

Example 2: (3,2) ও (5,-7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে  $2x+3y+1=0$  রেখাটি কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1}{2 \cdot 5 + 3(-7) + 1} = \frac{+13}{-10}$$

১৩:১০ অনুপাতে ভেঙে বিভক্ত করে।

## Type 1: দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখাকে কোন সরলরেখা দ্বারা বিভক্তির অনুপাত

Example 3:  $(-1, -3)$  ও  $(5, -7)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে  $2x+3y+1=0$  রেখাটি কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2(-1) + 3(-3) + 1}{2 \cdot 5 + 3(-7) + 1} = \frac{-10}{-10}$$

বিভক্ত করে না।

Example 4:  $(2, -1)$  ও  $(5, -7)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে  $x+3y+1=0$  রেখাটি কী অনুপাতে বিভক্ত করে?

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2 + 3(-1) + 1}{5 + 3(-7) + 1} = \frac{0}{-15}$$

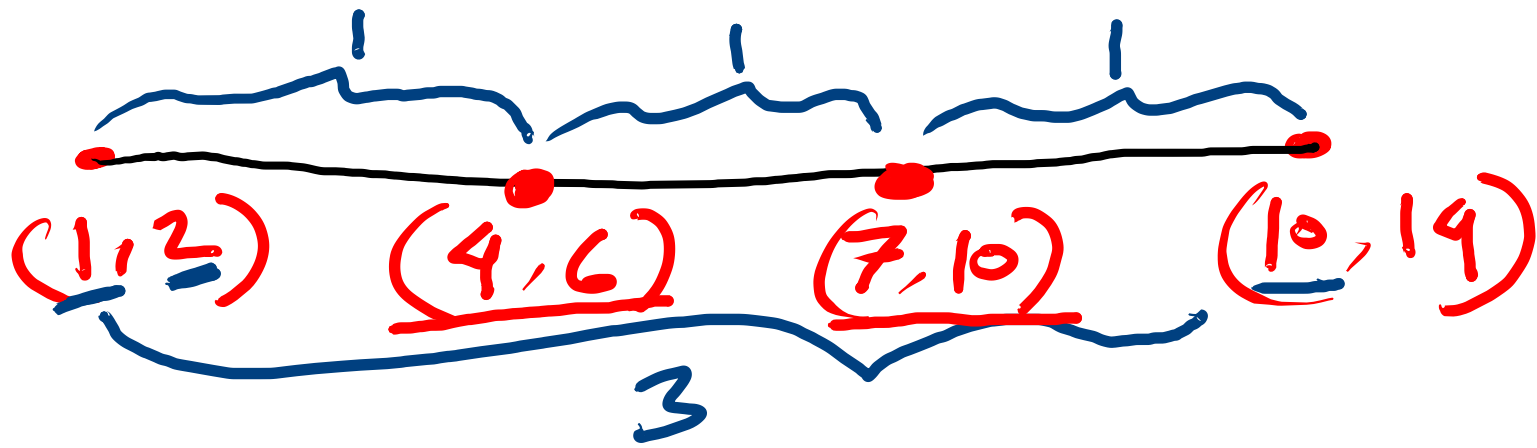
বিভক্ত করে না।

## Type 2 : সমত্রিখণ্ডক বিন্দু, সমচতুর্খণ্ডক বিন্দু ইত্যাদি নির্ণয়ঃ

Example 1: (1,2) ও (10, 14) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সমত্রিখণ্ডক বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক বের কর।

(1,2)

Example 2: (2,1) ও (14,-19) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সমচতুর্খণ্ডক বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক বের কর।



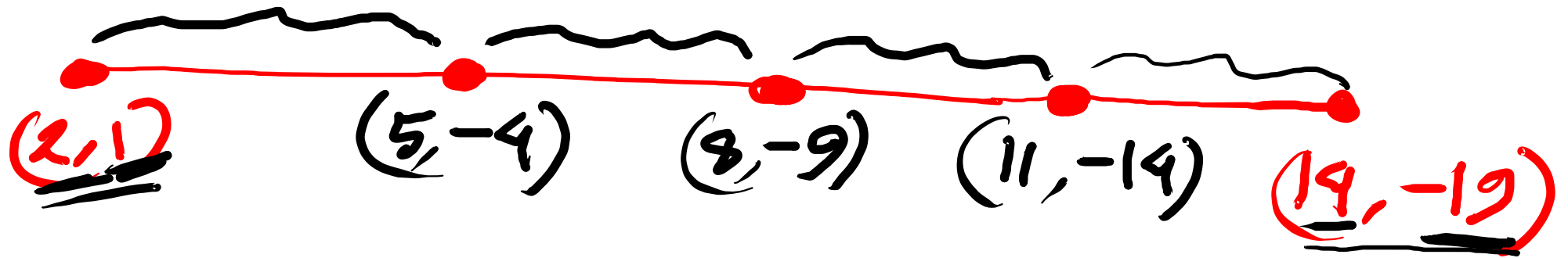
3 जा (गड प्रस) मूळ रूढि वापू = 9

1 → → → → → =  $\frac{9}{3} = 3$

3 → → कोटि → → = 12

1 → → → → → =  $\frac{12}{3} = 4$



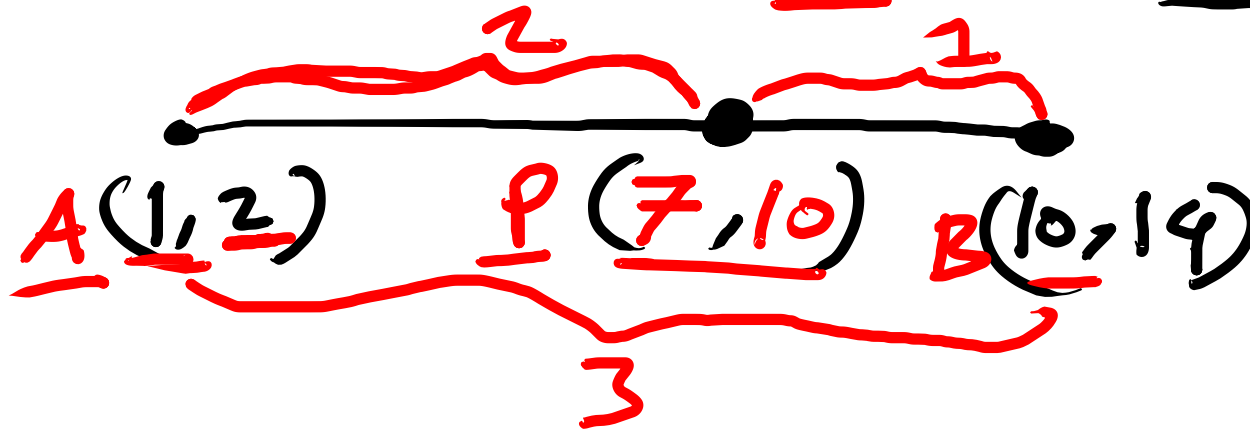


4 ভাগের দৈর্ঘ্য  $\times$  3 = 12  
 1  $\times$   $\times$   $\times$   $\times$  =  $\frac{12}{4} = 3$

4  $\times$   $\times$  কোটি  $\times$  5 = 20  
 1  $\times$   $\times$   $\times$   $\times$  =  $\frac{20}{4} = 5$

# Poll Question 01

(1,2) ও (10,14) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?



$$AP : BP = 2 : 1$$

$$\frac{3}{1} - \frac{12}{3} = 9$$

$$2 \rightarrow 8$$

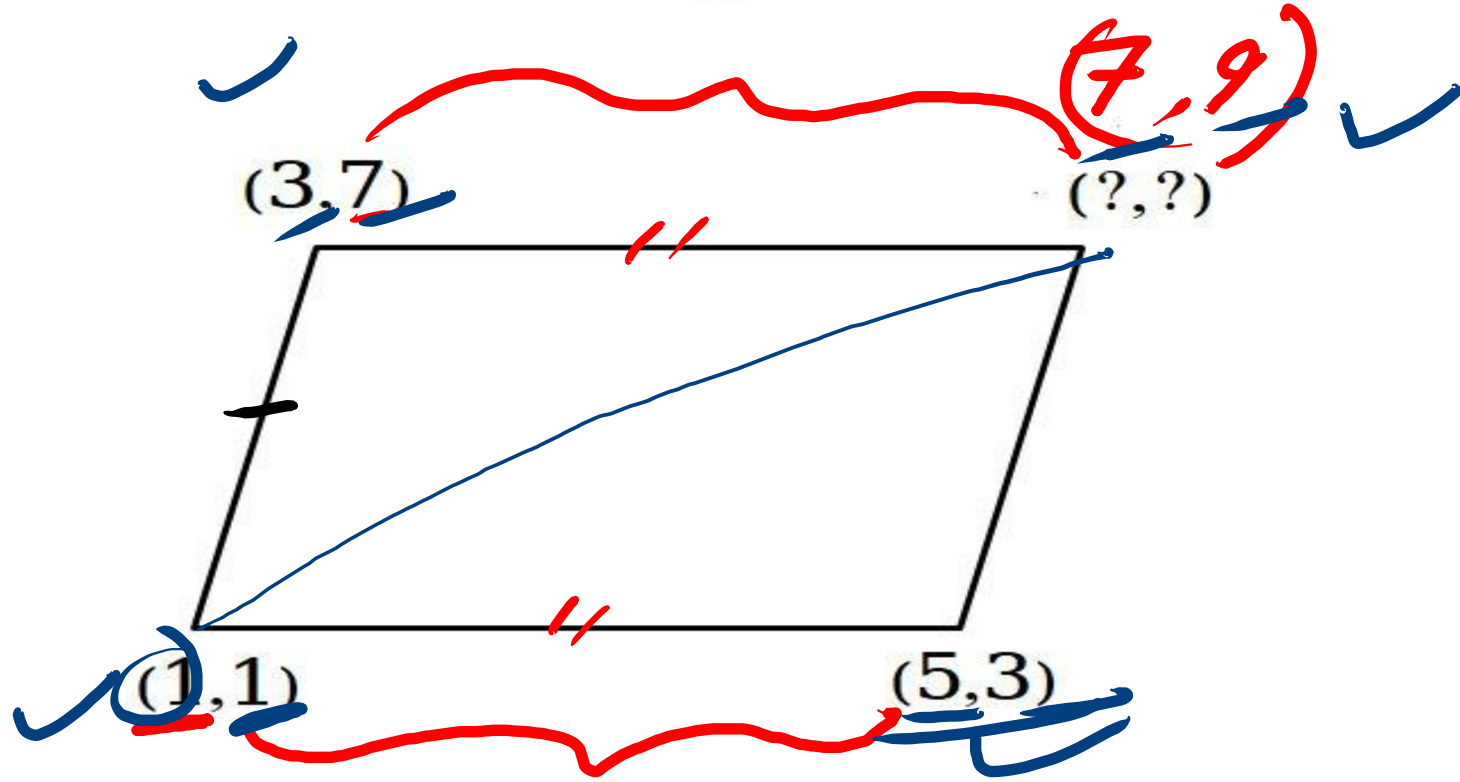
3 ভাগে ভক্ত করে - করে = 9

$$= \frac{9}{3}$$

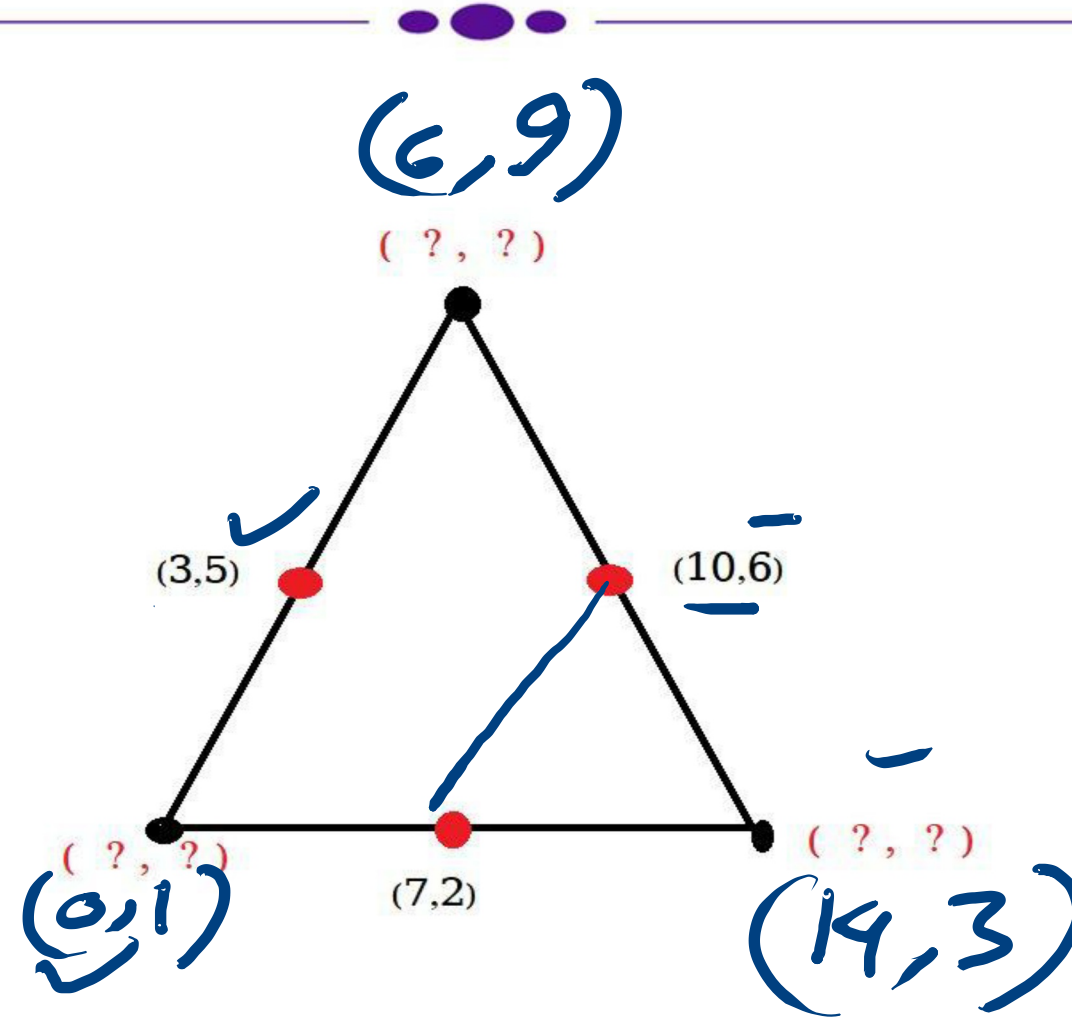
$$= \frac{9}{3} \times 2 = \boxed{6}$$

- (a) (7,9)
- (b) (10,7)
- (c) (7,10)
- (d) none

# Type 3: সামান্তরিক, আয়ত, রম্বস, বর্গ এর চতুর্থ শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয়।

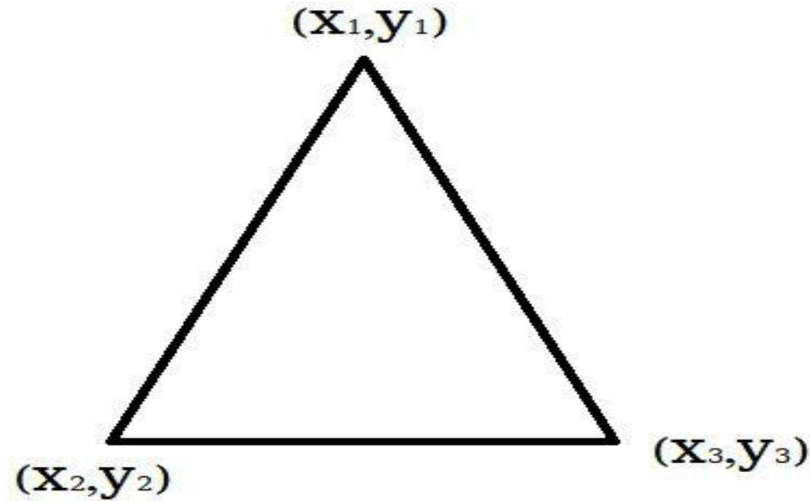


# ত্রিভুজের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক থেকে শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয়ঃ



## Type4: ক্ষেত্রফল নির্ণয়

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল



$$\begin{pmatrix} 3, 2 \\ 2, 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5, 6 \\ 2, 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7, 4 \\ 4, 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{2} \times |2 \times 2 - 4 \times 4| \\ &= \frac{1}{2} \times |4 - 16| \\ &= \frac{1}{2} \times |-12| \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \\ &= 6 \end{aligned}$$

## Type 5: সঞ্চারণপথ

Example: নিম্নলিখিত বিন্দুসমূহের সঞ্চারণপথের সমীকরণ

I.  $(a \cos \theta, a \sin \theta)$

~~II.  $(a \cos \theta, b \sin \theta)$~~

~~III.  $(a \cos \theta + c, b \sin \theta + d)$~~

IV.  $(3 \tan \theta, 2 \sec \theta + 1)$

V.  $(\theta + \frac{1}{\theta}, \theta - \frac{1}{\theta})$

①  $x = a \cos \theta$

$y = a \sin \theta$

$x^2 + y^2 = a^2 \rightarrow$  বৃত্ত

②  $x = a \cos \theta \Rightarrow \frac{x}{a} = \cos \theta$

$y = b \sin \theta \Rightarrow \frac{y}{b} = \sin \theta$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow$  উপবৃত্ত

③  $x = 3 \tan \theta \Rightarrow \frac{x}{3} = \tan \theta$

$y = 2 \sec \theta + 1 \Rightarrow \frac{y-1}{2} = \sec \theta$

$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

$\frac{(y-1)^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1 \rightarrow$  হাইপারবোলা



$$\textcircled{\text{iii}} \quad x = a \cos \theta + c \quad \text{या,} \quad \frac{x-c}{a} = \cos \theta$$

$$y = b \sin \theta + d \quad \text{या,} \quad \frac{y-d}{b} = \sin \theta$$

$$\frac{(x-c)^2}{a^2} + \frac{(y-d)^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{उपर्युक्त}$$

$$\textcircled{\text{iv}} \quad \begin{aligned} x &= 0 + \frac{1}{0} \\ y &= 0 - \frac{1}{0} \end{aligned}$$

$$x + y = 20 \quad \text{--- (1)}$$

$$x - y = \frac{2}{0} \quad \text{--- (2)}$$

$$\boxed{x^2 - y^2 = 4}$$

$\rightarrow$  व्याख्याकार  
कोरिक्ट

## Poll Question 02

(at<sup>2</sup>, 2at) বিন্দুসমূহের সঞ্চারপথের সমীকরণ নিচের কোনটি?

- (a)  $x^2 = 4ay$
- (b)  $y^2 = 4ax$
- (c)  $y^2 = -4ax$
- (d)  $x^2 = -4ay$

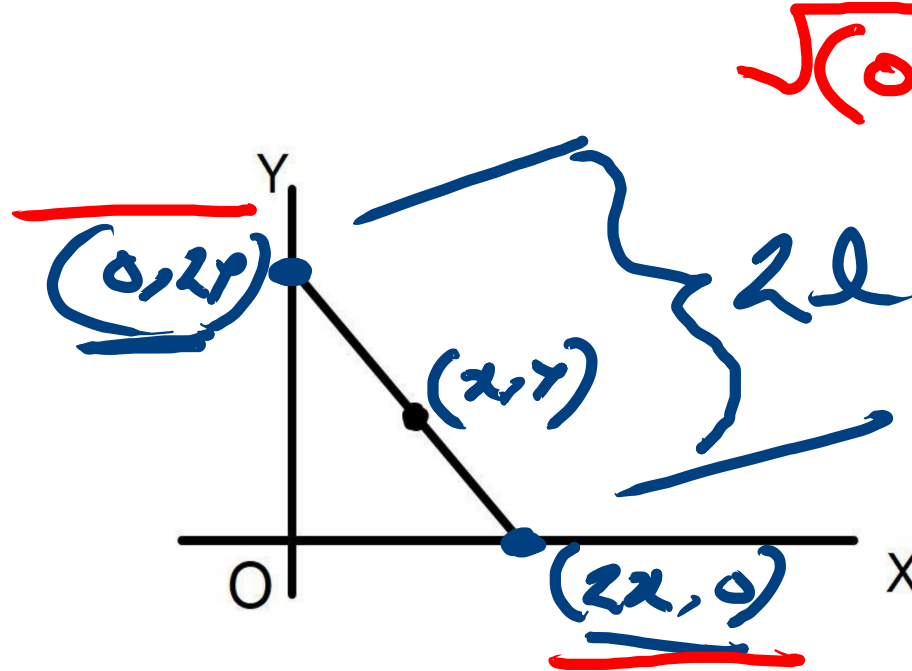
$$\begin{aligned}x &= at^2 \\ y &= 2at \\ \frac{y^2}{x} &= \frac{4a^2t^2}{at^2} \\ &= 4a\end{aligned}$$

$y^2 = 4ax$



## Type 5: সঞ্চারণপথ

Example 2: 2.1 দৈর্ঘ্যের একটি মইকে কোন ঘরের দেয়াল ও মেঝে বরাবর এমনভাবে রাখা হলো যেন মইটি মেঝে বরাবর চলাচল করতে পারে। মইয়ের মধ্যবিন্দুর সঞ্চারণপথের সমীকরণ বের কর।

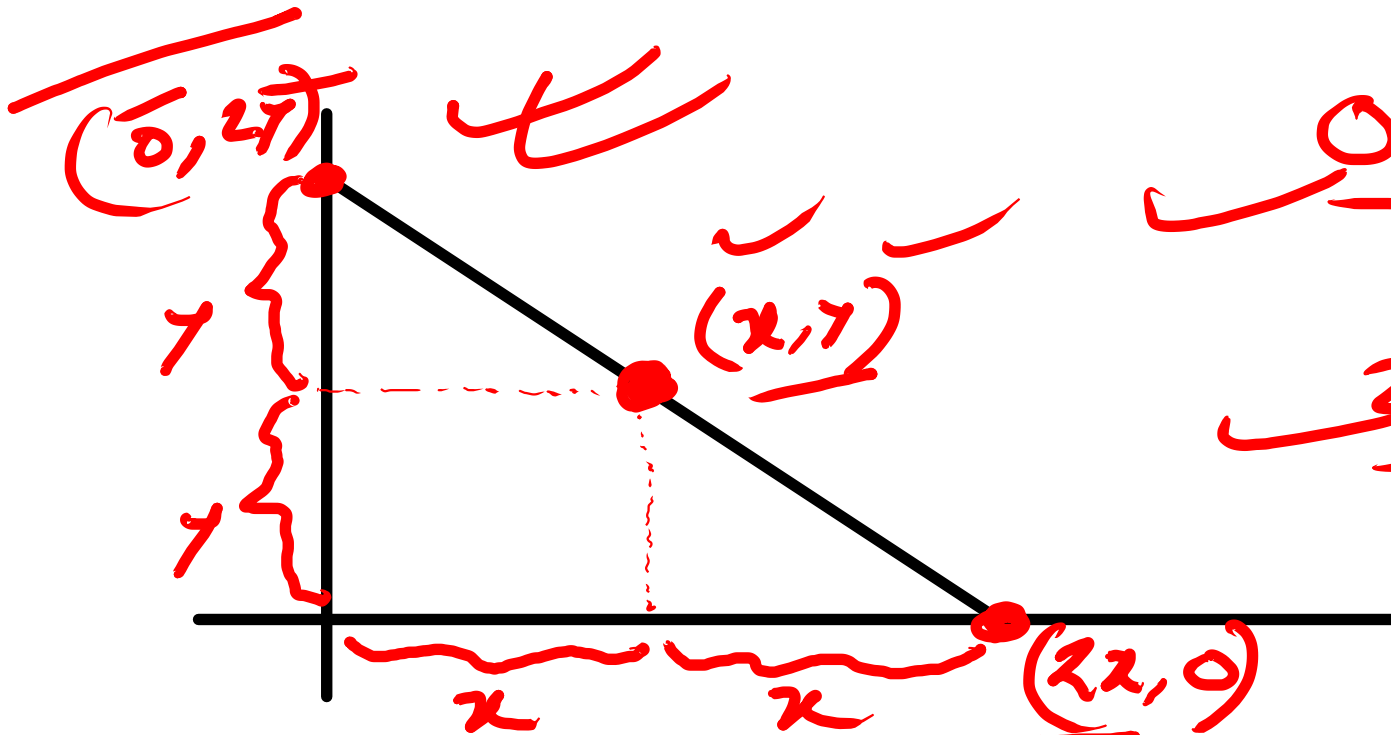


$$\sqrt{(0-2x)^2 + (2y-0)^2} = 2l$$

$$\sqrt{4x^2 + 4y^2} = 2l$$

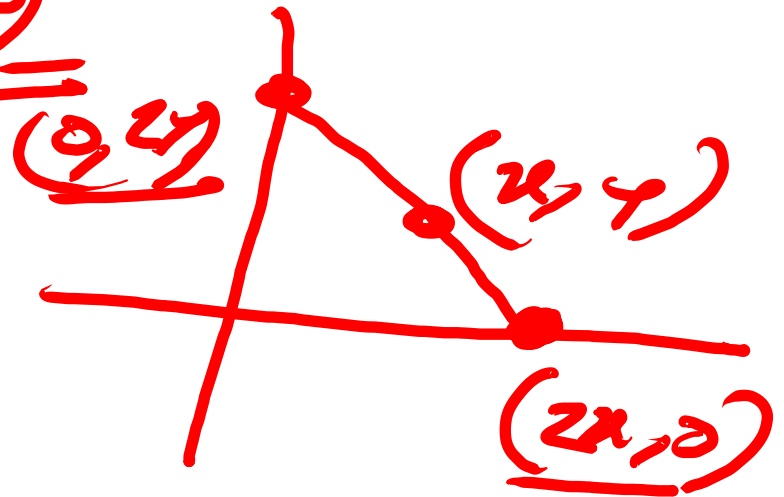
$$4x^2 + 4y^2 = 4l^2$$

$$x^2 + y^2 = l^2$$



$$\frac{0 + 2x}{2} = x$$

$$\frac{2y + 0}{2} = y$$



## Type 6: লম্ব ও সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ

Example:  $2x + 3y + 5 = 0$  রেখার সমান্তরাল এবং  $(1, 6)$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ বের কর।

$$2x + 3y - 20 = 0$$

লম্ব,  $3x - 2y = 3 \times 1 - 2 \times 6$

$$= -9$$

$$3x - 2y + 9 = 0$$

## Poll Question 03

$2x+3y +5=0$  রেখার উপর লম্ব এবং  $(7,9)$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ বের কর।

(a)  $3x-2y - 3 = 0$

(b)  $2x + 3y - 41 = 0$

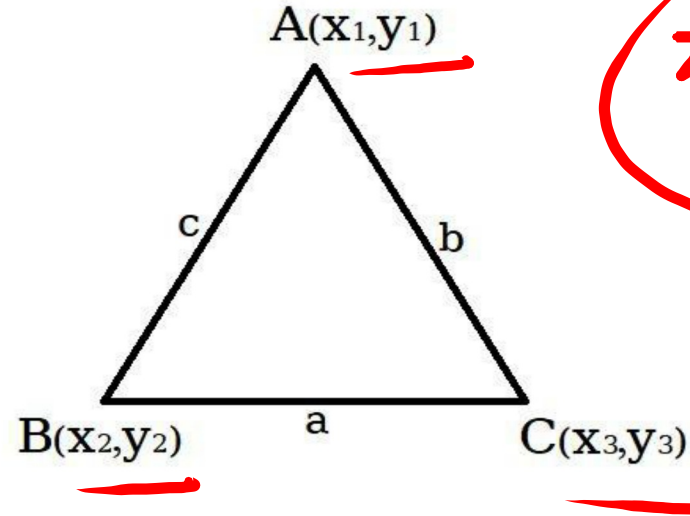
(c)  $3x-2y = 3$

(d) Option a and c both

$$3x - 2y - 3 = 0$$

## Type 7: ত্রিভুজের বিভিন্ন ধরনের কেন্দ্র নির্ণয়ঃ

ভরকেন্দ্রঃ



$$\left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

Example:  $(2, 2)$ ,  $(6, 2)$  ও  $(4, 4)$  শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বের কর।

$$\left( \frac{2 + 6 + 4}{3}, \frac{2 + 2 + 4}{3} \right) = \left( 4, \frac{8}{3} \right)$$

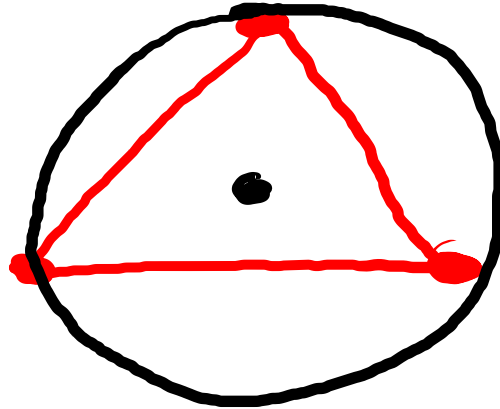
## Type 7: ত্রিভুজের বিভিন্ন ধরনের কেন্দ্র নির্ণয়ঃ

পরিকেন্দ্রঃ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

Example: (2,2), (6,2) ও (4,4) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বের কর।

$$\begin{aligned}g &= \\f &= \\c &= \end{aligned}$$

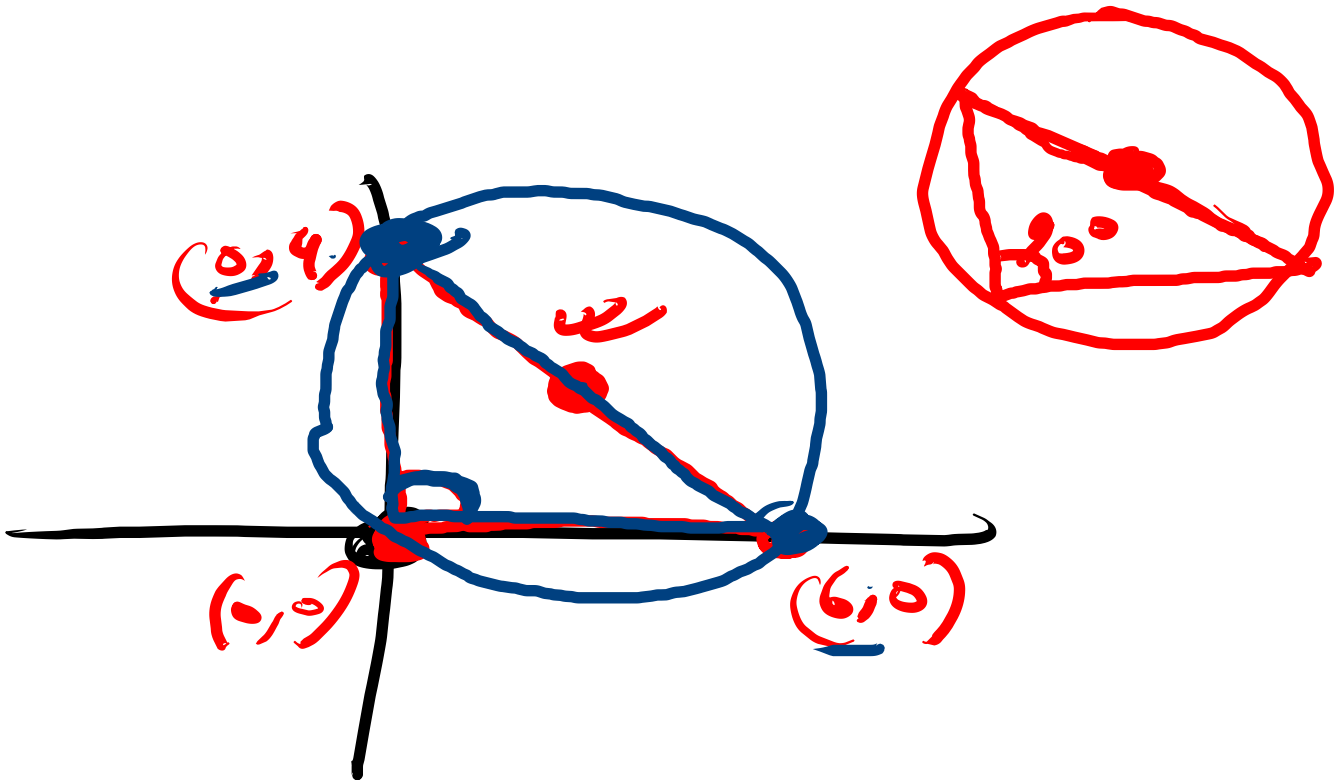


$$(-g, -f)$$

# Poll Question 04

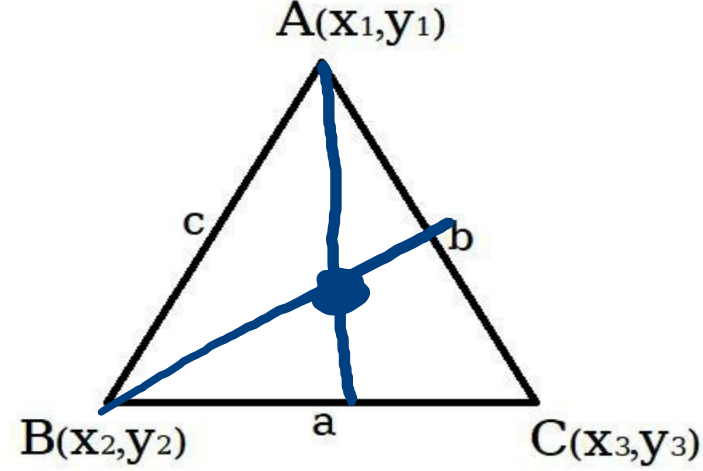
$(0, 0)$ ,  $(0, 4)$ ,  $(6, 0)$  শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র কোনটি?

- (a)  $(3, 2)$
- (b)  $(2, 3)$
- (c)  $(0, 2)$
- (d)  $(3, 0)$



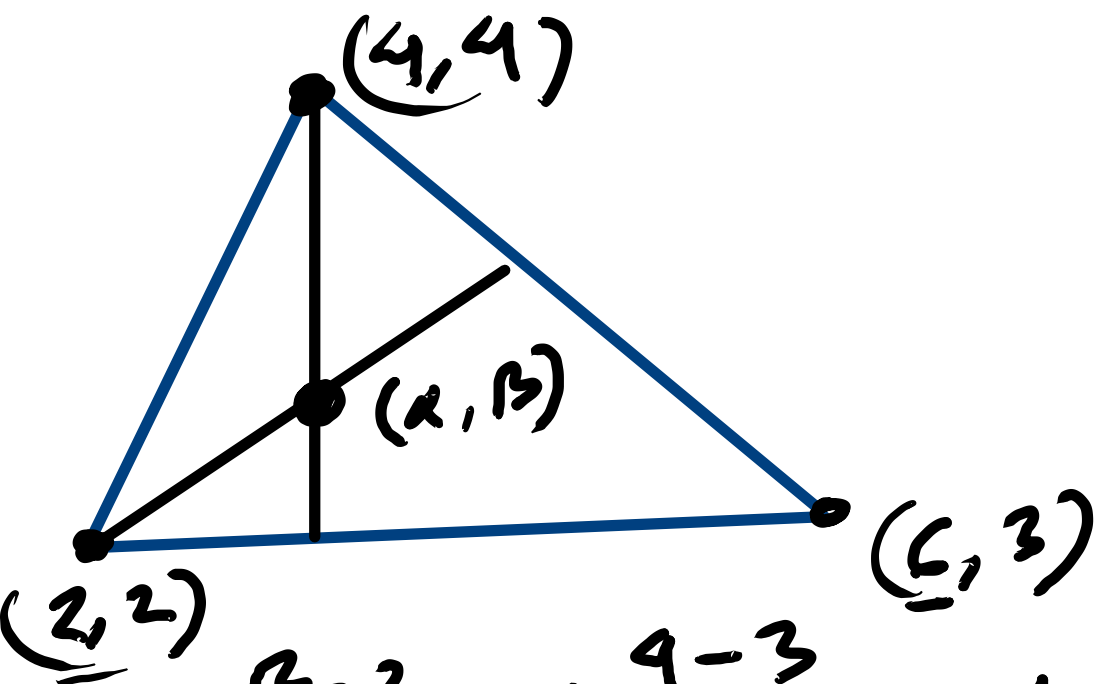
## Type 7: ত্রিভুজের বিভিন্ন ধরনের কেন্দ্র নির্ণয়ঃ

লম্বকেন্দ্রঃ



Example:  $(2,2)$  ,  $(6,3)$  ও  $(4,4)$  শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বের কর।





$$\frac{4-\beta}{4-\alpha} \times \frac{3-2}{6-2} = -1$$

$$\frac{4-\beta}{4-\alpha} \times \frac{1}{4} = -1$$

$$\frac{4-\beta}{16-4\alpha} = -1$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad \textcircled{11} \\ \hline \alpha = \square \\ \beta = \square \end{array}$$

$$\frac{\beta-2}{\alpha-2} \times \frac{4-3}{4-6} = -1$$

$$\frac{\beta-2}{\alpha-2} \times \frac{1}{-2} = -1$$

$$\frac{\beta-2}{-2\alpha+4} = -1$$

$$\beta-2 = 2\alpha-4 \Rightarrow$$

$$4-\beta = -16+4\alpha$$

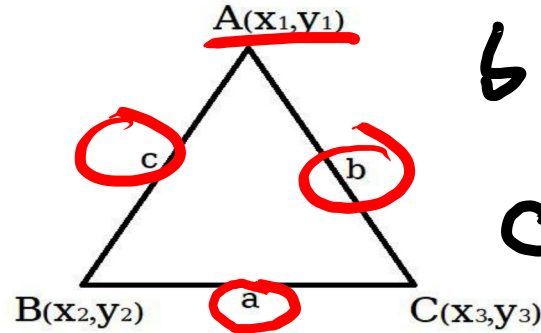
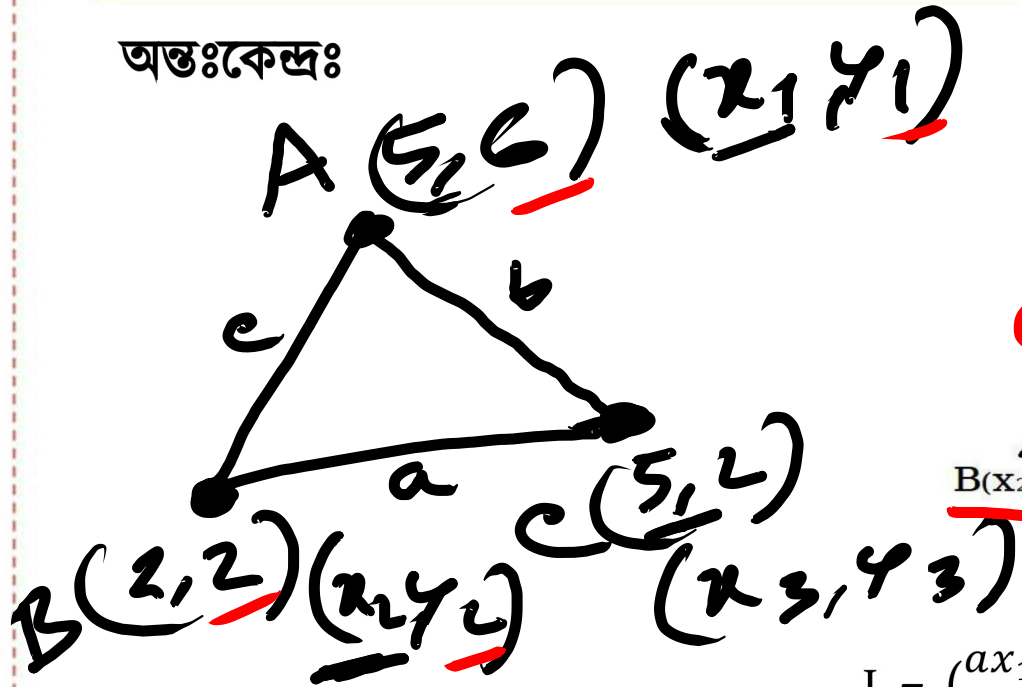
$$4+16 = 4\alpha+\beta$$

$$4\alpha+\beta = 20 \quad \textcircled{1}$$

$$2\alpha-\beta = 2 \quad \textcircled{11}$$

## Type 7: ত্রিভুজের বিভিন্ন ধরনের কেন্দ্র নির্ণয়ঃ

অন্তঃকেন্দ্রঃ



$$a = \sqrt{(5-2)^2 + (2-2)^2} = 3$$

$$b = \sqrt{(5-5)^2 + (6-2)^2} = 4$$

$$c = \sqrt{(5-2)^2 + (6-2)^2} = 5$$

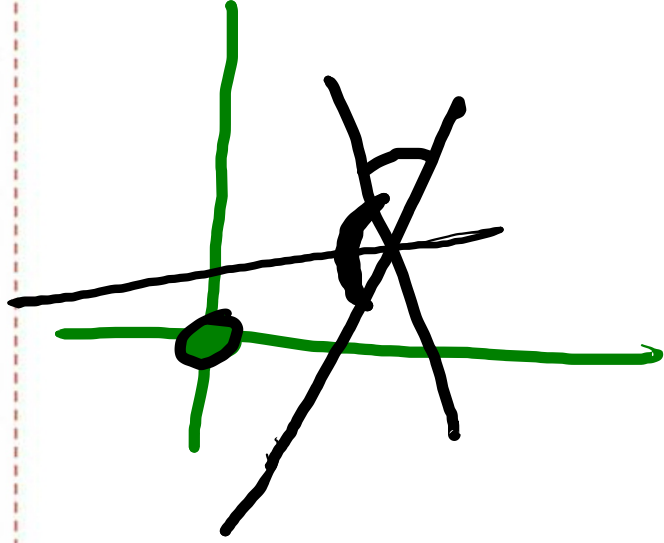
$$I = \left( \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

Example: (2,2), (5,2) ও (5,6) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বের কর।

$$I = \left( \frac{3 \times 5 + 4 \times 2 + 5 \times 5}{3 + 4 + 5}, \right.$$

$$\left. \frac{3 \times 6 + 4 \times 2 + 5 \times 2}{3 + 4 + 5} \right)$$

# Type 8: দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে অন্তর্ভুক্ত কোণগুলোর সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ



$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

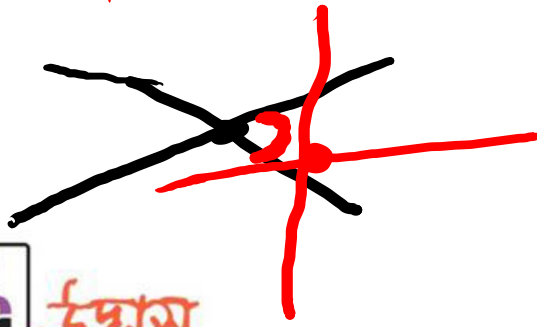
$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$



$$\frac{a_1a_2 + b_1b_2}{\dots}$$

= '+' হলে '+' নিজে অধুনা কোণের

= '-' হলে '-' নিজে অধুনা কোণের



\*  $a_1 a_2 + b_1 b_2$  ଥିବା ଚିହ୍ନଟି ଯେଉଁ ଚିହ୍ନ ନିମ୍ନ ଅନୁର  
ଦ୍ରୋଣ ଅନୁସାରେ ବ୍ୟବହାର ହେବ ।

\*  $c_1 c_2$  ଥିବା ଚିହ୍ନଟି ଯେଉଁ ଚିହ୍ନ ନିମ୍ନ-  
ଅନୁର ଚିହ୍ନଟି ଯେଉଁ ଚିହ୍ନ ନିମ୍ନ-  
ଦ୍ରୋଣ ଅନୁସାରେ  
ବ୍ୟବହାର ହେବ ।

## Type 8: দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে অন্তর্ভুক্ত কোণগুলোর সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ

Example:  $2x+3y-1=0$  ও  $x-2y+3=0$  রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্ম ও স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডক বের কর।  
 এদের মধ্যে কোনটি মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখন্ডক?

$$\frac{2x+3y-1}{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{+}{-} \frac{x-2y+3}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}$$

স্থূল কোণের সমদ্বিখন্ডক ~~...~~

$$\begin{aligned} a_1a_2 + b_1b_2 &= 2 \times 1 + 3 \times (-2) \\ &= 2 - 6 = -4 \end{aligned}$$

স্থূল কোণের সমদ্বিখন্ডক

$$c_1c_2 = (-1) \times 3 = -3$$

স্থূল কোণের সমদ্বিখন্ডক

## Type 9: রেখা বা অক্ষের সাথে নির্দিষ্ট কোণ উৎপন্নকারী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়

**Example 1:** দুটি সরলরেখা  $(-1, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা  $3x - y + 7 = 0$  রেখার সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তাদের সমীকরণ হতে দেখাও যে, তারা পরস্পর লম্বভাবে অবস্থান করে।

[BUET 2016]

$$y - 2 = m(x + 1) \quad \text{--- (1)}$$

$$y = 3x + 7$$

$$\tan 45^\circ = \pm \frac{m - 3}{1 + m \cdot 3}$$

$$1 = \pm \frac{m - 3}{1 + 3m}$$

4<sup>7</sup>

$$1 + 3m = m - 3$$

$$2m = -4$$

$$m = -2$$

$$\hookrightarrow 1 + 3m = -m + 3$$

$$4m = 2$$

$$m = \frac{1}{2}$$

## Type 9: রেখা বা অক্ষের সাথে নির্দিষ্ট কোণ উৎপন্নকারী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়

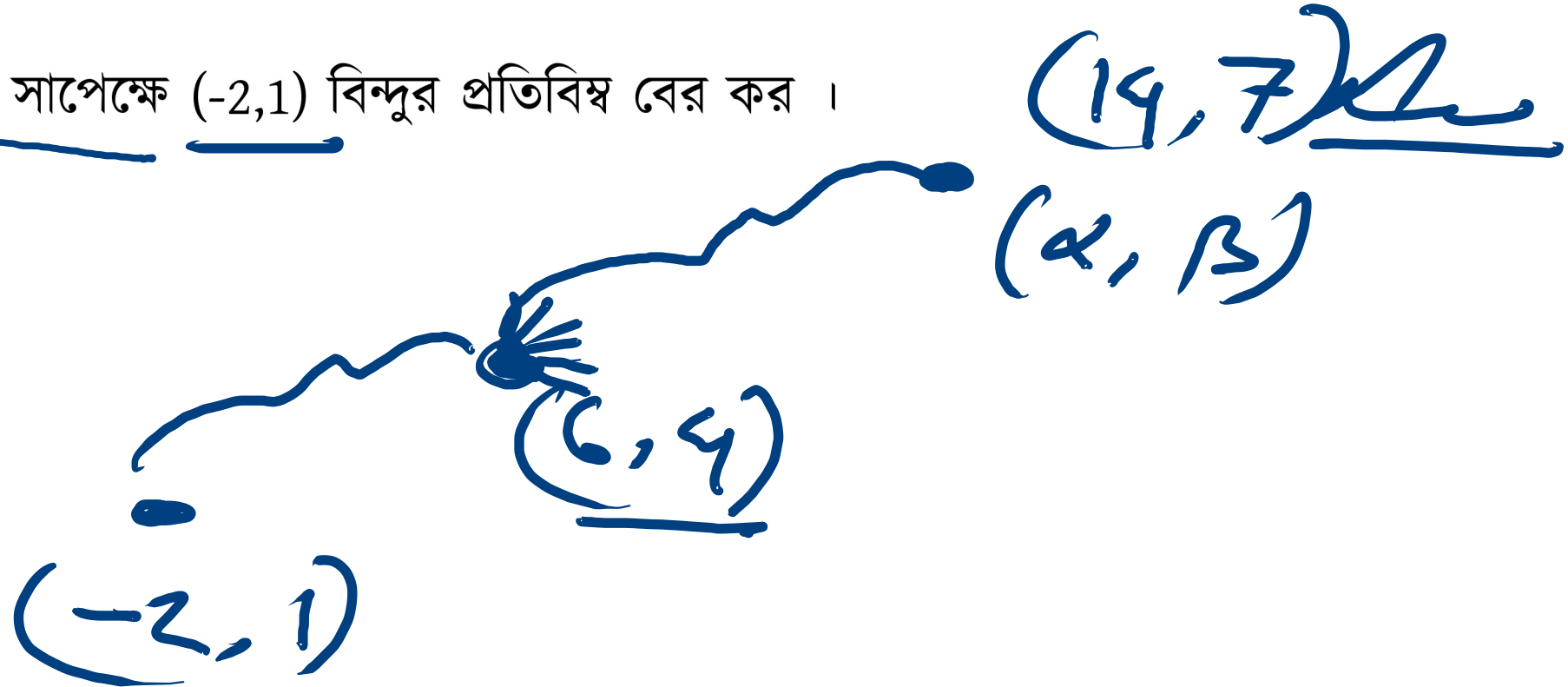
**Example 2:**  $A(1,2)$  শীর্ষবিশিষ্ট বর্গের একটি কর্ণ  $3x-4y-6=0$  হলে,  $A$  বিন্দুগামী বাহুদ্বয়ের সমীকরণ  
বের কর। [BUET '18]

## Type 10: প্রতিবিম্ব

যার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব নির্ণয় করতে বলবে তাকে আয়না চিন্তা করতে হবে।

Case 1: বিন্দুর সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব

Example 1: (6,4) বিন্দুর সাপেক্ষে (-2,1) বিন্দুর প্রতিবিম্ব বের কর।





## Poll Question 05

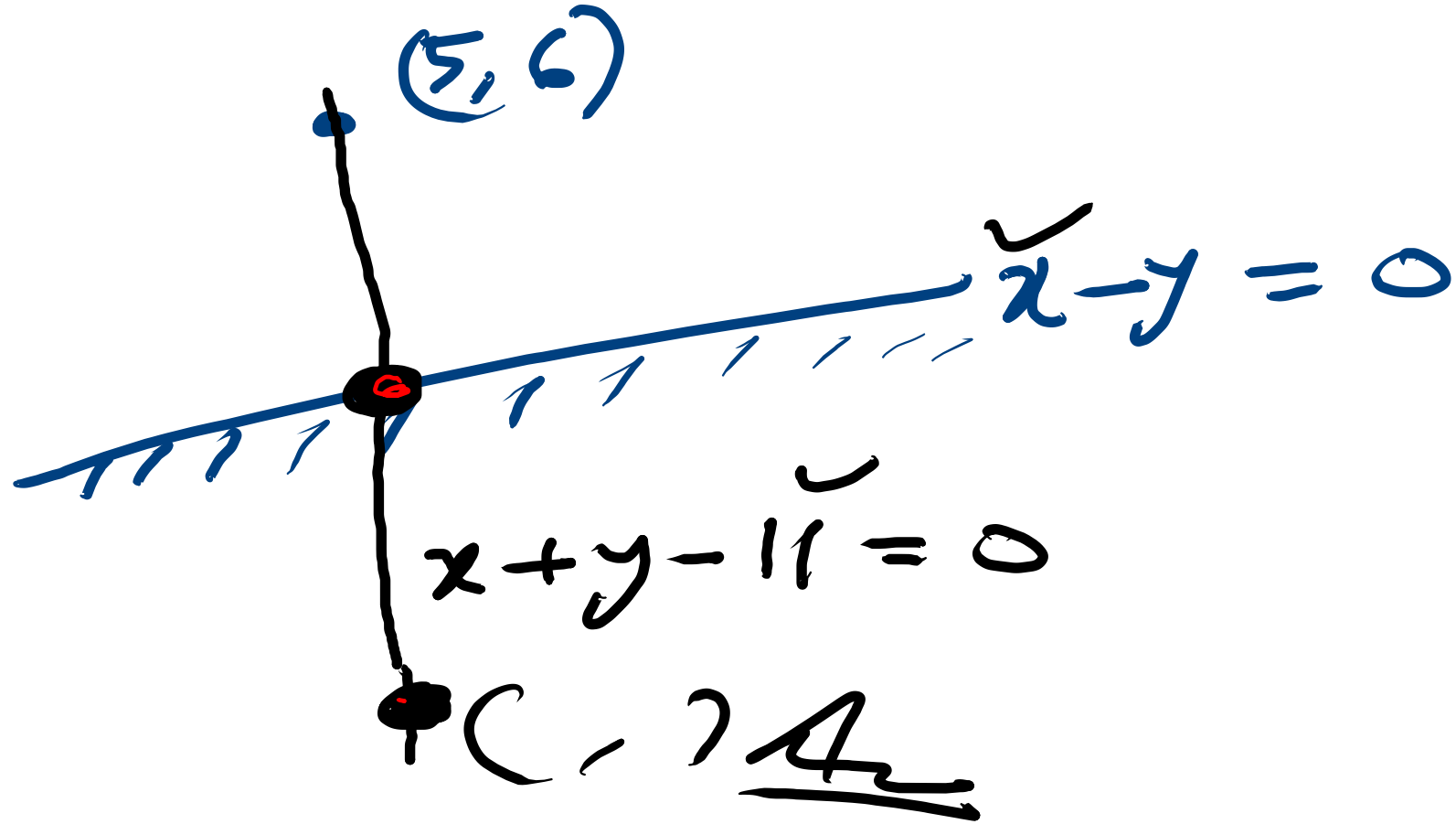
$(-5, 5)$  বিন্দুর সাপেক্ষে  $(-2, 2)$  বিন্দুর প্রতিবিম্ব কত?

- (a)  $(5, -5)$
- (b)  $(-8, 8)$
- (c)  $(5, -1)$
- (d) none



## Case 2: রেখার সাপেক্ষে বিন্দুর প্রতিবিম্ব

Example 1:  $x - y = 0$  রেখার সাপেক্ষে  $(5, 6)$  বিন্দুর প্রতিবিম্ব বের কর।

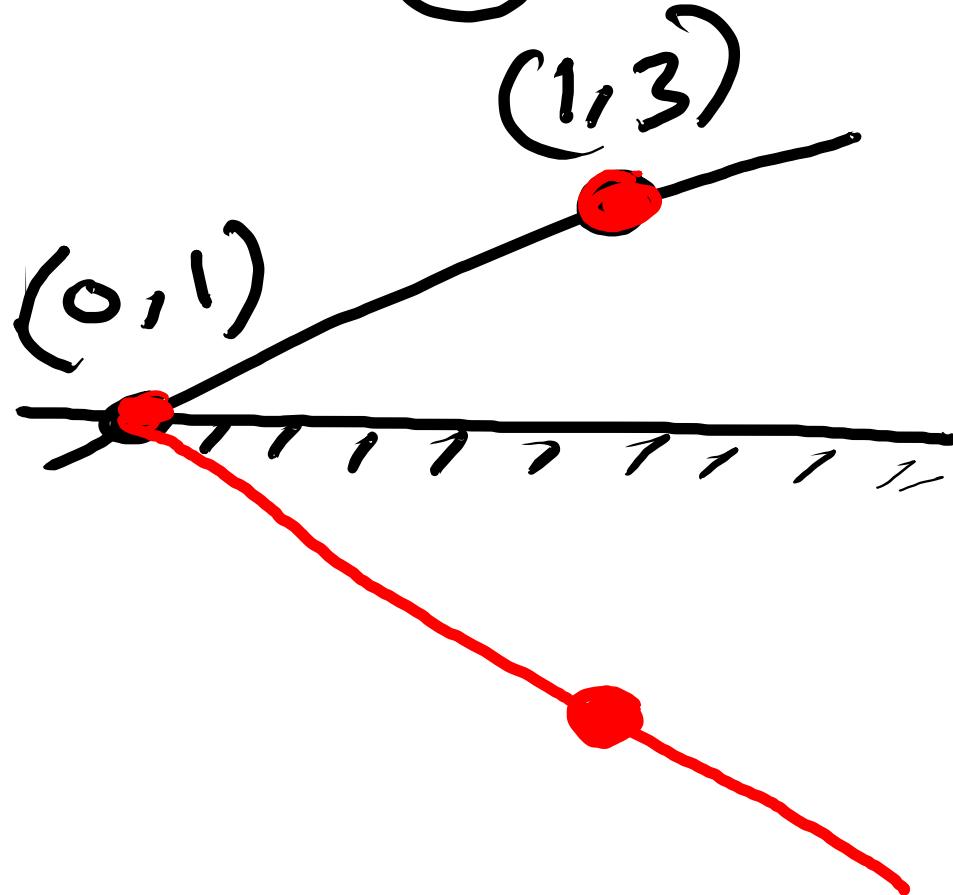


## Case 3: রেখার সাপেক্ষে রেখার প্রতিবিম্ব

Example 1:  $y=x+1$  রেখার সাপেক্ষে  $y=2x+1$  রেখার প্রতিবিম্ব বের কর।

①

②



$y = 2x + 1$  — ⑩

$y = x + 1$  — ①

## Case 3: রেখার সাপেক্ষে রেখার প্রতিবিম্ব

Example 2:  $3x + 4y + 1 = 0$  রেখার সাপেক্ষে  $3x + 4y + 5 = 0$  রেখার প্রতিবিম্ব বের কর।

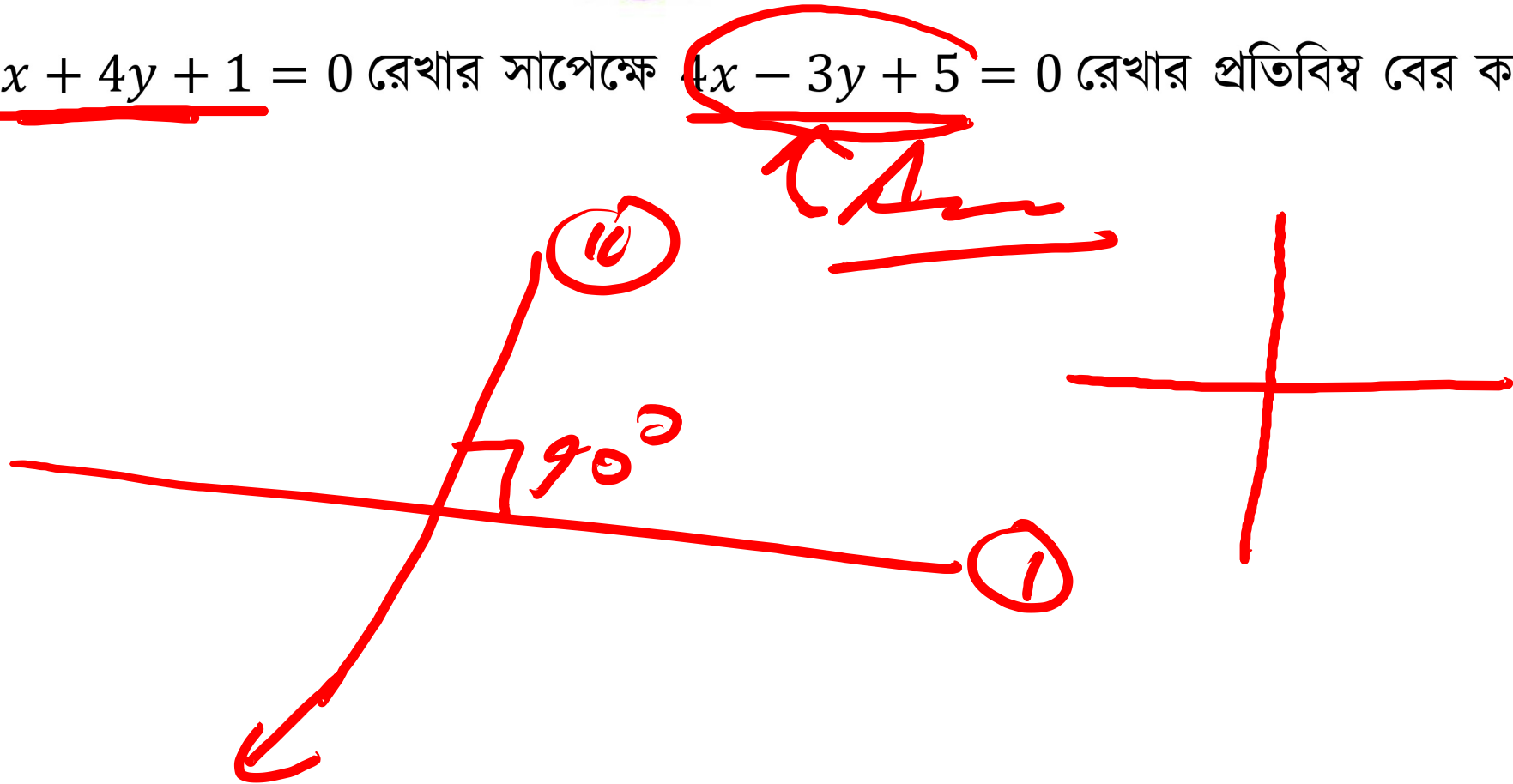
$$3x + 4y + 5 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\text{////////////////////} \quad 3x + 4y + 1 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$3x + 4y - 3 = 0 \quad \text{--- (3)}$$

## Case 3: রেখার সাপেক্ষে রেখার প্রতিবিম্ব

Example 3:  $3x + 4y + 1 = 0$  রেখার সাপেক্ষে  $4x - 3y + 5 = 0$  রেখার প্রতিবিম্ব বের কর।



## Special Case:

x ও y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিশ্ব

Example 1: x অক্ষের সাপেক্ষে (4,3) বিন্দুর প্রতিবিশ্ব বের কর।

$$(4, -3)$$

Example 2: x অক্ষের সাপেক্ষে 5x+7y+1=0 রেখার প্রতিবিশ্ব বের কর।

$$5x - 7y + 1 = 0$$

y = x রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিশ্ব

Example 1: y=x রেখার সাপেক্ষে (4,3) বিন্দুর প্রতিবিশ্ব বের কর।

$$(3, 4)$$

Example 2: y=x রেখার সাপেক্ষে 5x+7y+1=0 রেখার প্রতিবিশ্ব বের কর।

$$7x + 5y + 1 = 0$$

Example 3: y=x রেখার সাপেক্ষে  $x^2 + y^2 - 2x + 7y + 1 = 0$  বৃত্তের প্রতিবিশ্ব বের কর।

$$x^2 + y^2 + 7x - 2y + 1 = 0$$

## Poll Question 06

$y$  অক্ষের সাপেক্ষে  $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 1 = 0$  বৃত্তের প্রতিবিম্ব বের কর।

(a)  $x^2 - y^2 + 6x - 4y + 1 = 0$

(b)  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 1 = 0$

(c)  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 1 = 0$

(d)  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 1 = 0$

না বুঝে  
মুখস্থ করার  
অভ্যাস প্রতিভাকে  
ধ্বংস করে

$$X = \frac{caP\sqrt{2}}{2S}$$

$$X = \frac{caP\sqrt{2}}{2S}$$

$$E = mc^2$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2}{c} + c} - \frac{b}{2}$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার