

রাশি

$I \Rightarrow ?$
 $P \Rightarrow ?$

$\oplus \xrightarrow{I} \ominus$
 P

স্কেলার রাশি

- শুধু মানই যথেষ্ট

উদাহরণ: ভর, সময়

ভেক্টর রাশি

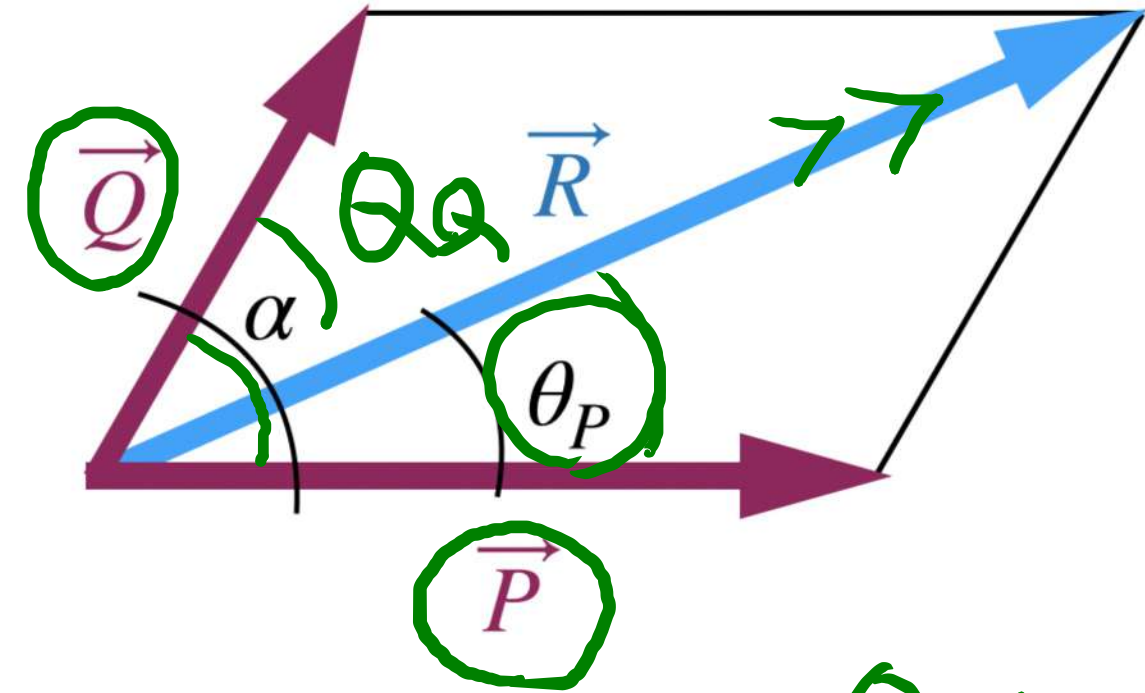
- শুধু মানই যথেষ্ট নয়, দিকও

প্রয়োজন

উদাহরণ: বেগ, সরণ

ভেক্টরের লঙ্ঘিঃ সামান্তরিক সূত্র

- $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$
- লঙ্ঘির মান $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$
- \vec{P} ভেক্টরের সাথে কোণ $\theta_P = \tan^{-1} \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$



- \vec{Q} ভেক্টরের সাথে কোণ $\theta_Q =$

- $R_{max} = P + Q$

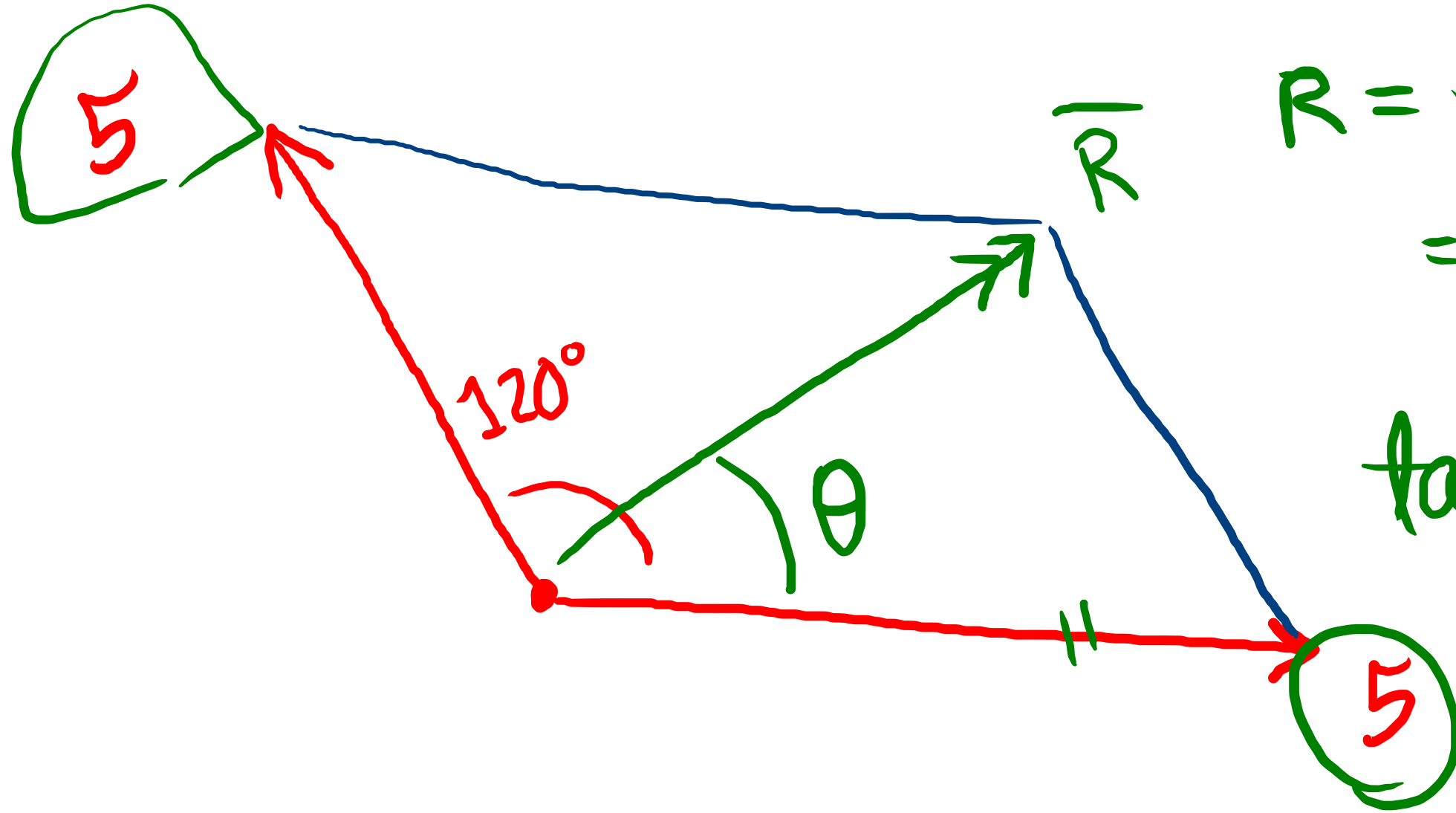
- $R_{min} = P - Q$

$$\tan \theta_P = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$$

$$\tan \theta_Q = \frac{P \sin \alpha}{Q + P \cos \alpha}$$

গাণিতিক সমস্যা

দুটি ভেক্টর রাশির মান 5 একক। তারা একই বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করে। এদের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় করো। [RUET' 12-13]



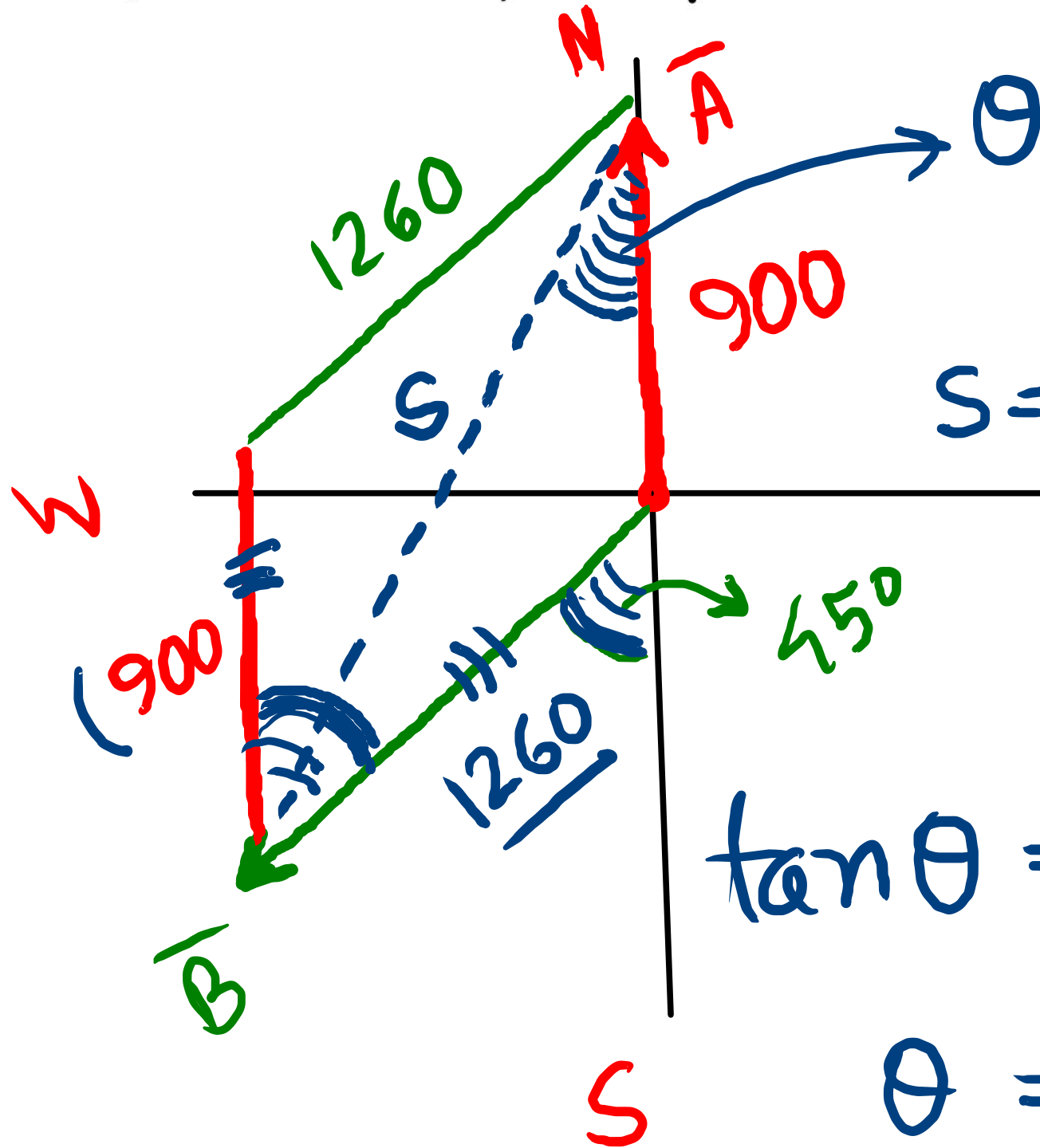
$$R = \sqrt{5^2 + 5^2 + 2 \times 5 \times 5 \cos 120^\circ}$$
$$= 5$$

$$\tan \theta = \frac{5 \sin 120^\circ}{5 + 5 \cos 120^\circ}$$

$$\theta = 60^\circ$$

গাণিতিক সমস্যা

দুটি গাড়ি A ও B একই বিন্দু থেকে যথাক্রমে উত্তর ও দক্ষিণ পশ্চিম দিকে, $5ms^{-1}$ ও $7ms^{-1}$ বেগে চলতে থাকে। 3 মিনিট পরে, A গাড়ির সাপেক্ষে B এর অবস্থান কোথায় হবে?



$$A \rightarrow 5 \times 180 = 900m$$

$$B \rightarrow 7 \times 180 = 1260m$$

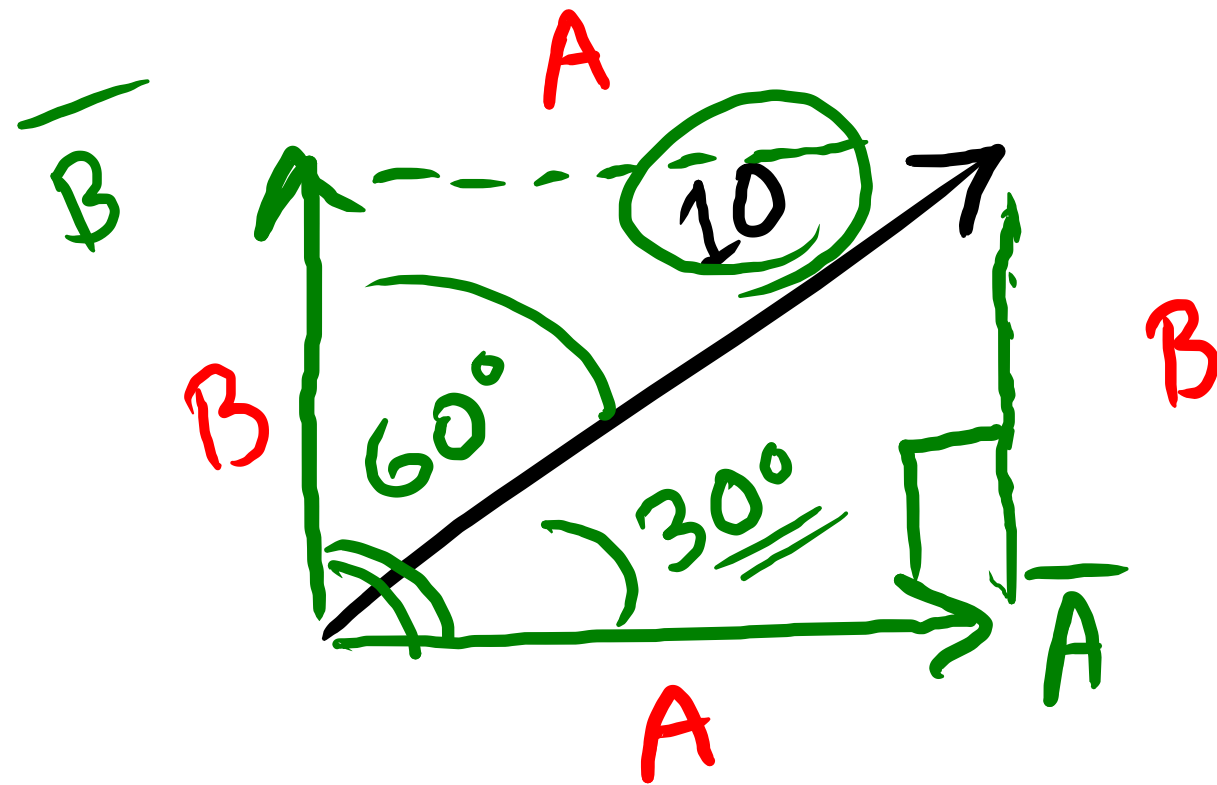
$$S = \sqrt{900^2 + 1260^2 + 2 \times 900 \times 1260 \cos 45}$$
$$= 2000m$$

$$\tan \theta = \frac{1260 \sin 45^\circ}{900 + 1260 \cos 45^\circ}$$

$$\theta = 26.45^\circ$$

গাণিতিক সমস্যা

দুটি ভেক্টর A ও B এর লব্ধির মান 10 একক এবং এরা লব্ধির দুই পাশে যথাক্রমে 30° ও 60° কোণ উৎপন্ন করে। A ও B এর মান নির্ণয় করো।

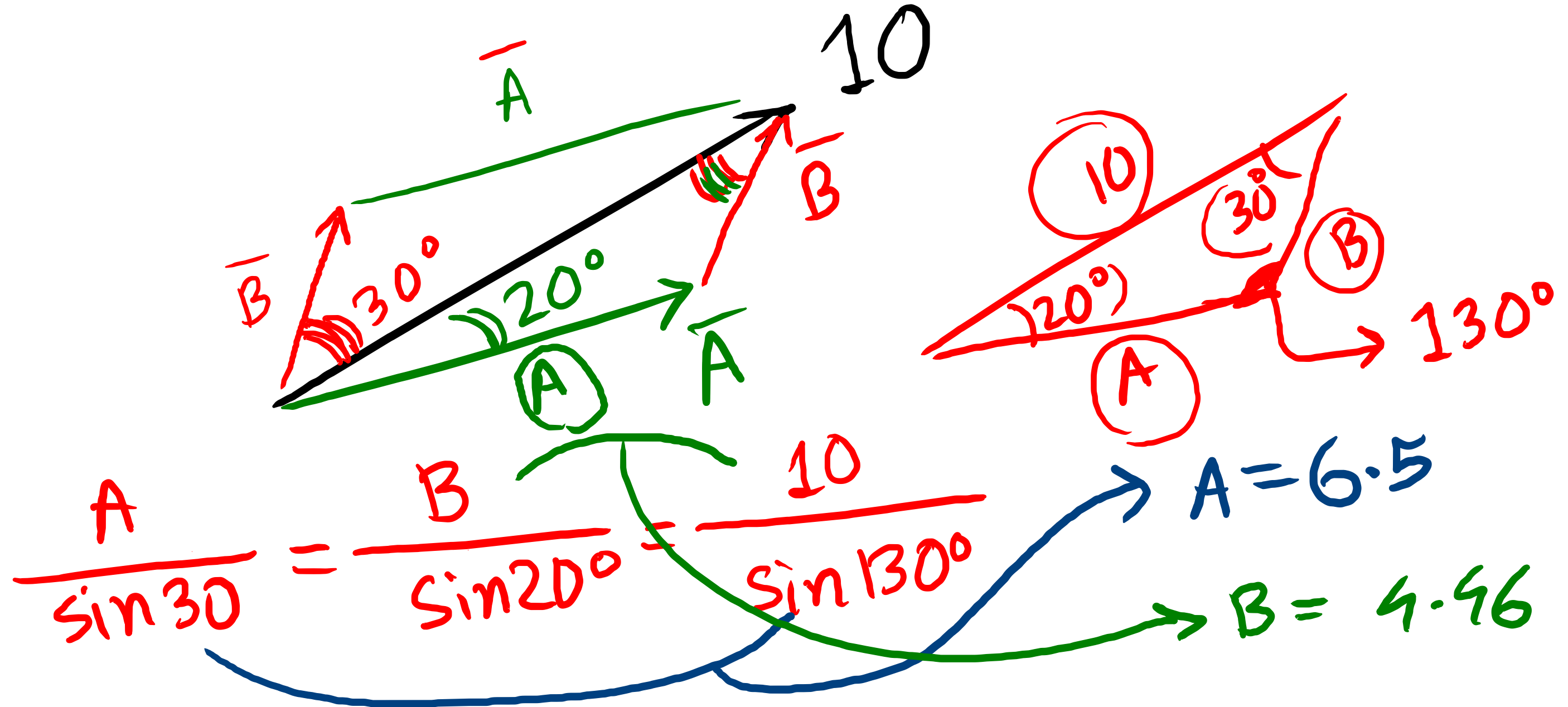


$$\begin{aligned}\bar{A} &= 10 \cos 30^\circ = 5\sqrt{3} \\ &= 10 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{B} &= 10 \cos 60^\circ = 5 \\ &= 10 \sin 30^\circ = 5\end{aligned}$$

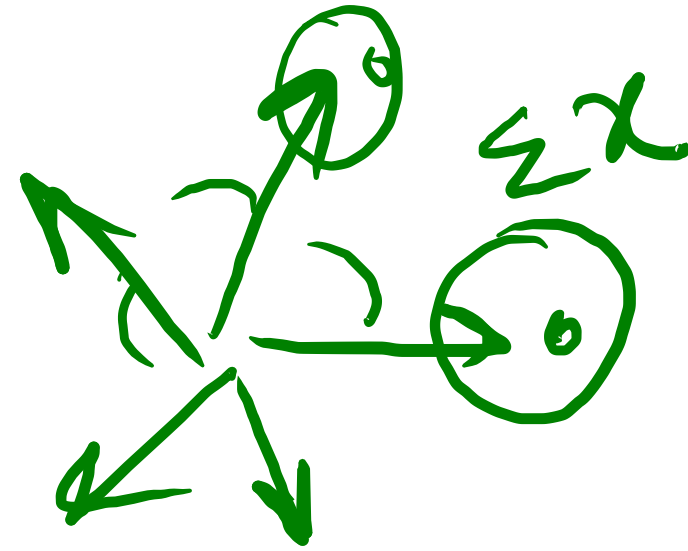
গাণিতিক সমস্যা

পূর্বের সমস্যাটিতে A ও B লঙ্কির দুই পাশে যথাক্রমে 20° ও 30° কোণ উৎপন্ন করলে A ও B এর মান কত হবে?



উপাংশ

Σy



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

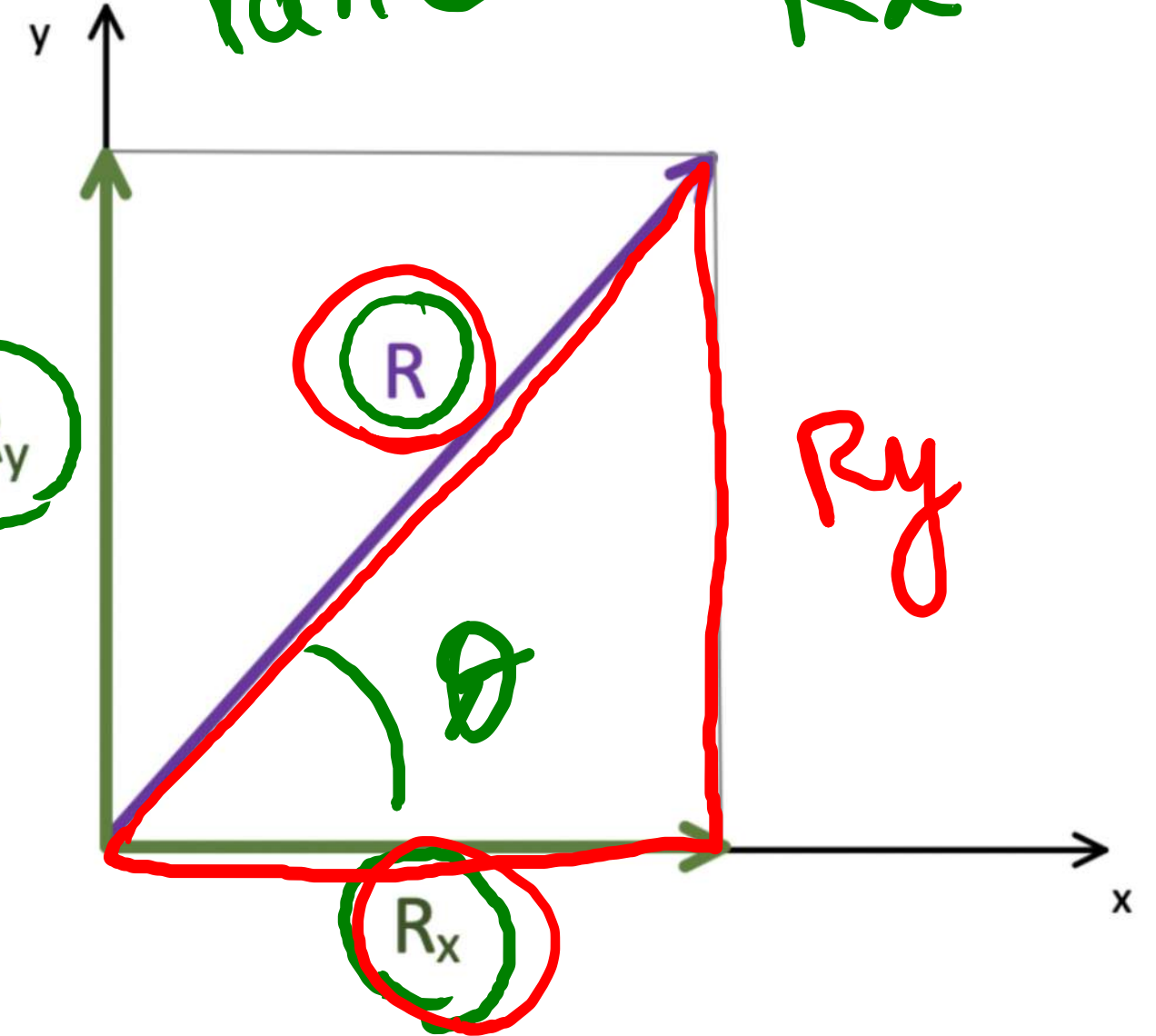
- $R_x = R \cos \theta_x$

- $R_y = R \cos \theta_y = R \cos(90^\circ - \theta_x) = R \sin \theta_x$

- $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$

- $\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j}$

R_y



$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

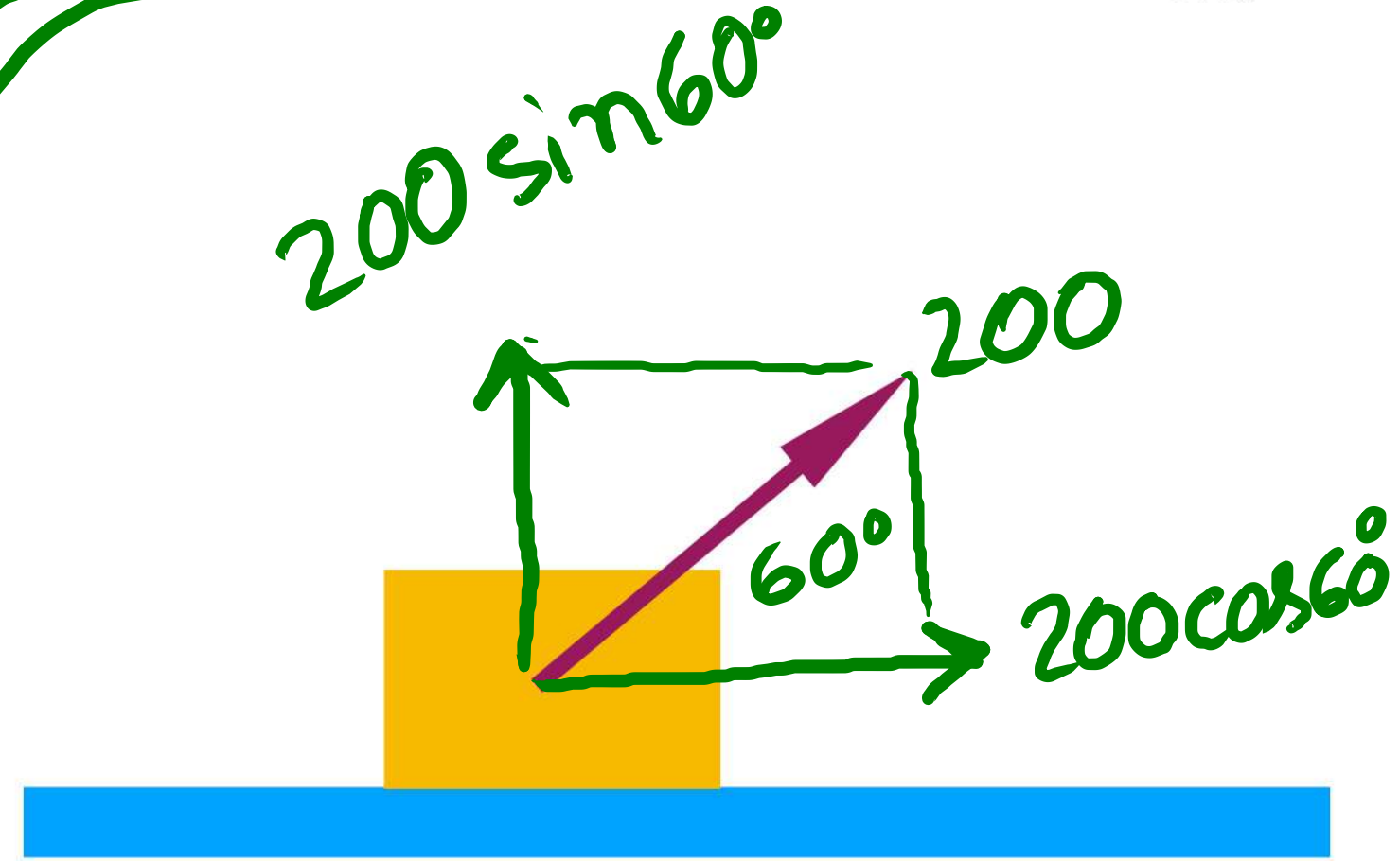
গাণিতিক সমস্যা

একটি কাঠের খণ্ডকে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে $200N$ বল দ্বারা টানা হচ্ছে। বস্তুর উপর আনুভূমিক বরাবর কার্যকরী বল কত?

[DU' 13-14]

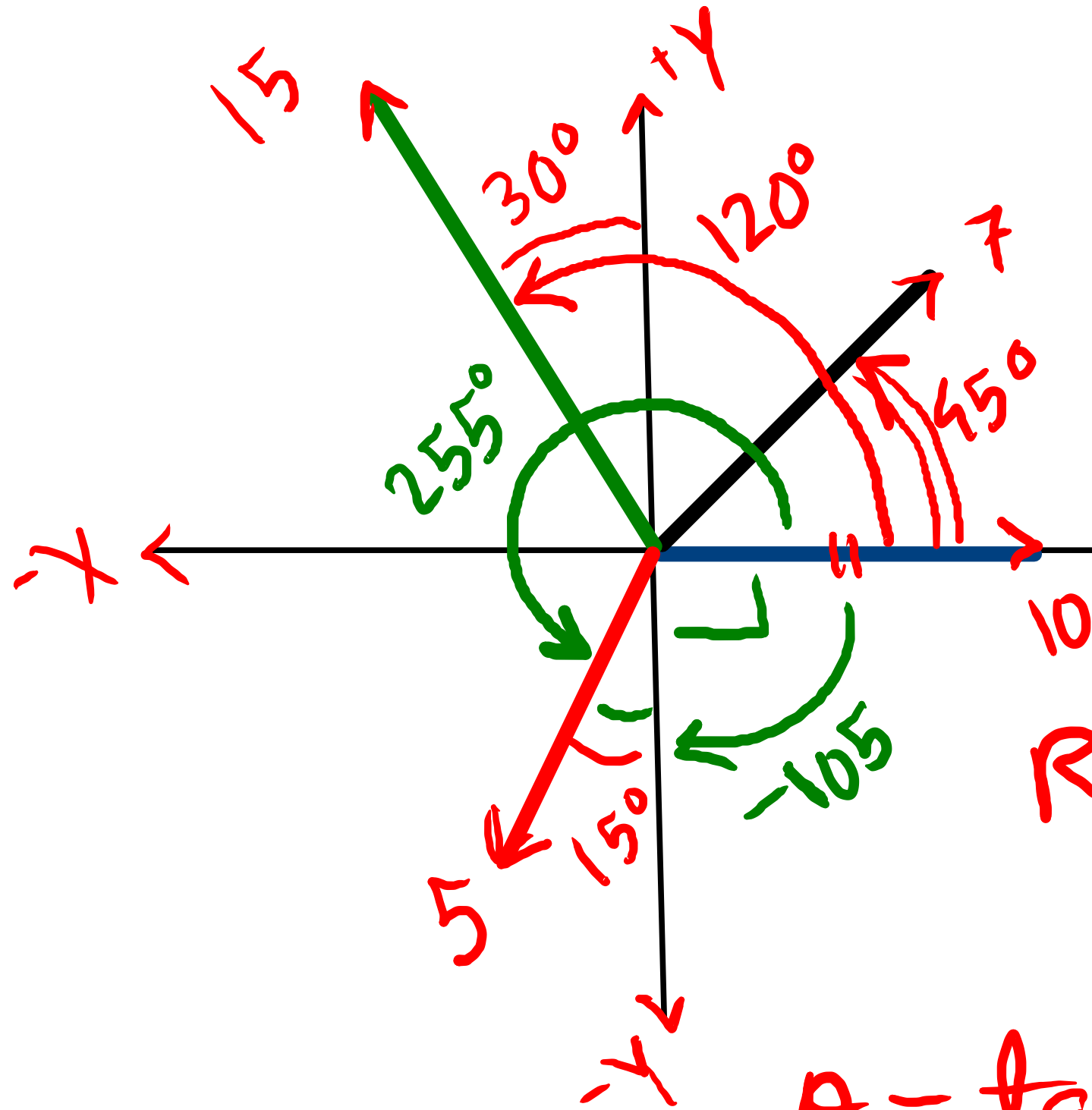
$$200 \cos 60^\circ = 100N$$

$$200 \sin 60^\circ = 173.2N$$



গাণিতিক সমস্যা

চিত্রের ভেক্টরগুলোর লব্ধি নির্ণয় করো।



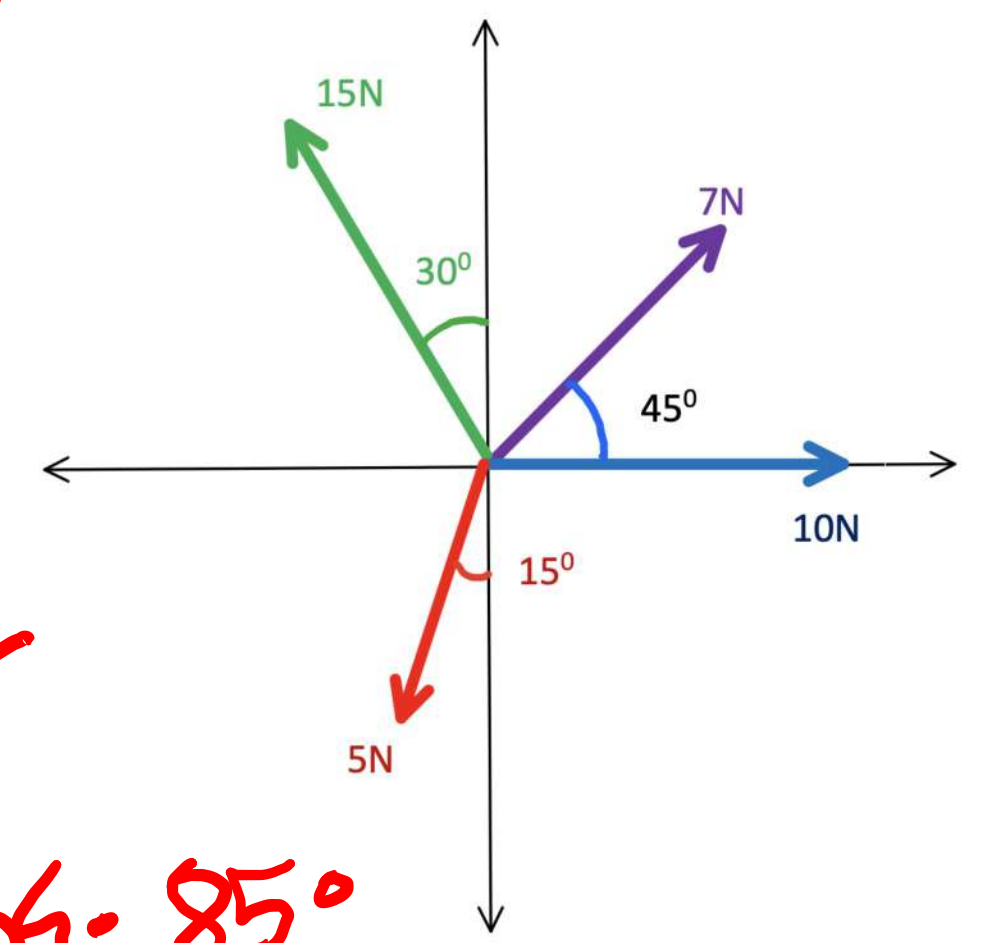
$$R_x = 10 \cos 0^\circ + 7 \cos 45^\circ + 15 \cos 120^\circ + 5 \cos 255^\circ = 6.155$$

$$R_y = 10 \sin 0^\circ + 7 \sin 45^\circ + 15 \sin 120^\circ + 5 \sin 255^\circ = 13.11$$

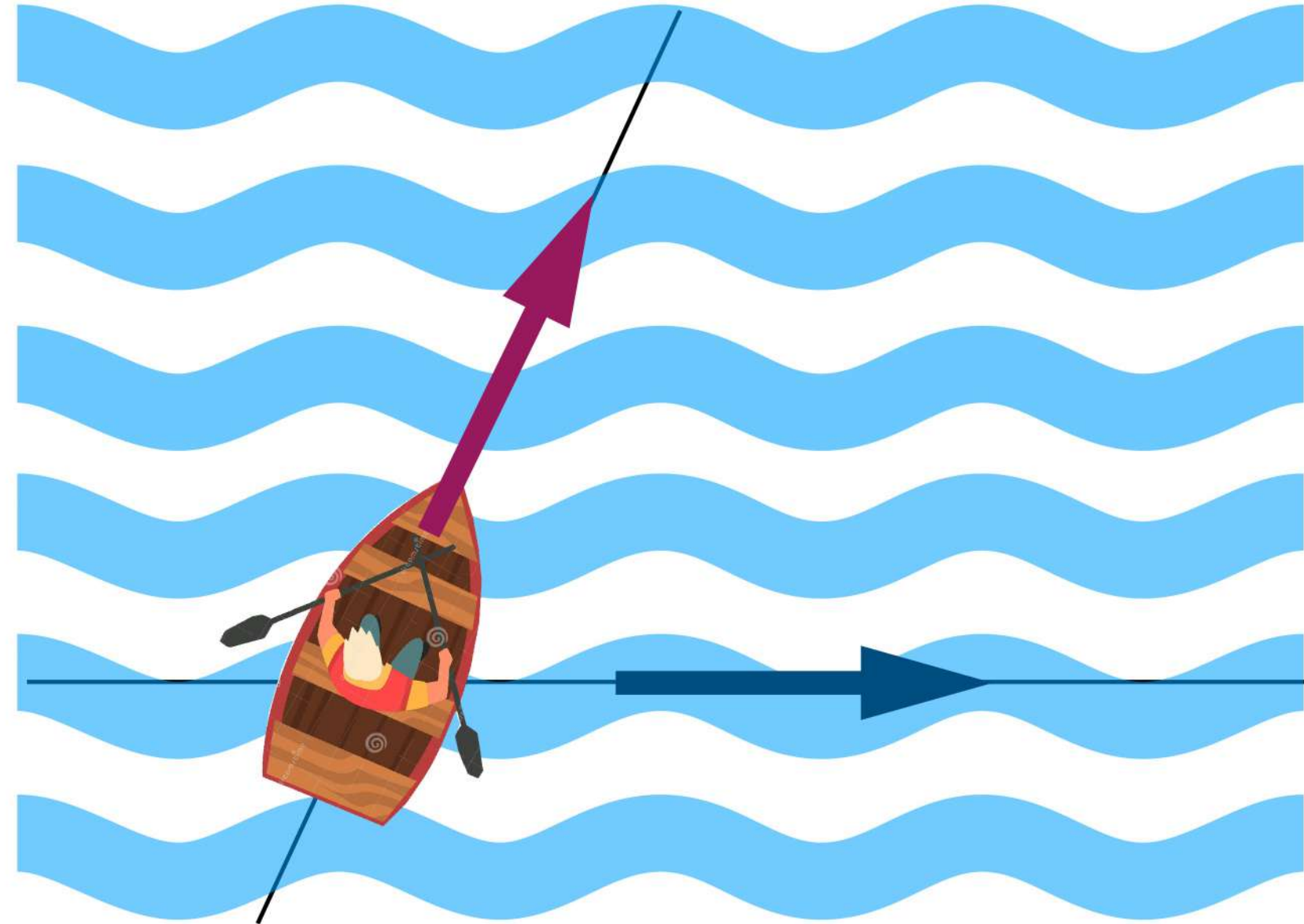
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$= 14.48$$

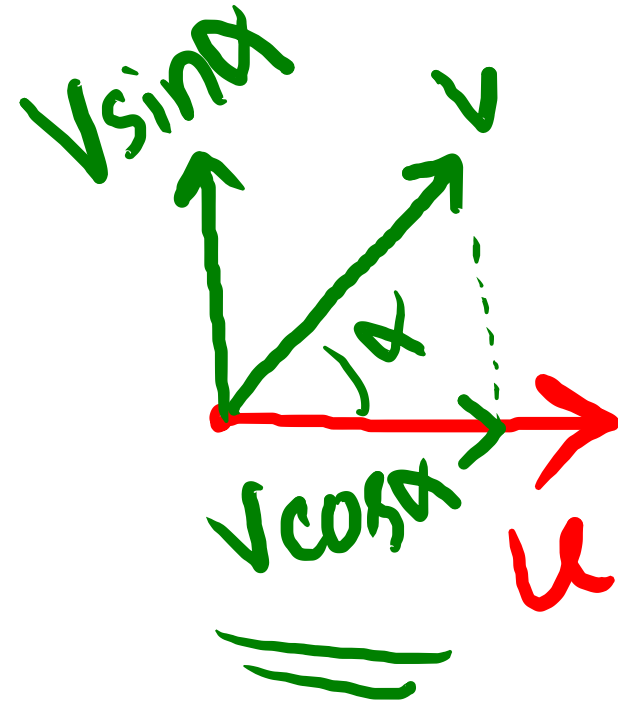
$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} \Rightarrow \theta = 64.85^\circ$$



নদী ও নৌকা



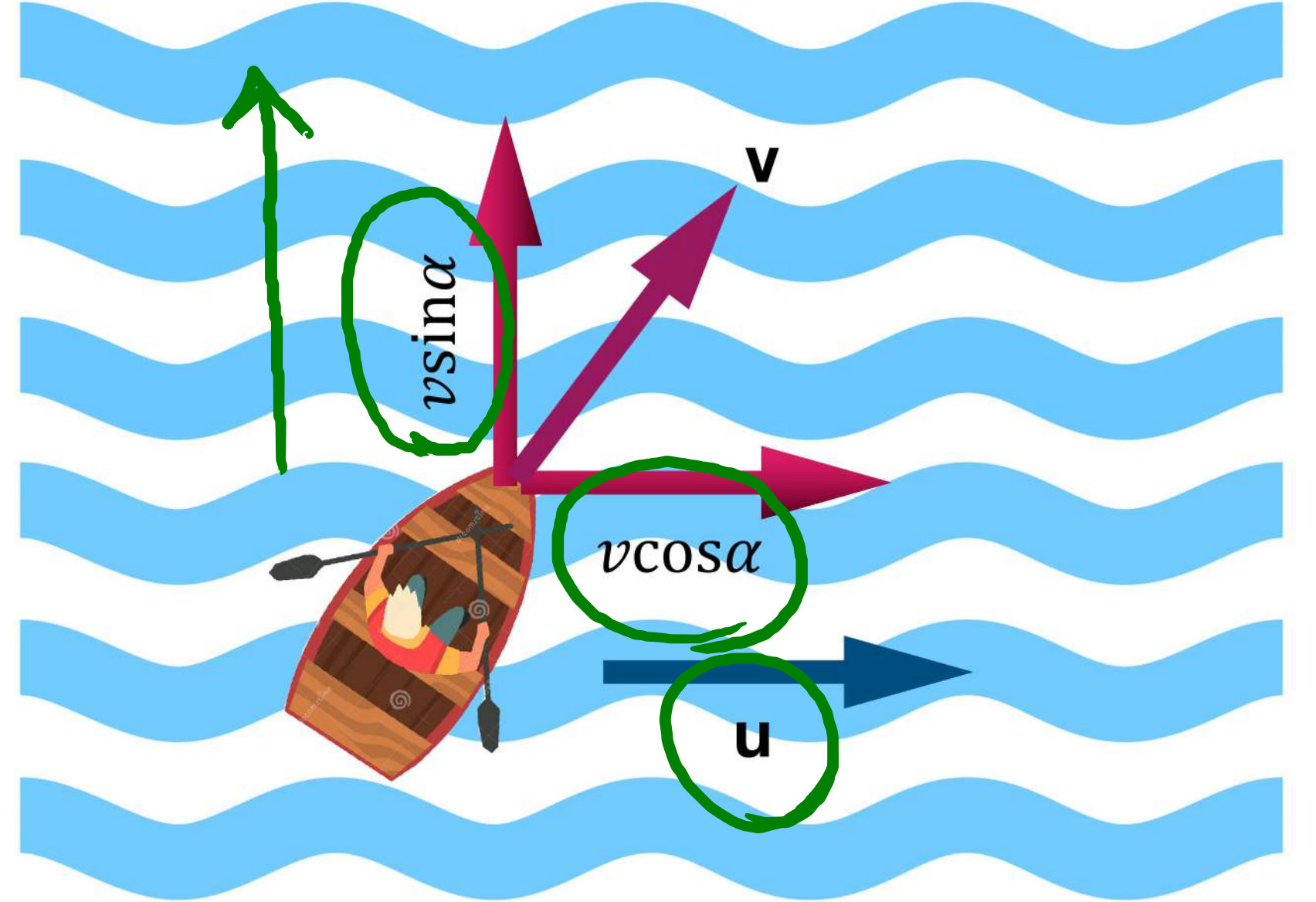
নদী ও নৌকা



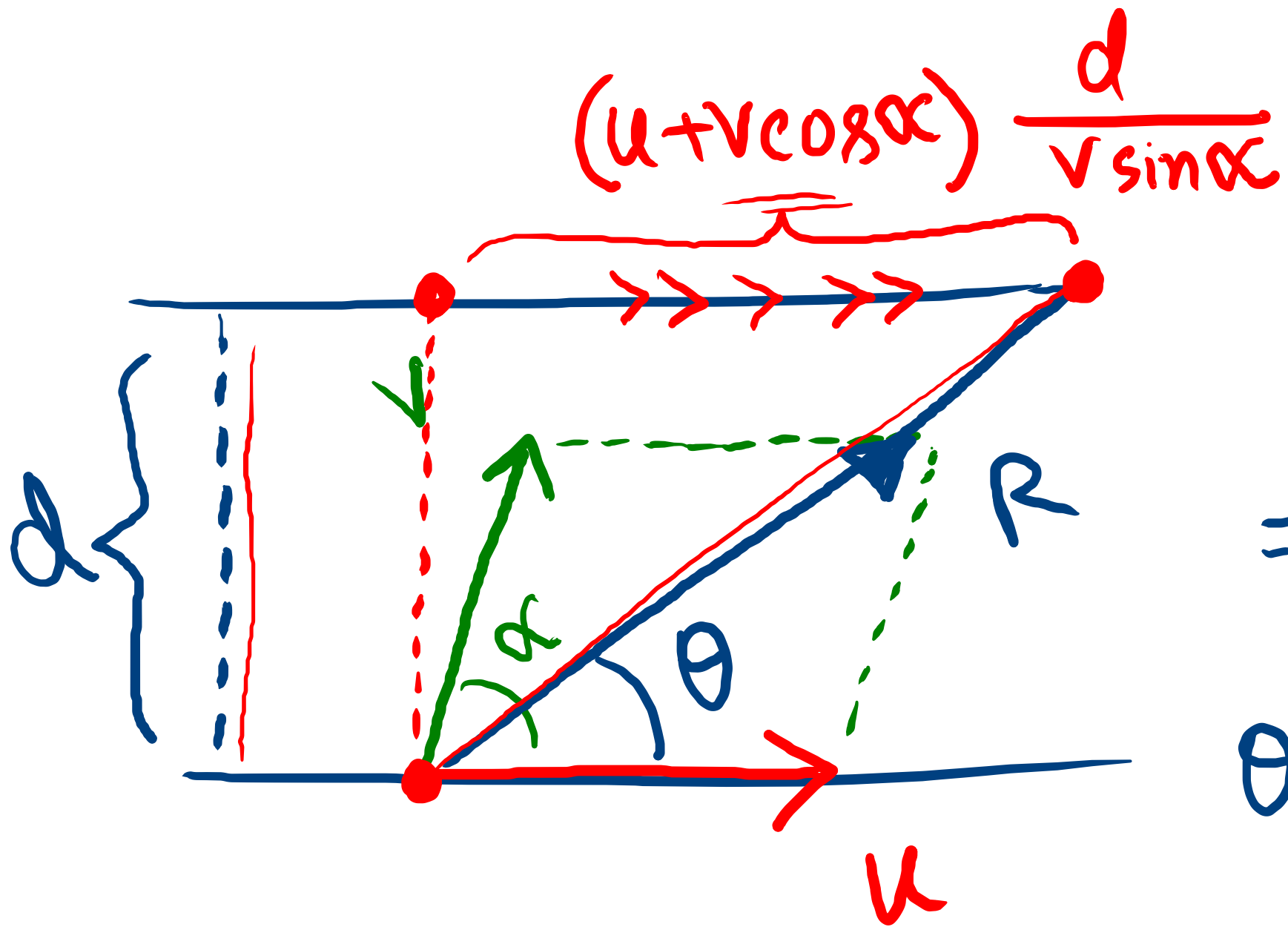
- স্রোতের বেগ = u
- নৌকার বেগ = v
- স্রোতের সাথে নৌকার বেগের কোণ = α

x অক্ষ বরাবর মোট বেগ = $u + v \cos \alpha$

y অক্ষ বরাবর মোট বেগ = $v \sin \alpha$



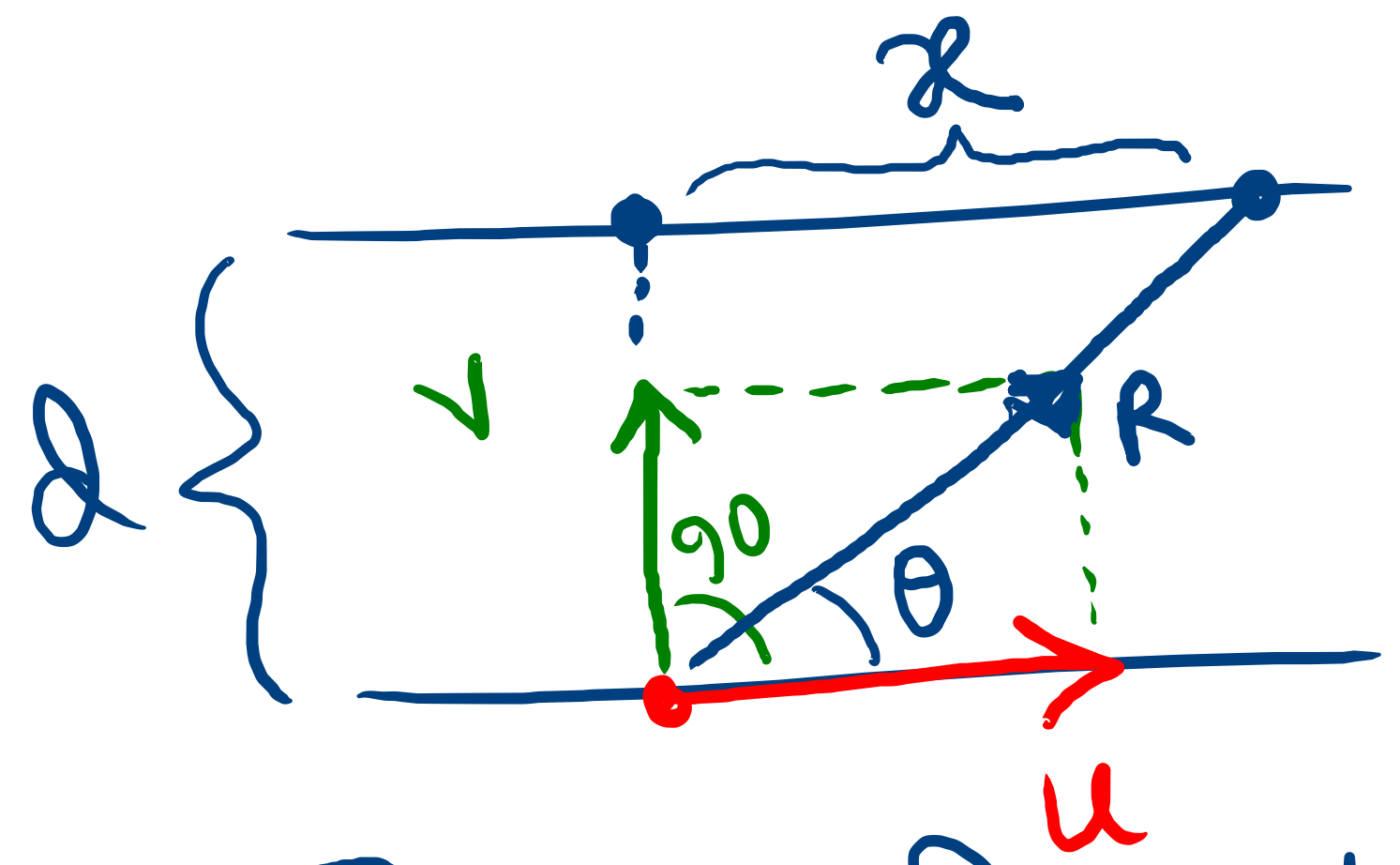
$$t = \frac{d}{v \sin \alpha}$$



$$R = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$$

ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ପର୍କ



$$R = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$\tan \theta = \frac{v}{u}$$

$$x = \frac{d}{v \sin \alpha}$$

$\alpha = 90^\circ$

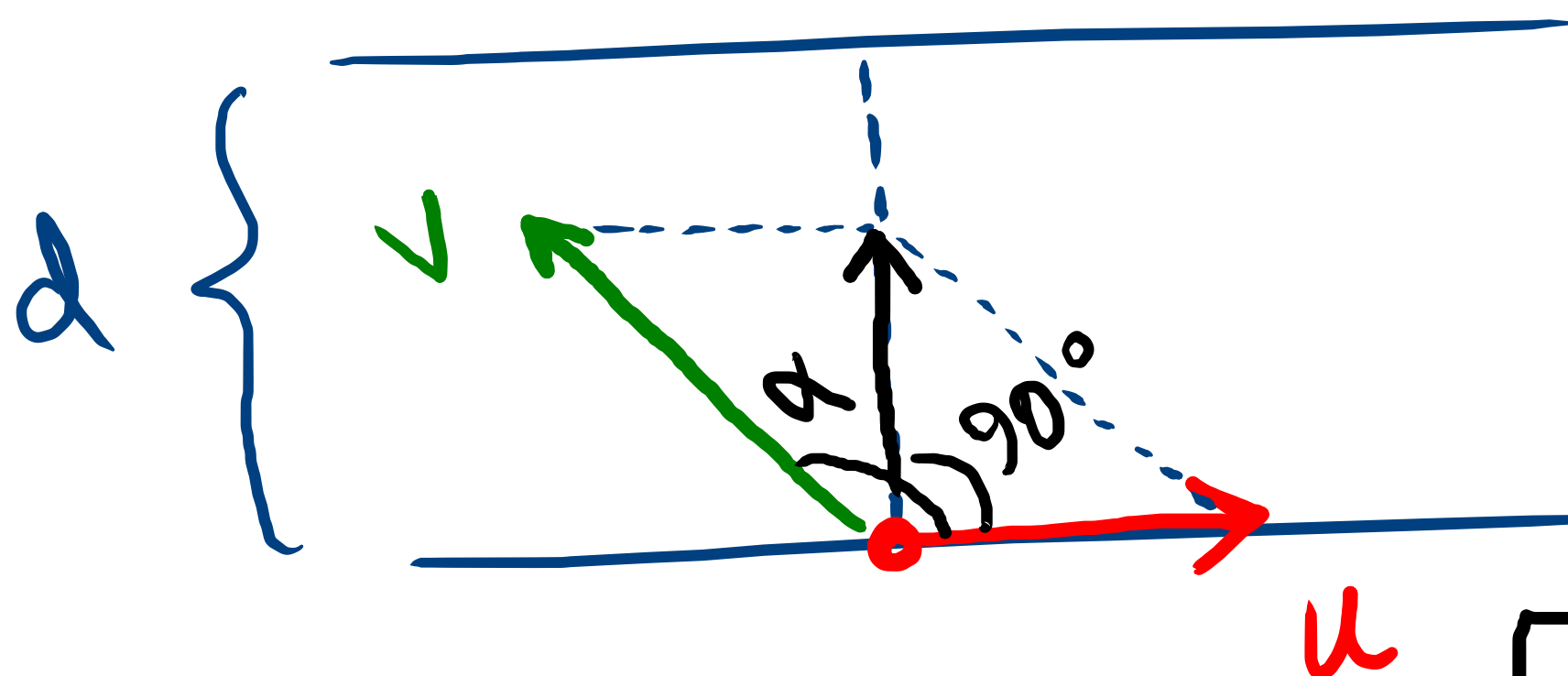
$$t_{\min} = \frac{d}{v}$$

ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ପର୍କ

$$x = (u + v \cos \alpha) \frac{d}{v \sin \alpha}$$

$$x = \left(u + \frac{d}{v} \right)$$

ଉତ୍ତରୀୟ ଶୀତ



$$\tan 90^\circ = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$$

$$0 = \frac{u + v \cos \alpha}{v \sin \alpha}$$

$$u + v \cos \alpha = 0$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{-u}{v}$$

$$u < v$$

$$d = \frac{d}{v \sin \alpha}$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি নদীতে স্রোতের বেগ 6 kmh^{-1} এবং নৌকার বেগ 12 kmh^{-1} । নদীর প্রস্থ 10 km । সর্বনিম্ন দূরত্বে নদী পার হতে কত সময় লাগবে ?

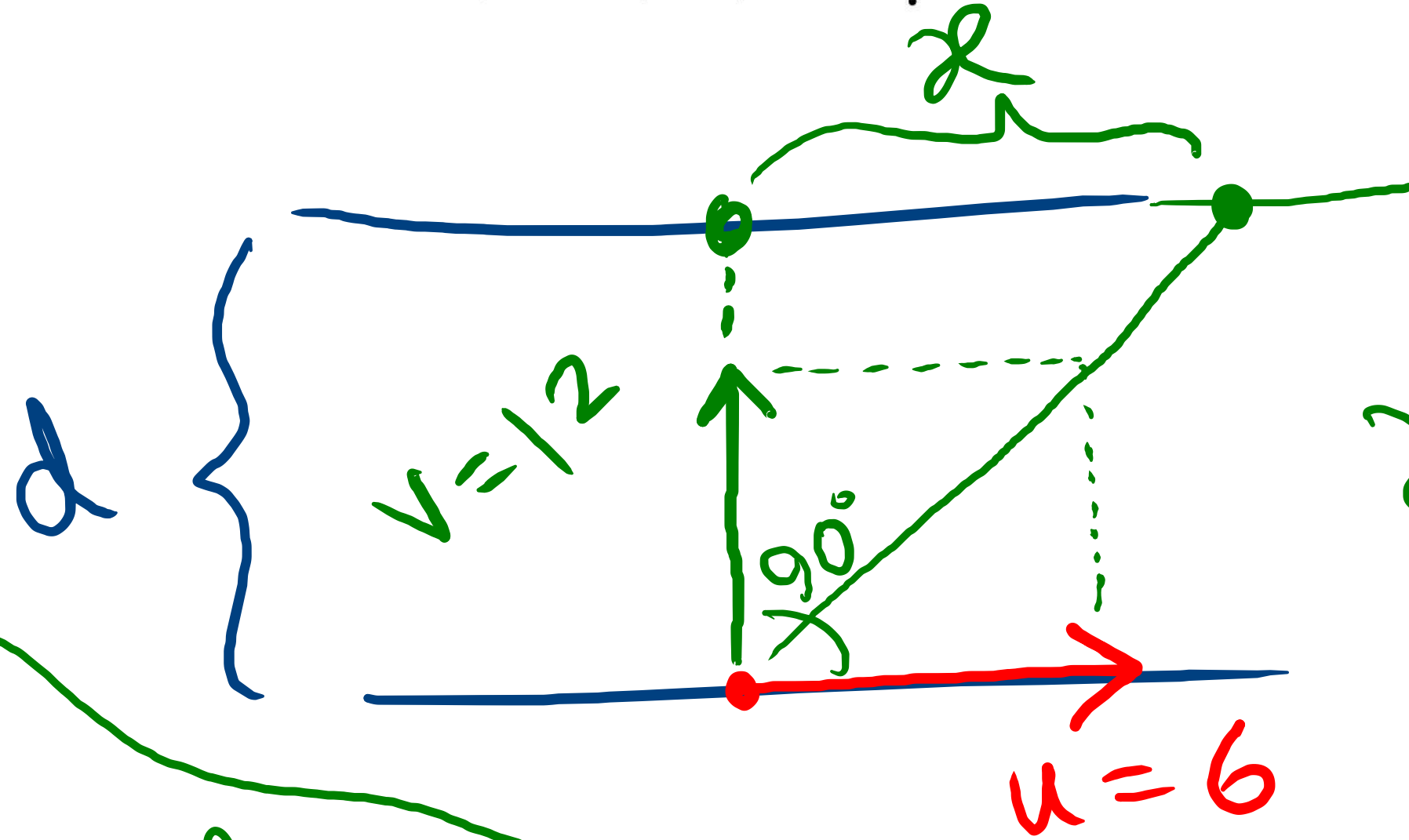
$\alpha = \cos^{-1} \frac{-u}{v}$
 $= \cos^{-1} \frac{-6}{12}$
 $= 120^\circ$

$t = \frac{d}{v \sin \alpha} = \frac{10}{12 \sin 20^\circ} = 0.96 \text{ h}$

গাণিতিক সমস্যা

একটি নদীতে স্রোতের বেগ 6 kmh^{-1} এবং নৌকার বেগ 12 kmh^{-1} । নদীর প্রস্থ 10 km । সর্বনিম্ন সময়ে নদী পার হতে কত সময় লাগবে? এক্ষেত্রে নদীর পাড় বরাবর নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

$$d = 10 \text{ km}$$



$$x = \frac{ud}{v}$$
$$= \frac{6 \times 5}{6} \text{ km}$$
$$= 5 \text{ km}$$

$$t_{\min} = \frac{d}{v}$$
$$= \frac{10}{12} \text{ h}$$
$$= \frac{5}{6} \text{ h}$$
$$= 50 \text{ min}$$

গাণিতিক সমস্যা

4ms^{-1} বেগে প্রবাহিত একটি নদীর এক পাড়ে দাঁড়ানো একজন চোর ঠিক বিপরীত দিকে পুলিশের বোট দেখে স্রোতের দিকে নদীর পাড় বরাবর 6ms^{-1} সমবেগে দৌড়াতে থাকল। বোটের বেগ 15ms^{-1} হলে চোরকে ধরতে স্রোতের সাথে কত কোণে বোট চালাতে হবে?

$u + v \cos \alpha = 6$

$\alpha = 82.34^\circ$

$u = 4$

$v = 15$

α

$T = 6$

$+x$

চোর উল্টা দৌড়
= 8ms^{-1}

$u + v \cos \alpha = -8$

$\alpha = 143.13^\circ$

গাণিতিক সমস্যা

নদীর প্রস্থ 31km । দুটি ইঞ্জিন বোট A বিন্দু হতে অভিন্ন দ্রুতিতে যাত্রা শুরু করে যাদের একটি AB বরাবর, অপরটি AC বরাবর। প্রথমটি আড়াআড়ি পার হয়ে C বিন্দুতে পৌঁছালেও অপরটি D বিন্দুতে পৌঁছায়। স্রোতের বেগ 9kmh^{-1} ।

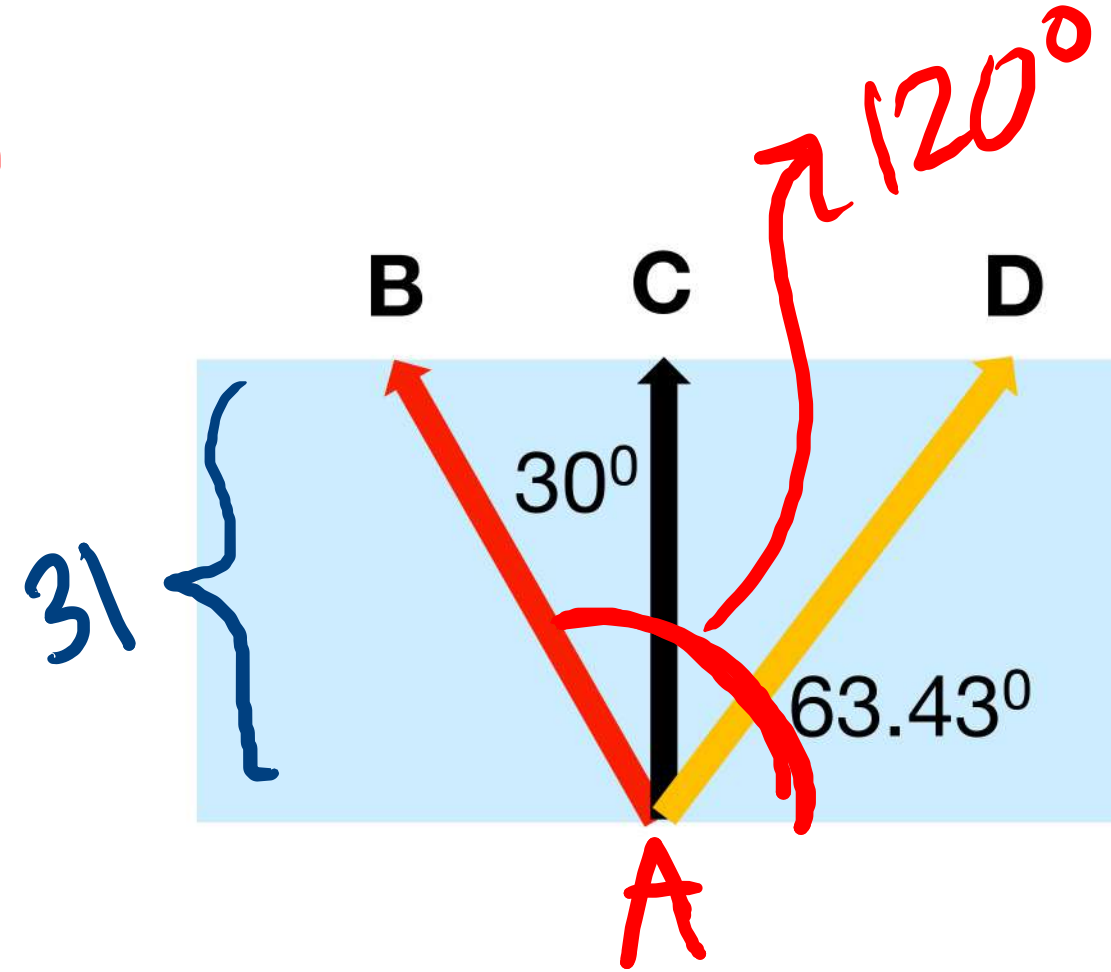
(a) নৌকাদ্বয়ের দ্রুতির মান নির্ণয় করো।

(b) নৌকা দুটি কি একই সময়ে অপর পাড়ে পৌঁছাবে? বিশ্লেষণ করো। [HSC - 2017]

$$a) \alpha = \cos^{-1} \frac{-u}{v}$$
$$120^\circ = \cos^{-1} \frac{-9}{v} \Rightarrow v = 18 \text{ kmh}^{-1}$$

$$b) t_1 = \frac{d}{v \sin \alpha} = \frac{31}{18 \sin 120^\circ} = 2 \text{ h}$$

$$t_2 = \frac{d}{v} = \frac{31}{18} = 1.722 \text{ h}$$

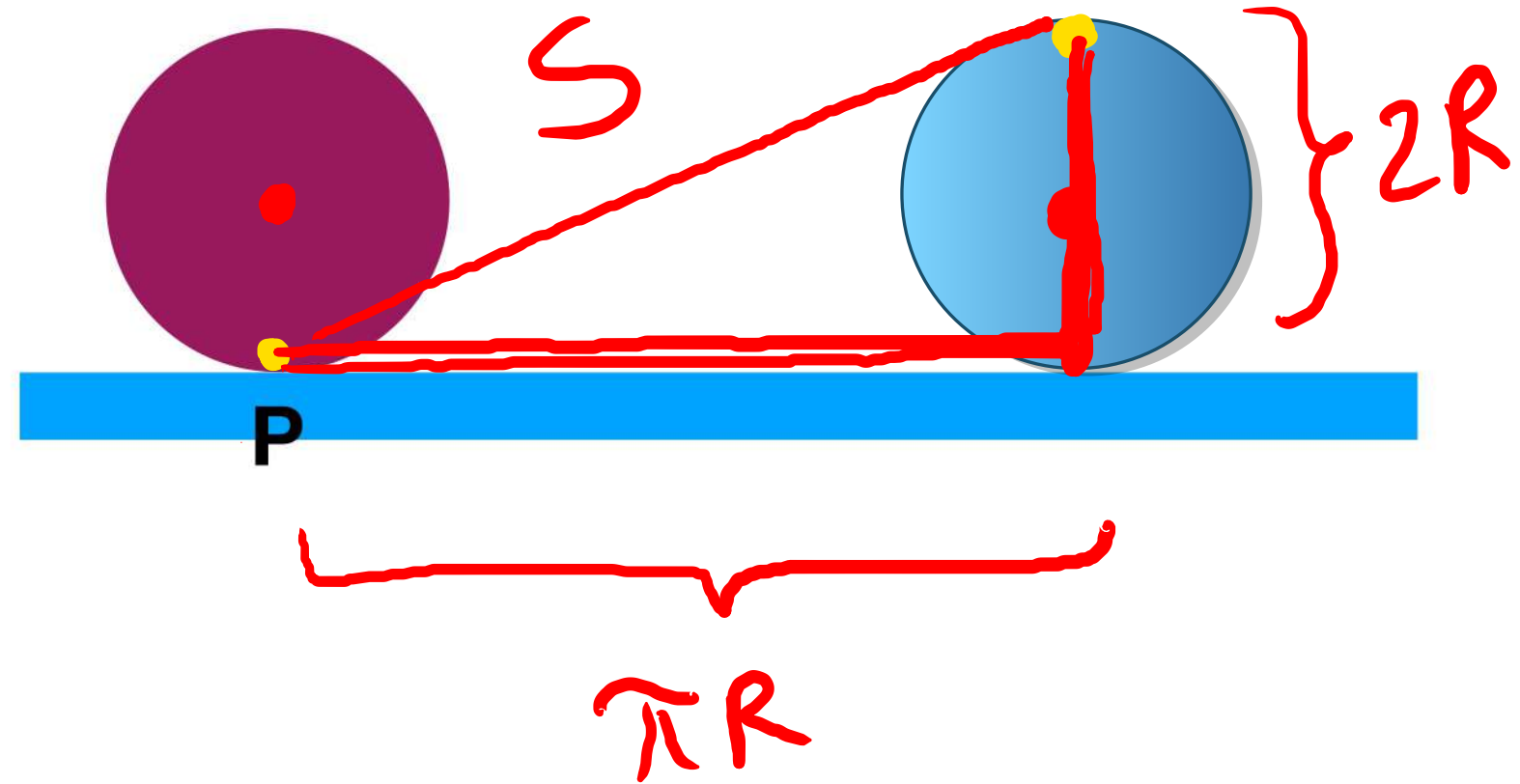


গাণিতিক সমস্যা

চাকাটি 180° ঘুরলে P বিন্দুটির সরণ নির্ণয় করো। চাকার ব্যাসার্ধ 100cm । $R = 100\text{cm} = 1\text{m}$

$$S = \sqrt{(\pi R)^2 + (2R)^2}$$
$$= 3.5 + 2\text{m}$$

$$360^\circ \Rightarrow 2\pi R$$
$$180^\circ \Rightarrow \pi R$$



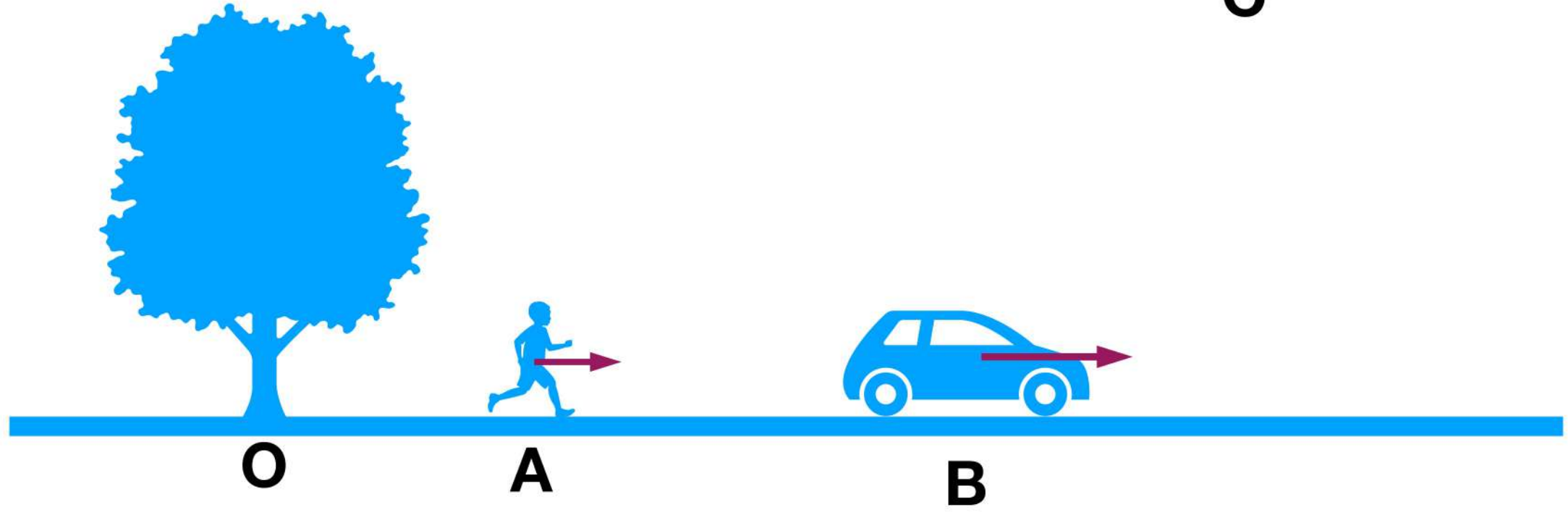
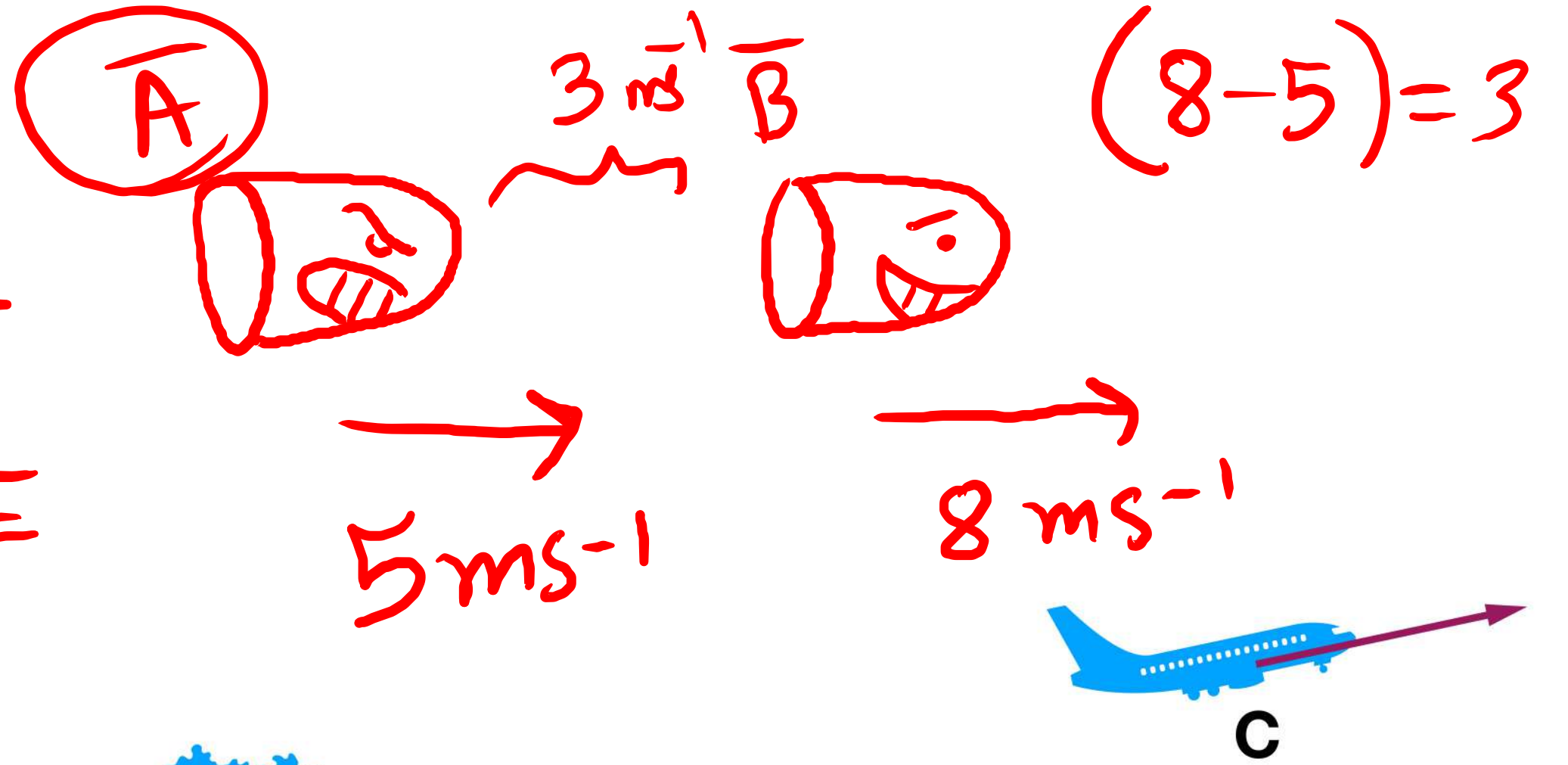
আপেক্ষিক বেগ

$$\vec{V}_{BC} = \vec{V}_B - \vec{V}_C$$

কার বেগ? কার সাপেক্ষে?

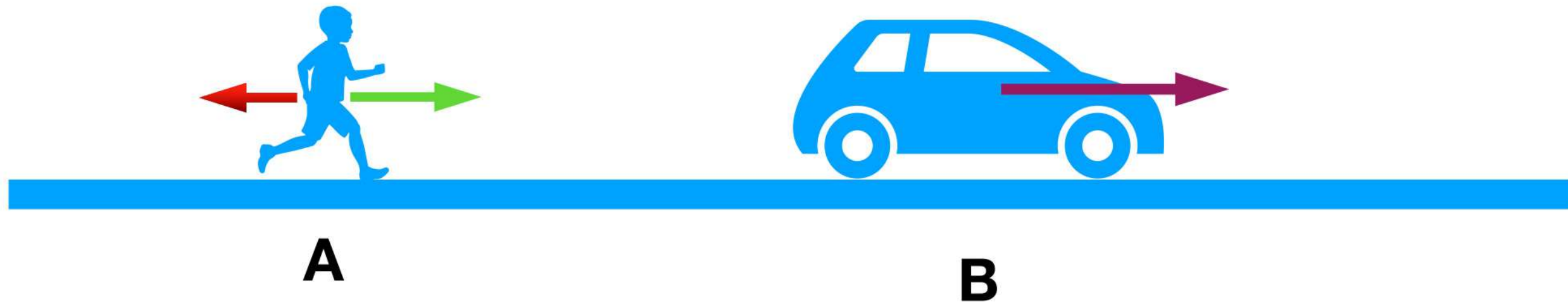
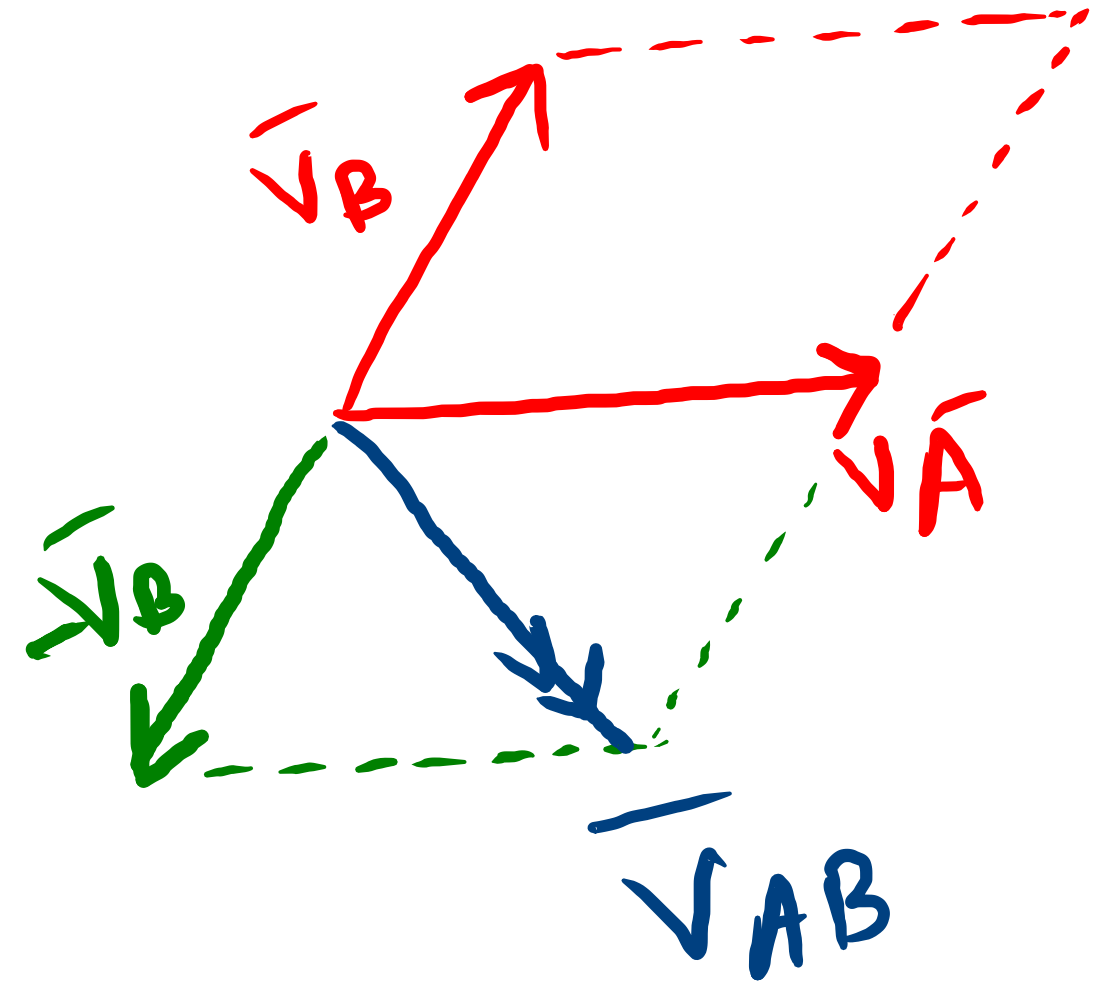
$$\vec{V}_B$$

কার বেগ? ভূমির সাপেক্ষে



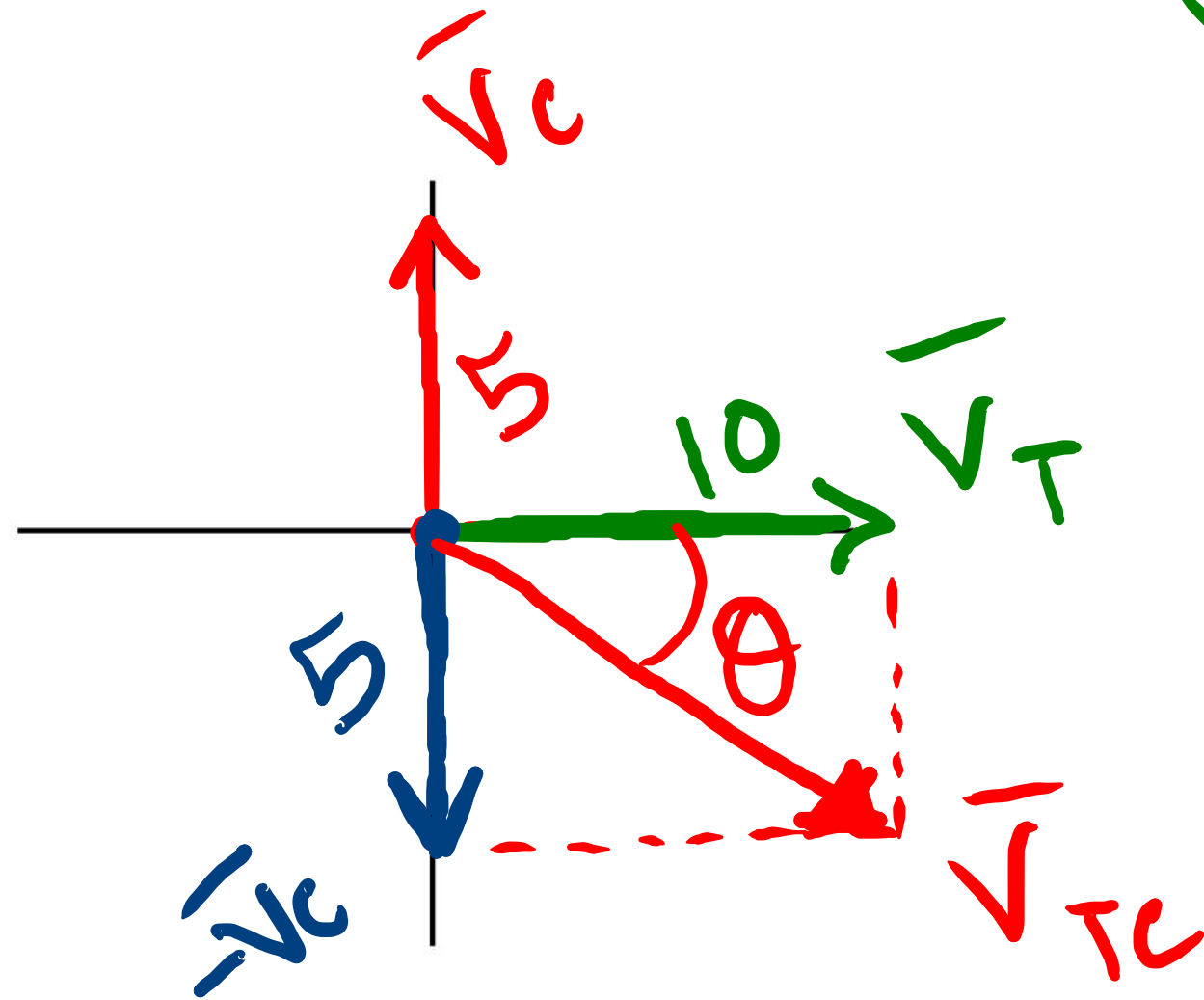
আপেক্ষিক বেগ

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$$
$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A + (-\vec{V}_B)$$



গাণিতিক সমস্যা

একটি গাড়ি উত্তর দিকে $5ms^{-1}$ এবং একটি ট্রাক পূর্ব দিকে $10ms^{-1}$ বেগে গতিশীল। গাড়ির সাপেক্ষে ট্রাকের বেগ নির্ণয় করো।



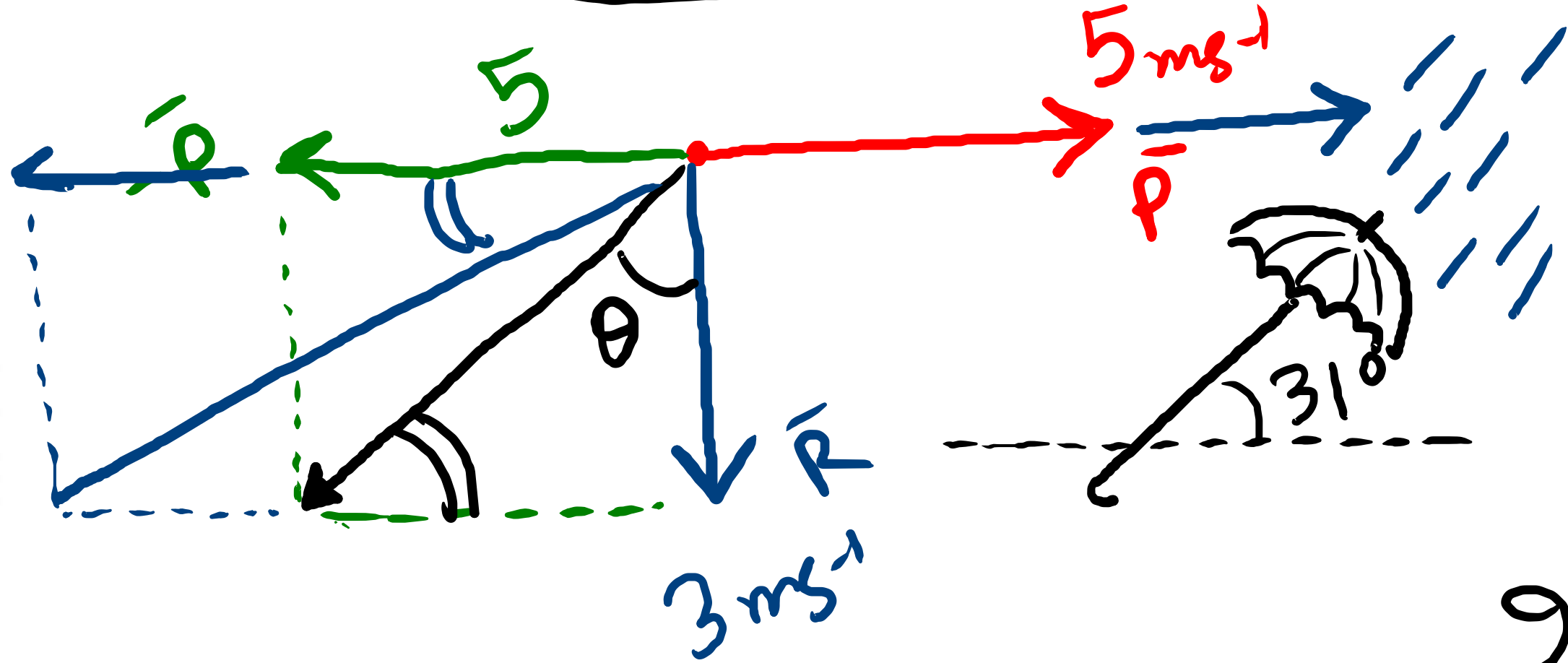
$$\begin{aligned}\vec{v}_{TC} &= \vec{v}_T - \vec{v}_c \\ &= \vec{v}_T + (-\vec{v}_c)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_{TC} &= \sqrt{10^2 + 5^2 + 2 \times 5 \times 10 \cos 90^\circ} \\ &= 5\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\tan \theta = \frac{5}{10} \Rightarrow \theta = 26.56$$

গাণিতিক সমস্যা

একজন লোক $5ms^{-1}$ বেগে উত্তর দিকে চলার সময় $3ms^{-1}$ বেগে উলম্বভাবে বৃষ্টি পরা শুরু হয়। বৃষ্টি থেকে বাঁচতে তাকে আনুভূমিক এর সাথে কত কোণে, কোন দিকে বাঁকিয়ে ছাতা ধরতে হবে?



$$\tan\theta = \frac{5}{3}$$

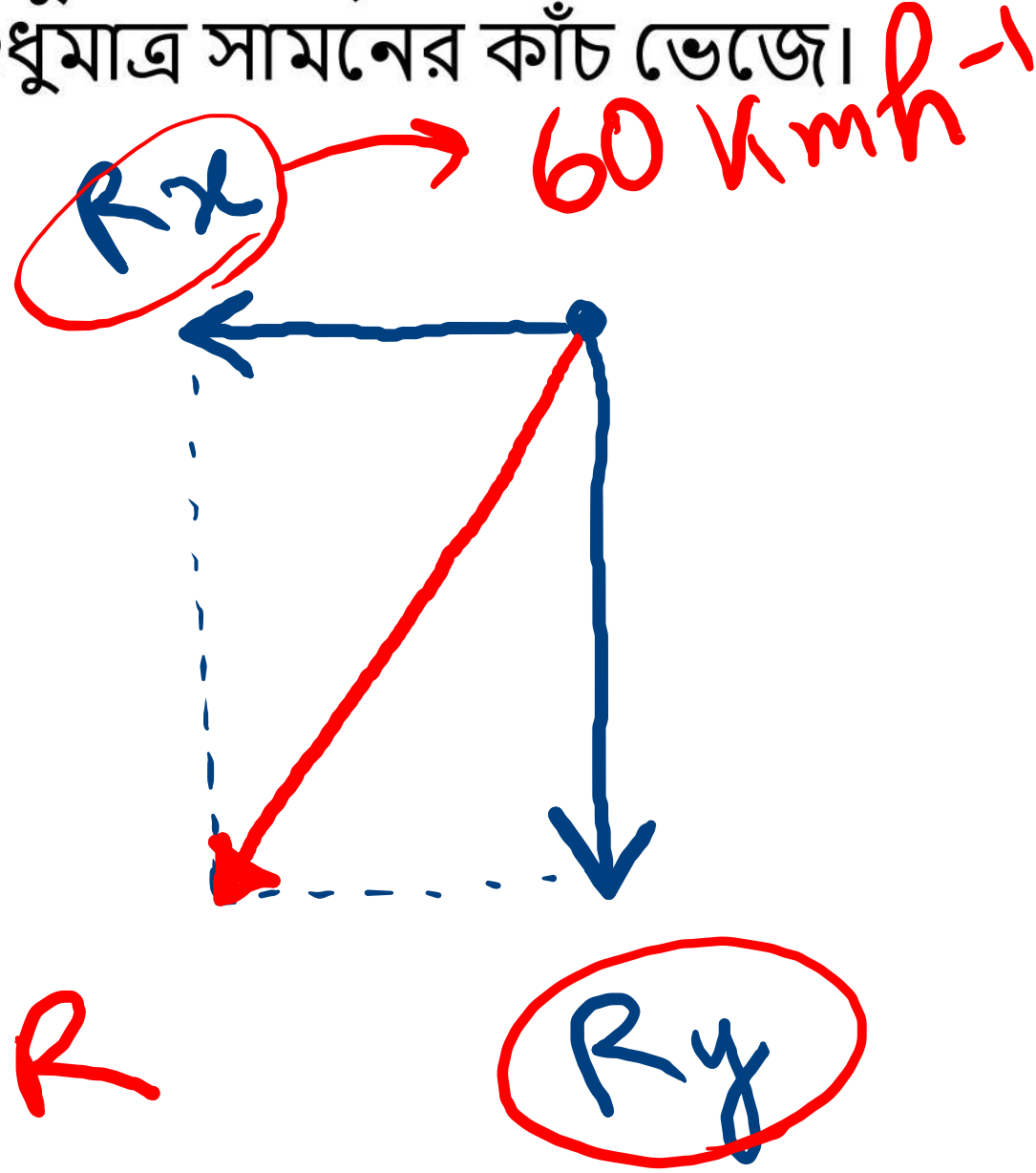
$$\theta = 59^\circ$$

$$90^\circ - 59^\circ = 31^\circ$$

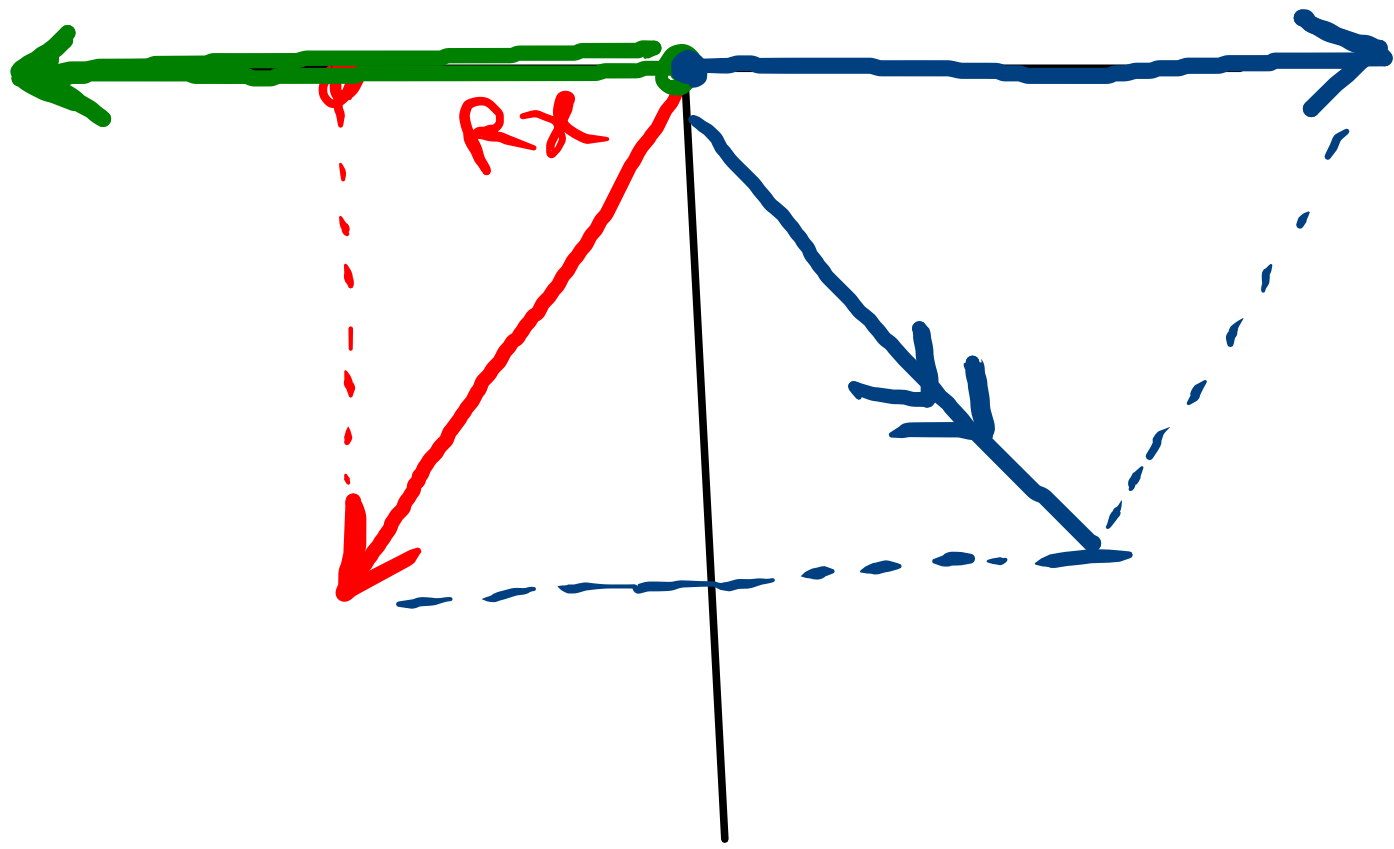
গাণিতিক সমস্যা

10kmh^{-1} বেগে উলম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছে এবং 60kmh^{-1} বেগে পূর্ব হতে পশ্চিমে বাতাস বইছে। পূর্ব হতে পশ্চিম অভিমুখে চলন্ত গাড়ির গতিবেগ নির্ণয় করো যাতে –

- গাড়ির সামনের ও পেছনের কাঁচ ভেজে
- শুধুমাত্র পেছনের কাঁচ ভেজে
- শুধুমাত্র সামনের কাঁচ ভেজে।

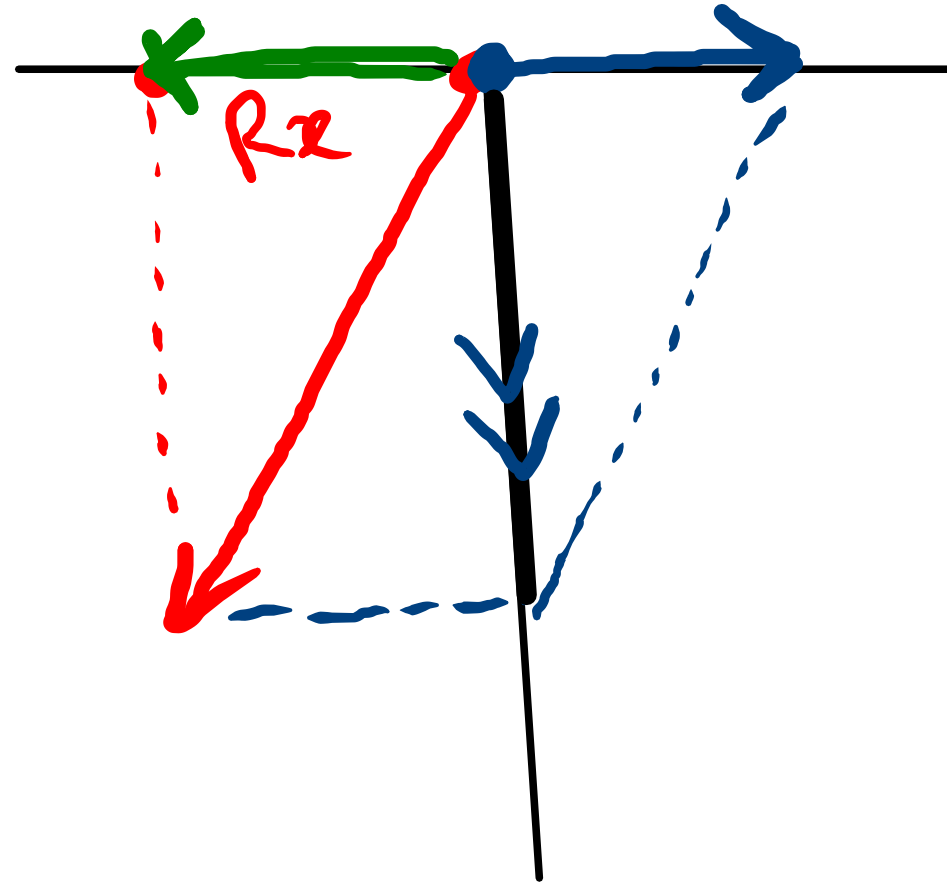


$$V_c > R_x$$

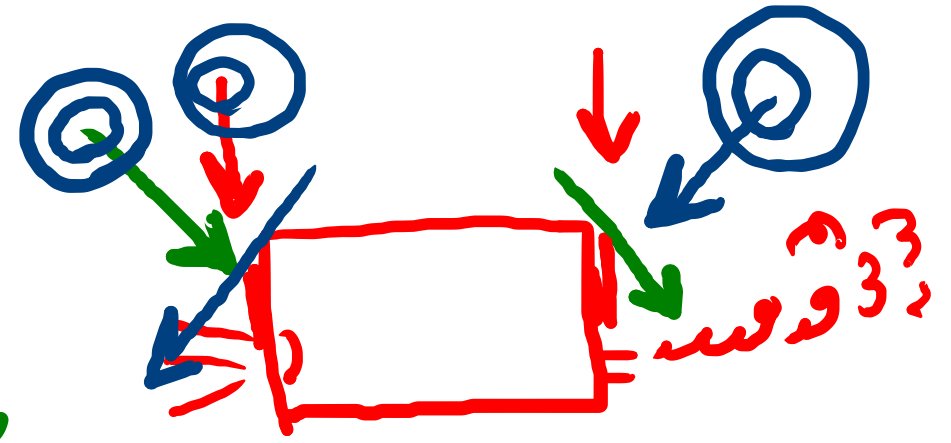


আমিলের

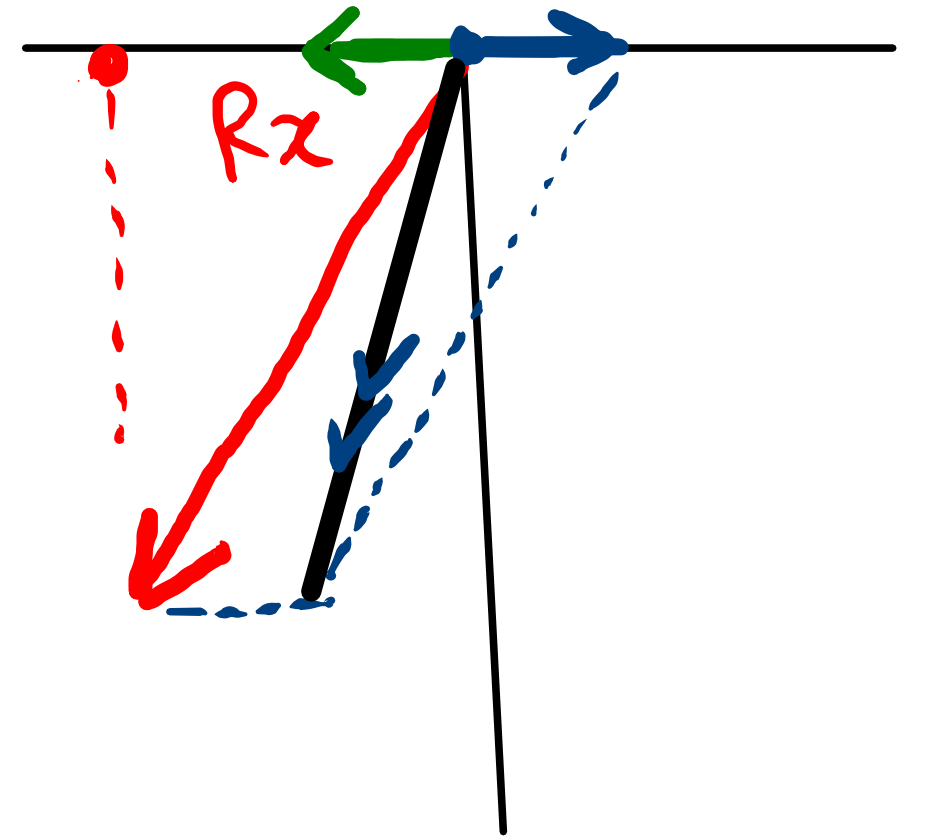
$$V_c = R_x$$



জয়ে



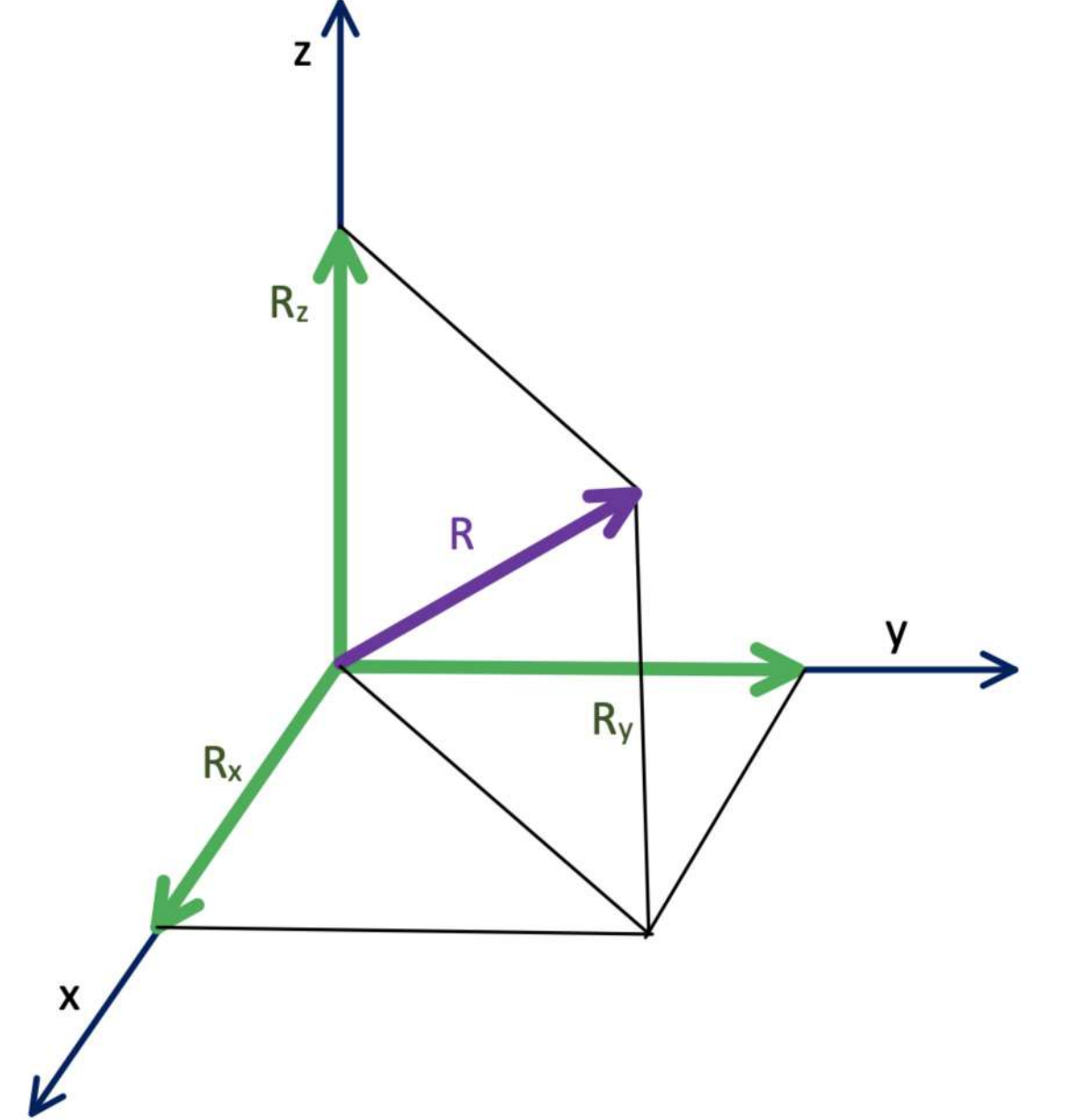
$$V_c < R_x$$



সেইলের

ত্রিমাত্রিক ভেক্টর

- $R_x = R \cos \theta_x$ ● $R_y = R \cos \theta_y$ ● $R_z = R \cos \theta_z$
- $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z$
- $\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k}$
- $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$



গাণিতিক সমস্যা

$\vec{A} = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 10\hat{k}$ ভেক্টরটির দিক কোসাইন ও অক্ষত্রয়ের সাথে কোণ নির্ণয় করো।

$$A = \sqrt{5^2 + 6^2 + 10^2} = \sqrt{161}$$

$$\cos \theta_x = \frac{A_x}{A} \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{161}} \Rightarrow \theta_x = 66.8^\circ$$

$$\cos \theta_y = \frac{A_y}{A} \Rightarrow \frac{-6}{\sqrt{161}} \Rightarrow \theta_y = 118.22^\circ$$

$$\cos \theta_z = \frac{A_z}{A} \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{161}} \Rightarrow \theta_z = 38^\circ$$

ভেক্টরের ডট গুণন

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos \theta$$

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z$$

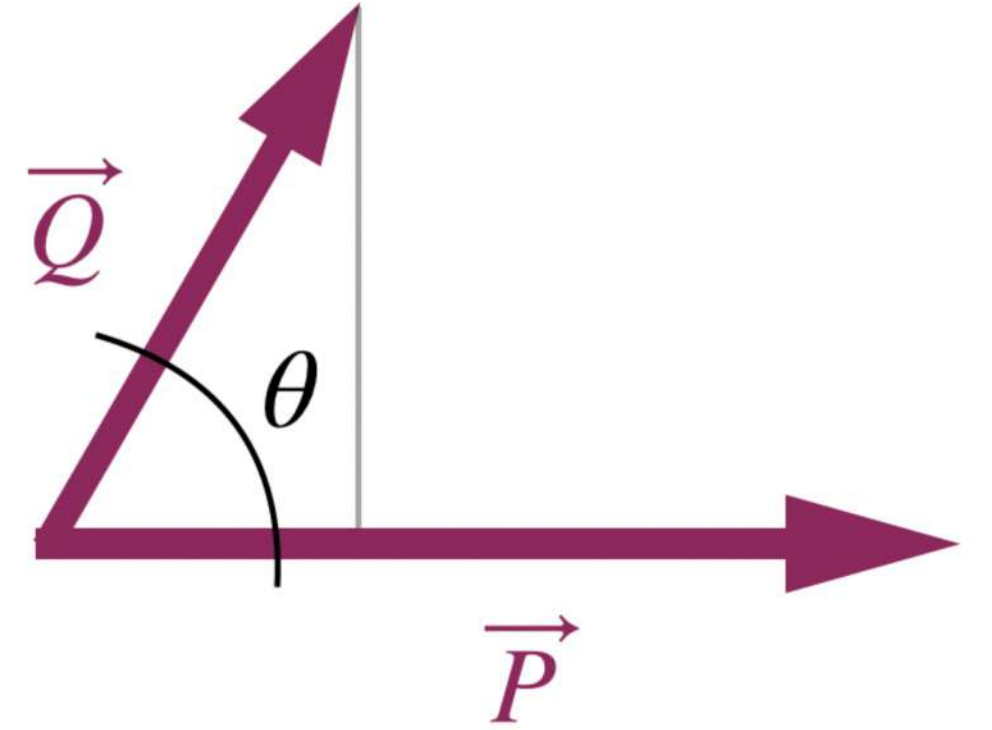
$$\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$$
$$\vec{B} = 2\hat{j} + \hat{k} + 2\hat{i}$$

$$(2) - (6) + (8) = -4$$

দুটি ভেক্টর লম্ব হওয়ার শর্ত: $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos 90^\circ = 0$

\vec{P} এর দিকে \vec{Q} এর লম্ব অভিক্ষেপ: $Q \cos \theta = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{P}$

\vec{P} ও \vec{Q} এর মধ্যবর্তী কোণ: $\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{PQ}$



গাণিতিক সমস্যা

$$\vec{A} = -7\hat{i} + 2m\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{B} = m\hat{i} + m\hat{j} - 2\hat{k}; \quad m \text{ এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবে?}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

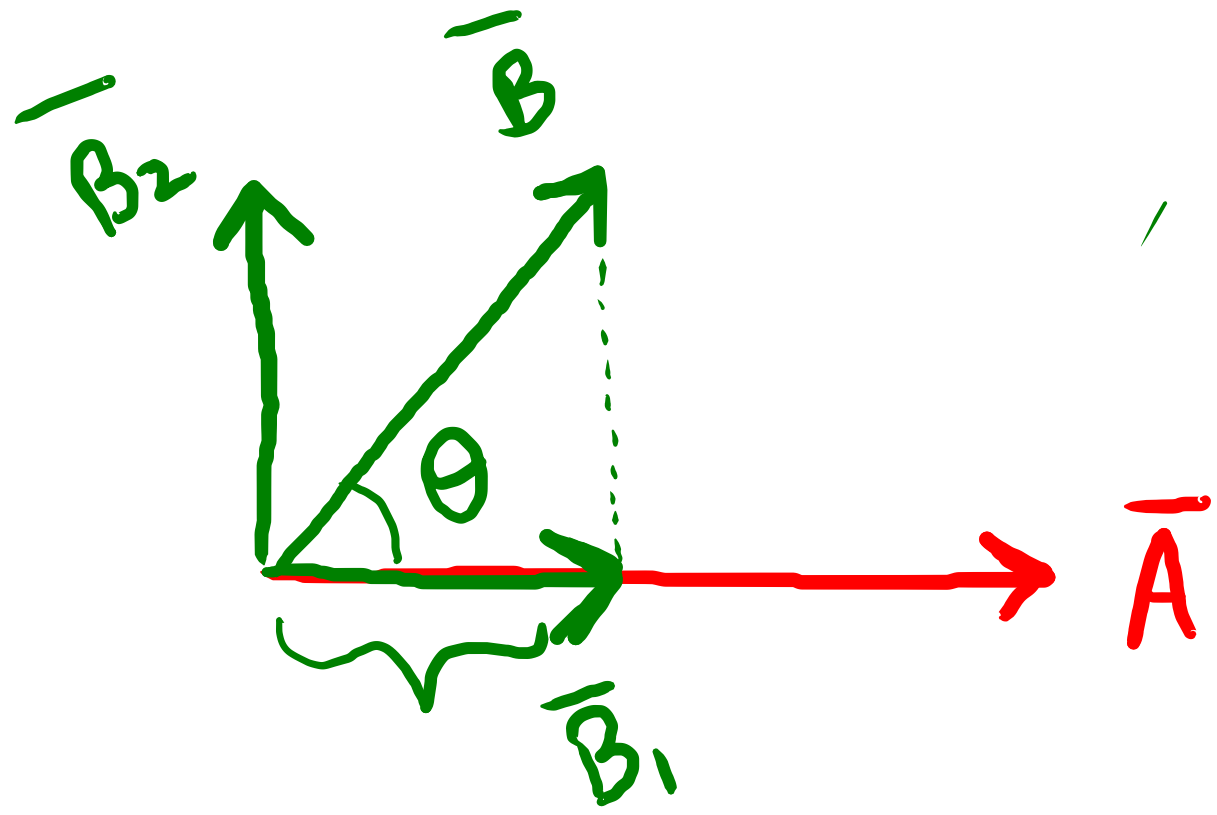
$$\vec{A} \perp \vec{B}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -7m + 2m^2 + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 7m + 6 = 0$$

$$\Rightarrow m = 2, 1.5$$





$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \vec{B}$$

$$\vec{B}_2 = \vec{B} - \vec{B}_1$$

$$\underline{\underline{\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta}}$$

$$\vec{B}_1 = \underline{\underline{A \text{ direction of } B \text{ direction projection}}} = B \cos \theta \hat{a}$$

$$= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A} \frac{\vec{A}}{A} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A^2} \vec{A}$$

$$\vec{B}_2 = A, B \text{ @ } 90^\circ \text{ A direction perpendicular to } B \text{ direction projection}$$

গাণিতিক সমস্যা

$$\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k};$$

ভেক্টরদ্বয় দ্বারা গঠিত তলে, A ভেক্টরের লম্বদিকে B এর উপাংশ নির্ণয় করো।



See prev. page

$$\vec{B}_1 = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A^2} \vec{A} = \frac{1}{9} (2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$$

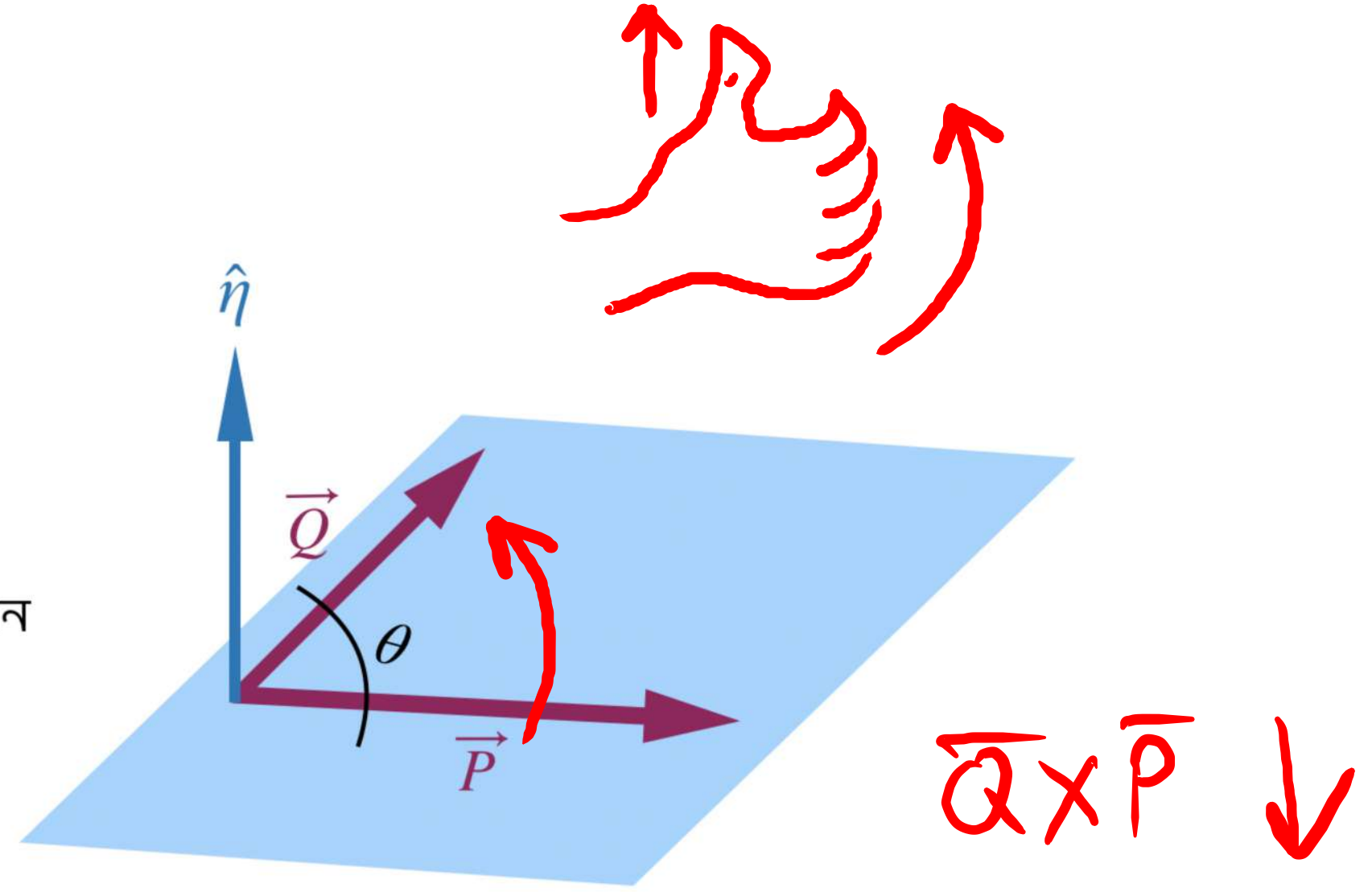
$$\vec{B}_2 = \vec{B} - \vec{B}_1 = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) - \frac{1}{9} (2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= \frac{16}{9}\hat{i} + \frac{10}{9}\hat{j} - \frac{11}{9}\hat{k}$$

ভেক্টরের ক্রস গুণন

$$\vec{P} \times \vec{Q} = PQ \sin \theta \hat{n}$$

মানঃ P ও Q কে সন্নিহিত বাহু ধরে গঠিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সমান
দিকঃ P ও Q দ্বারা গঠিত তলের লম্ব বরাবর (ডান হাতি স্ক্রু নিয়ম)



দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হওয়ার শর্তঃ $\vec{P} \times \vec{Q} = PQ \sin 0^\circ = 0$

$$\text{অথবা, } \frac{P_x}{Q_x} = \frac{P_y}{Q_y} = \frac{P_z}{Q_z}$$

\vec{P} ও \vec{Q} দ্বারা গঠিত তলের উপর লম্ব একক ভেক্টরঃ $\hat{n} = \pm \frac{\vec{P} \times \vec{Q}}{PQ \sin \theta}$

গাণিতিক সমস্যা

$$\vec{A} = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 10\hat{k}$$

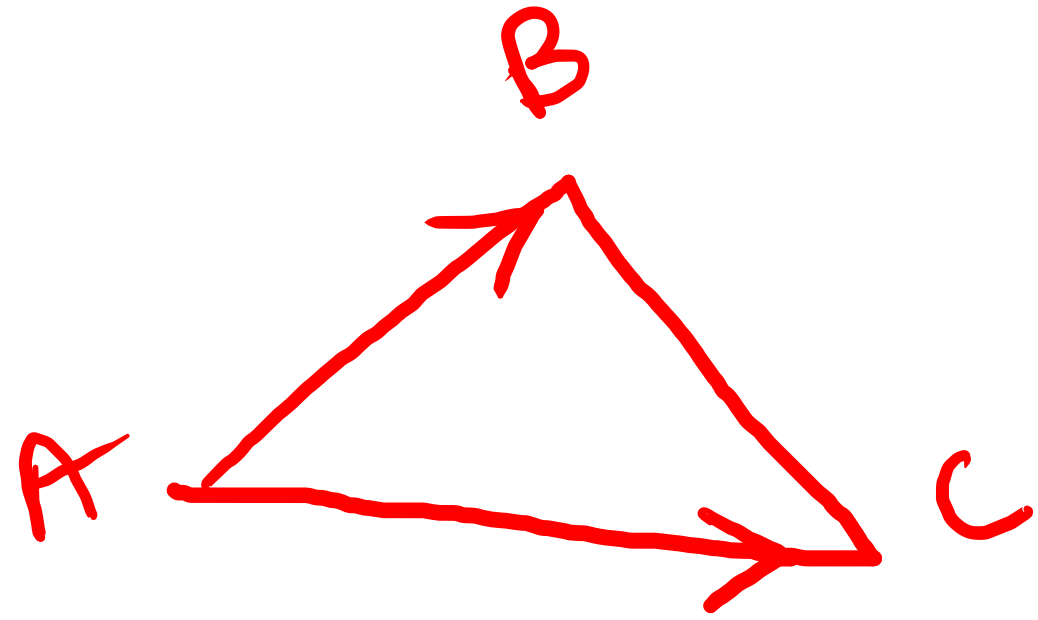
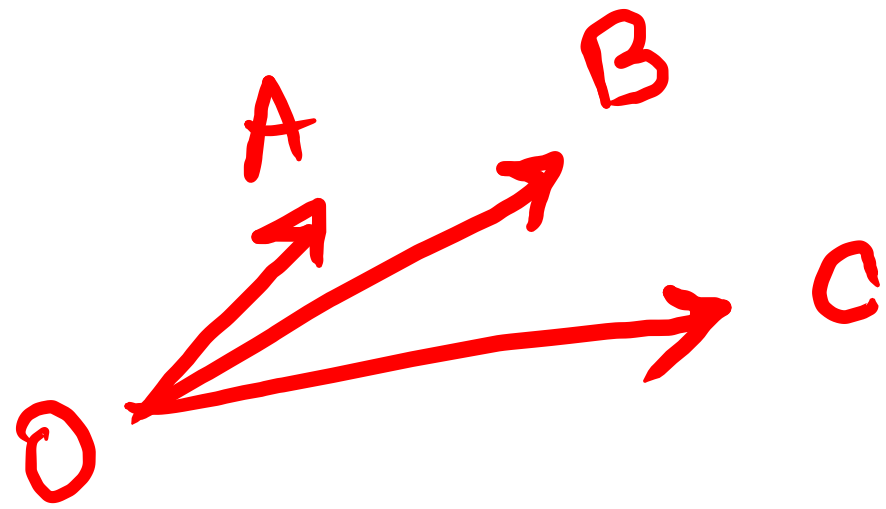
$$\vec{B} = -10\hat{i} + m\hat{j} - 20\hat{k}; \quad m \text{ এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় সমান্তরাল হবে?}$$

$$\frac{5}{-10} = \frac{-6}{m} = \frac{10}{-20}$$
$$m = 12$$

গাণিতিক সমস্যা

3টি বিন্দু A, B, C এর স্থানাংক যথাক্রমে $(2, 1, -1), (3, -2, 4)$ ও $(1, -3, 5)$

- (a) বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর একই সমতলে অবস্থান করবে কিনা যাচাই করো। [All Board 2018]
(b) বিন্দুগুলো নিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} \rightarrow (\overline{A \times B}) \cdot \overline{C}$$

$= 0$ হলে সমতলীয়

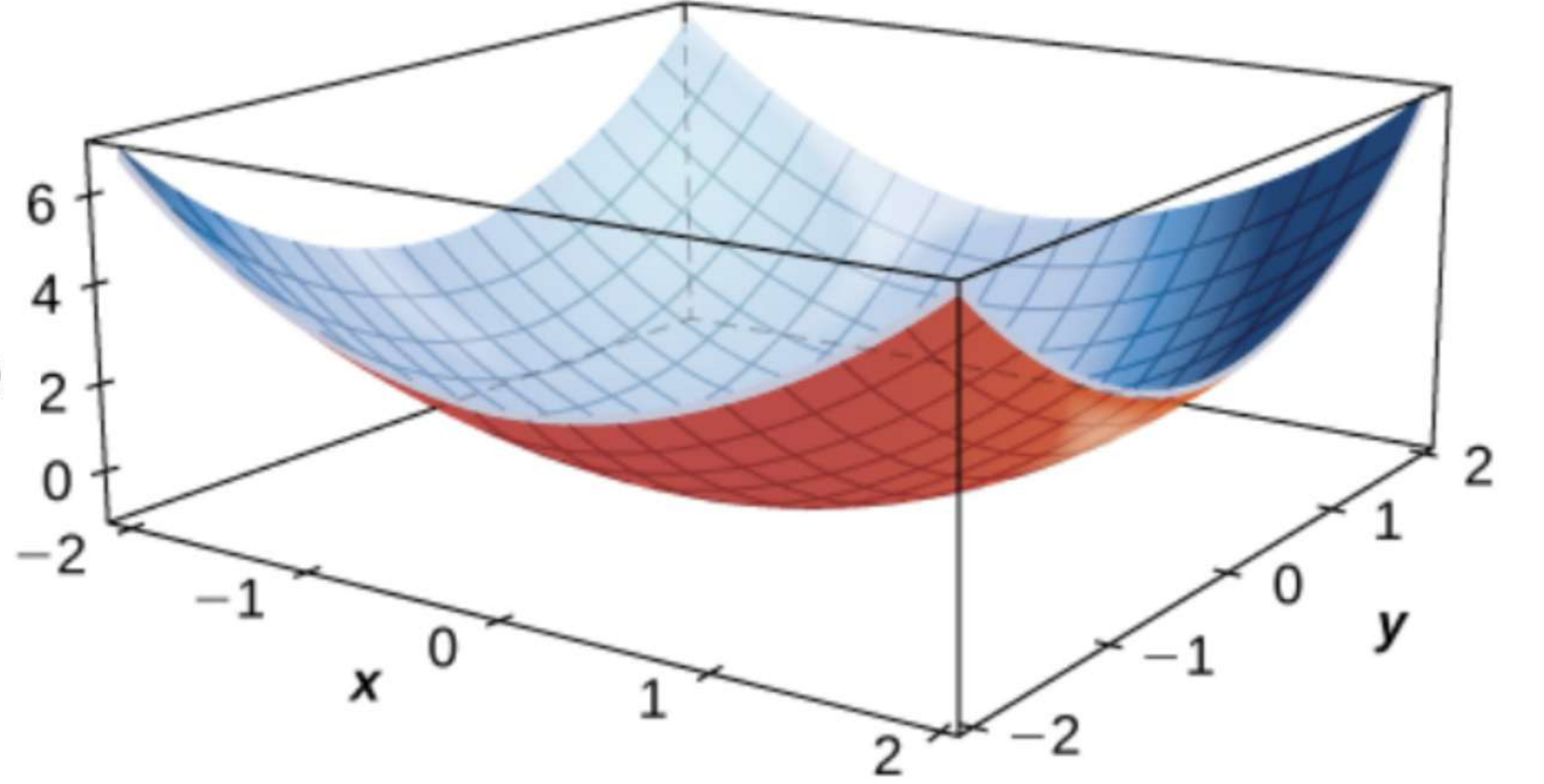
$$\frac{1}{2} |\overline{AB} \times \overline{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{174}$$

$$\overline{AB} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\overline{AC} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k}$$

আংশিক অন্তরীকরণ

- এক চলকবিশিষ্ট ফাংশন: $f(x)$
- বহু চলকবিশিষ্ট ফাংশন: $f(x, y, \dots)$ $f(x,y)$



$\frac{\partial f}{\partial x}$ → x এর সাপেক্ষে ফাংশনের পরিবর্তনের হার যখন অন্যান্য variable গুলো constant

গাণিতিক সমস্যা

$f(x, y) = x^2 - 3xy + y^2$ কে x ও y এর সাপেক্ষে আংশিক অন্তরীকরণ করো।

$$\frac{\partial}{\partial x} (x^2 - 3xy + y^2) = 2x - 3y + 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (x^2 - 3xy + y^2) = 0 - 3x + 2y$$

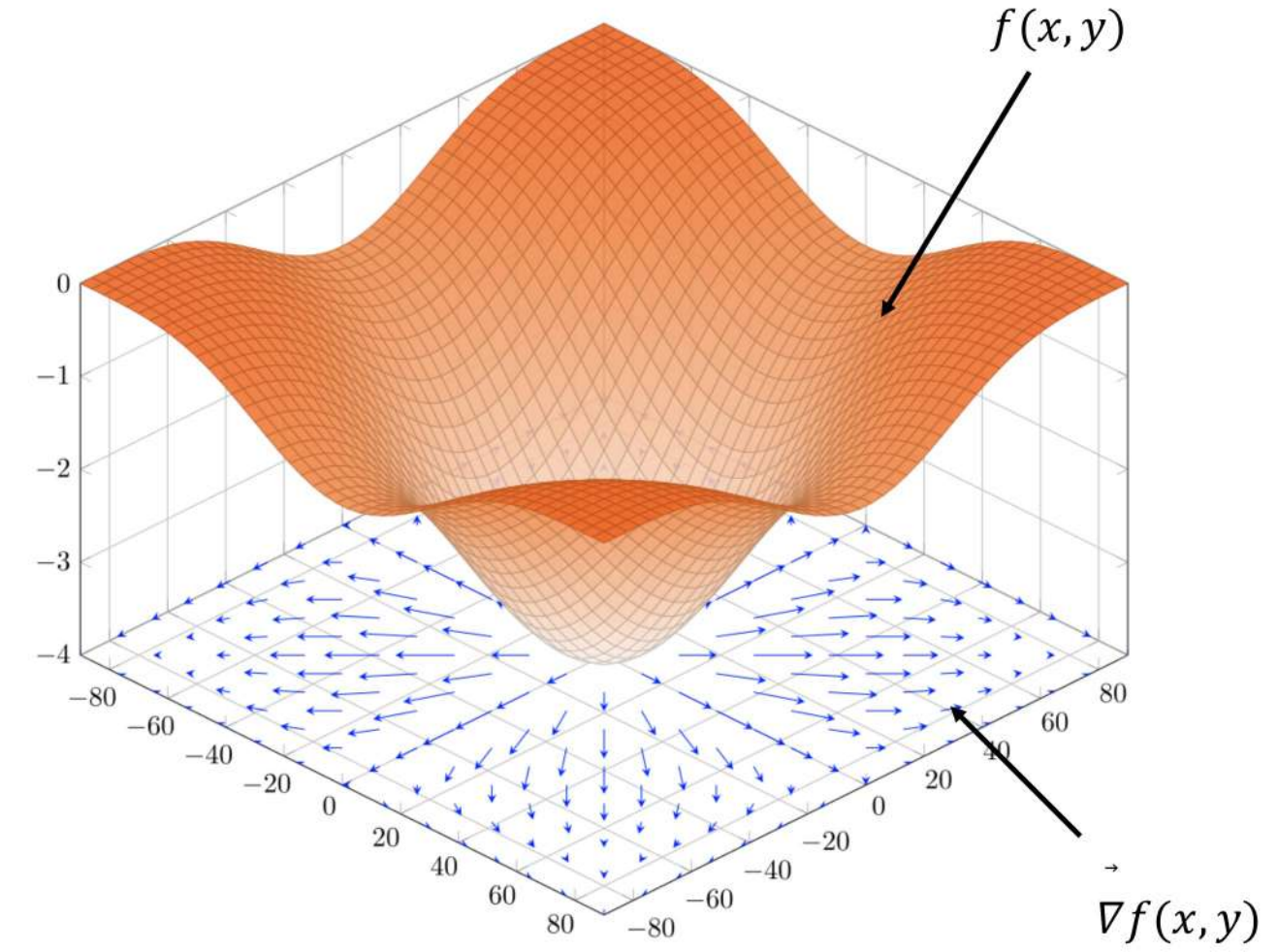
$$\frac{\partial}{\partial z} (x^2 - 3xy + y^2) = 0$$

গ্রেডিয়েন্ট

কোন স্কেলার ফিল্ড $f(x, y, z)$ এর গ্রেডিয়েন্ট : $grad f = \vec{\nabla} f \rightarrow$ ভেক্টর ফিল্ড

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

- শুধুমাত্র স্কেলার ফিল্ডের গ্রেডিয়েন্ট নির্ণয় করা যায়
- কোন স্কেলার ফিল্ডের গ্রেডিয়েন্ট থেকে প্রাপ্ত ভেক্টর ফিল্ড ঐ স্কেলার ফিল্ডের সর্বোচ্চ হারে পরিবর্তনের দিক নির্দেশ করে।
- কোন বিন্দুতে গ্রেডিয়েন্টের মান ঐ বিন্দুতে স্কেলার ফিল্ডের সর্বোচ্চ পরিবর্তনের হারের সমান।



গাণিতিক সমস্যা

$f(x, y) = -\cos x + x \cdot \cos y$ এর Gradient নির্ণয় করো।

$$\begin{aligned}\nabla f &= \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) (-\cos x + x \cos y) \\ &= \hat{i} (\sin x + \cos y) + \hat{j} (-x \sin y)\end{aligned}$$

ডাইভারজেন্স

কোন ভেক্টর ফিল্ড $\vec{F}(x, y, z)$ এর ডাইভারজেন্স : $div \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \rightarrow$ স্কেলার ফিল্ড

- শুধুমাত্র ভেক্টর ফিল্ডের ডাইভারজেন্স নির্ণয় করা যায়।
- কোন বিন্দুতে ডাইভারজেন্স ও বিন্দুর আশেপাশে অতি ক্ষুদ্র আয়তনে input flux ও output flux এর পার্থক্য নির্দেশ করে।
- Positive divergence হলে output flux > input flux
- Negative divergence হলে input flux > output flux
- কোন ভেক্টর ফিল্ডের প্রত্যেক বিন্দুতে ডাইভারজেন্স শূন্য হলে ঐ ফিল্ডটিকে সলিনয়ডাল বলা হয়।

কাল

কোন ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{F}(x, y, z)$ এর কাল : $curl \vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{F} \rightarrow$ ভেক্টর ফিল্ড

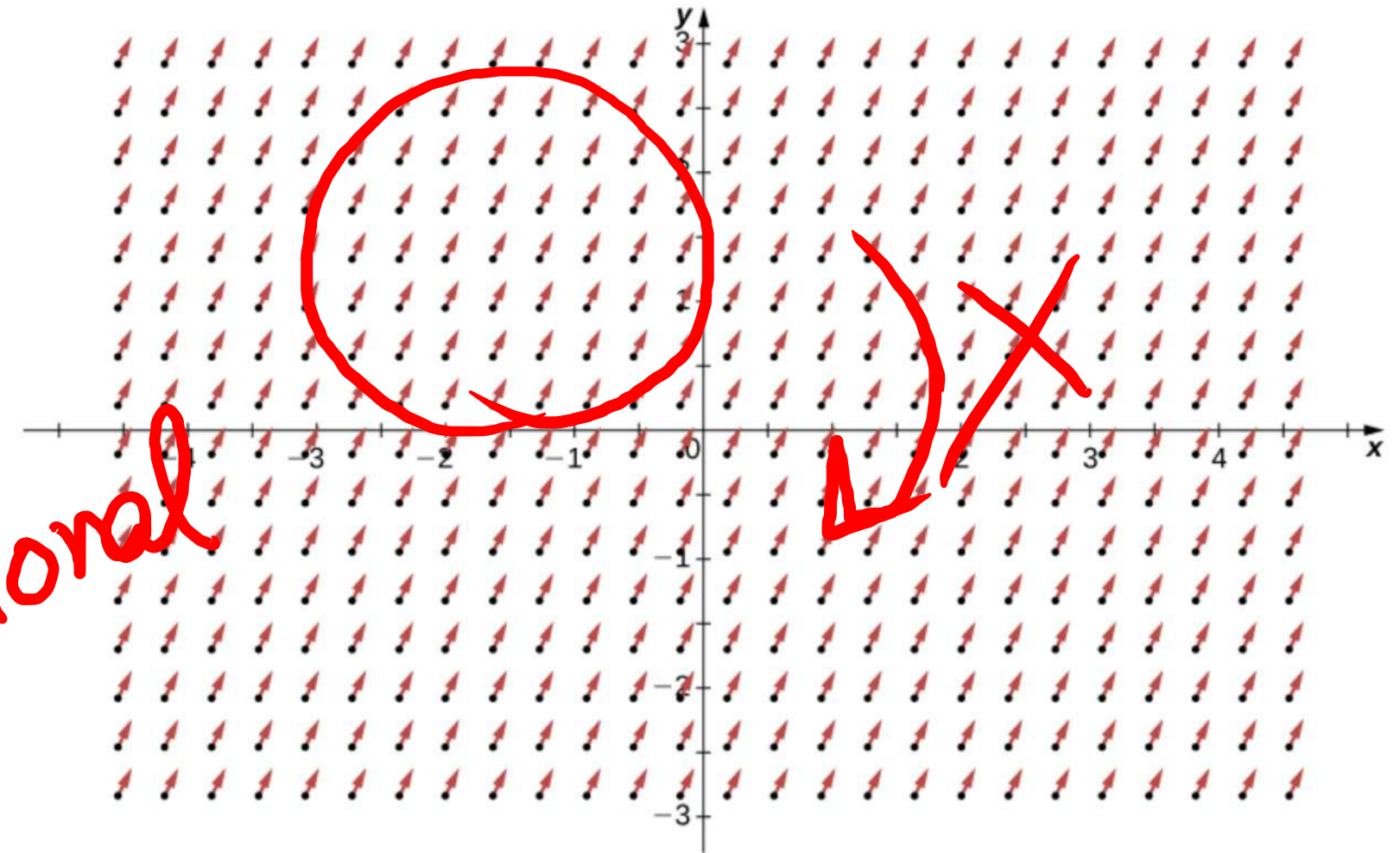
- শুধুমাত্র ভেক্টর ফিল্ডের কাল নির্ণয় করা যায়।
- কোন ভেক্টর ফিল্ডের কোন বিন্দুতে কাল ও বিন্দুর আশেপাশে ঘূর্ণন প্রবণতা নির্দেশ করে।
- কোন ভেক্টর ফিল্ডের কাল নিজেও আরেকটি ভেক্টর ফিল্ড। এর মান ঘূর্ণন প্রবণতা আর এর দিক ঘূর্ণনের অক্ষ নির্দেশ করে।
- Curl শূন্য হলে velocity field কে irrotational আর force field কে সংরক্ষণশীল বলা হয়।
- $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 2\vec{\omega}$
- $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = 0$

গাণিতিক সমস্যা

$\vec{F} = \hat{i} + 2\hat{j}$ এর Divergence ও Curl নির্ণয় করো।

$$\nabla \cdot \vec{F} = 0 + 0 = 0 \rightarrow \text{Solenoidal}$$

$$\nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{0} \rightarrow \text{irrotational}$$



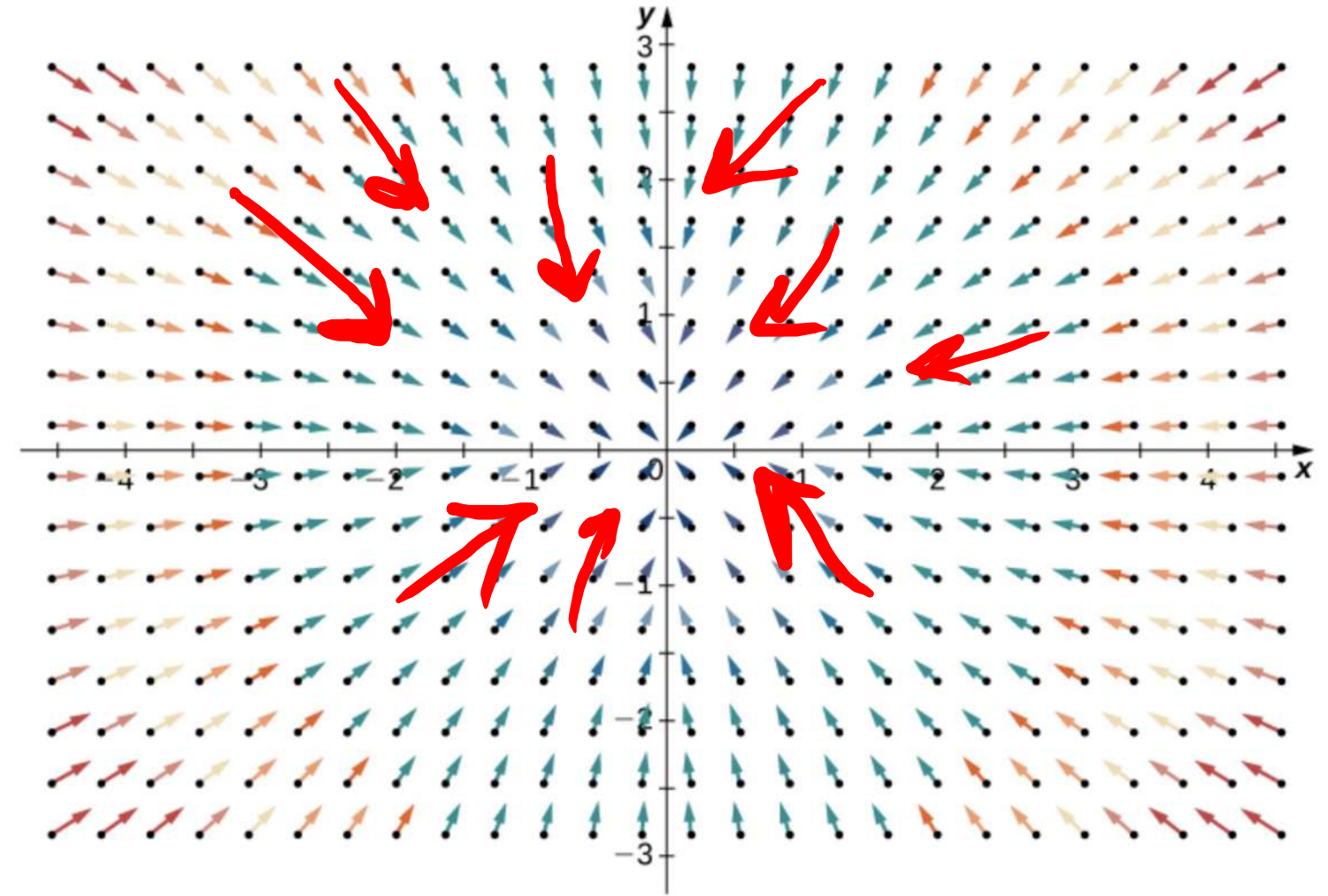
গাণিতিক সমস্যা

$\vec{F} = -x\hat{i} - y\hat{j}$ এর Divergence ও Curl নির্ণয় করো।

$$\nabla \cdot \vec{F} = -1 - 1 = -2$$

convergence

$$\nabla \times \vec{F} = \underline{0}$$



গাণিতিক সমস্যা

$\vec{F} = -y\hat{i} + x\hat{j}$ এর Divergence ও Curl নির্ণয় করো।

$$\nabla \cdot \vec{F} = 0 + 0 = 0$$

$$\nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -y & x & 0 \end{vmatrix}$$
$$= 2\hat{k}$$

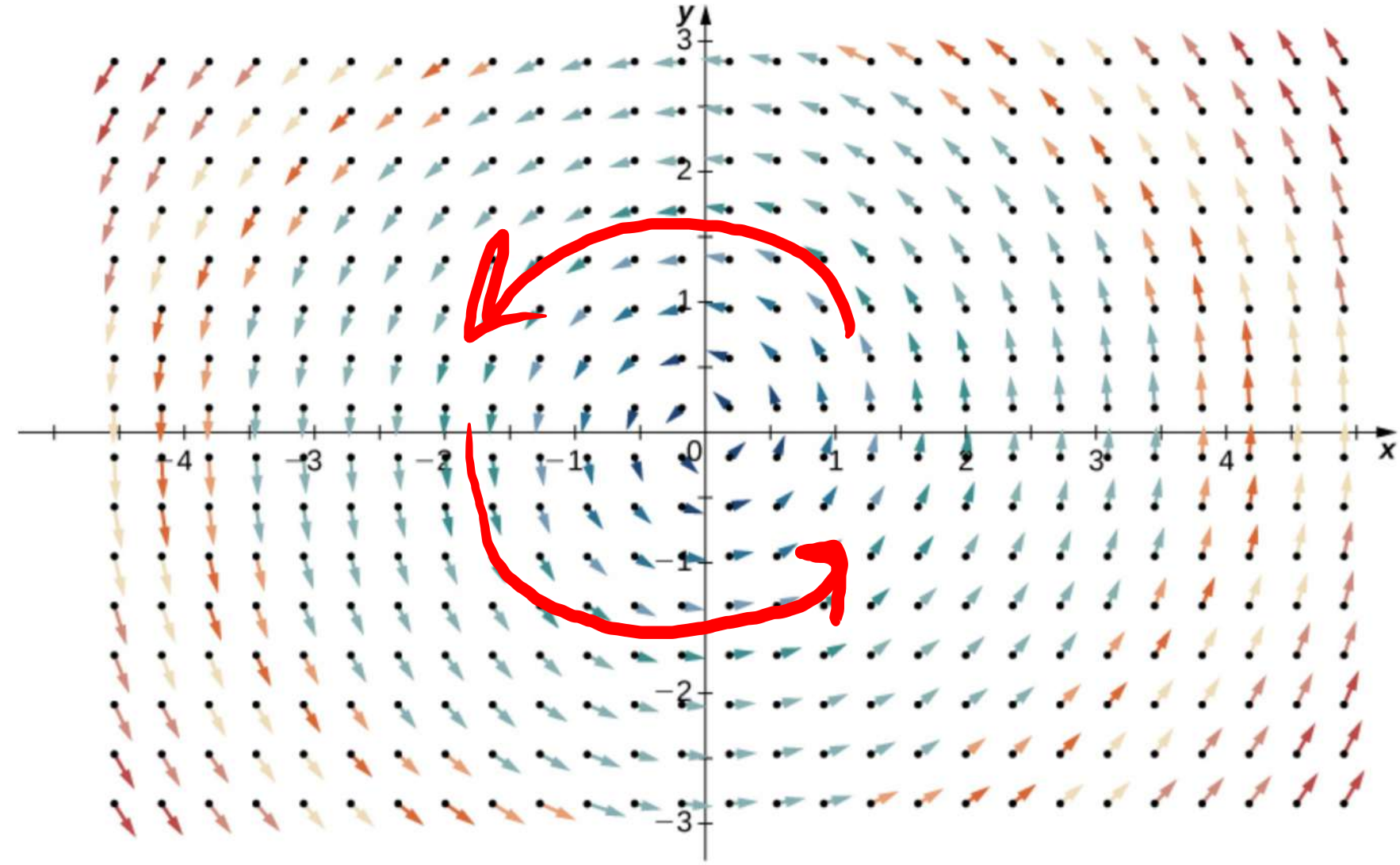


Image Sources

1. <https://en.wikipedia.org/wiki/Gradient>
2. <https://openstax.org/books/calculus-volume-3/pages/6-5-divergence-and-curl>

Poll Question-01

কোনটি ভেক্টর রাশি?

- (a) তড়িৎ প্রবাহ
- (b) ক্ষেত্রফল
- (c) একটিও না

Poll Question-02

দুটি ভেক্টর রাশির মান যথাক্রমে 5 ও 10 একক। এদের লব্ধীর মান কত হওয়া সম্ভব নয়?

- (a) 3
- (b) 5
- (c) 7

Poll Question-03

দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ বাড়ালে লব্ধির মান [যখন, $\theta < 180^\circ$] -

- (a) বাড়ে
 - (b) কমে
 - (c) অপরিবর্তিত
- থাকে

Poll Question-04

নৌকার বেগ $5ms^{-1}$ এবং স্রোতের বেগ $10ms^{-1}$ । সোজা নদী পার হতে কত কোণে নৌকা চালাতে হবে?

- (a) 120
- (b) 90
- (c) 60
- (d) কোনটিই নয়

Poll Question-05

একটি গাড়ীর কাঁচে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে বৃষ্টি পরছে। বৃষ্টির বেগ বৃদ্ধি পেলে, গাড়ীর সাপেক্ষে বৃষ্টির অনুভূমিকের সাথে কোণ-

- (a) বাড়বে
- (b) কমবে
- (c) অপরিবর্তিত থাকবে

Poll Question-06

দুটি ভেক্টর A ও B সমান্তরাল হলে কোনটি সঠিক-

- (a) $A \cdot B = 0$
- (b) $A \times B = 0$
- (c) $A = mB$ যেখানে m একটি স্কেলার
- (d) b ও c উভয়ই সঠিক

Poll Question-07

দুটি ভেক্টর $3i + 5j - 2k$ ও $-6i + mj - 4k$ সমান্তরাল হবে যদি m এর মান-

- (a) -10
- (b) 10
- (c) a ও b উভয়ই
- (d) কোনটিই নয়

Poll Question-08

দুটি ভেক্টর A ও B এর ক্ষেত্রে $(A + B) \cdot (A \times B) = ?$

(a) 0

(b) $(AB)^2$

(c) কোনটিই নয়

Poll Question-09

তড়িৎ ক্ষেত্র একটি সংরক্ষণশীল ভেক্টর হলে
কোনটি সঠিক?

- (a) গ্রেডিয়েন্ট = 0
- (b) ডাইভারজেন্স = 0
- (c) কার্ল = 0

Poll Question-10

কোনটির ডাইভারজেন্স নির্ণয় সম্ভব নয়-

- (a) Velocity field
- (b) Magnetic field
- (c) Temperature field

না বুঝে মুখস্থ করার অভ্যাস
প্রতিভাকে ধ্বংস করে।