

ইঞ্জিনিয়ারিং এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

# পদার্থবিজ্ঞান

লেকচার : P-02

অধ্যায় ৩ : গতিবিদ্যা



# তাৎক্ষণিক বেগ ও তাৎক্ষণিক ত্বরণ

যদি  $s(t)$  কোনো বস্তুর যেকোনো সময়ের সরণ  
প্রকাশ করে তবে তাৎক্ষণিক বেগ,

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$$

যেকোনো মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ  $v(t)$  হলে  
তার তাৎক্ষণিক ত্বরণ,

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2s(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow s(t) = \int v(t) dt$$

মানে  $v$  বনাম  $t$  লেখচিত্রের ফ্রেফল  
মোট সরণ নির্দেশ করে!

$$\Rightarrow v(t) = \int a(t) dt$$

# গড় বেগ

কোনো বস্তুকণার গড়বেগ এর সূত্র,  $\bar{v} = \frac{\text{মোট সরণ}}{\text{মোট অতিবাহিত সময়}}$

গড় দ্রুতি,  $\bar{v} = \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{মোট অতিবাহিত সময়}}$

$$\bar{v} = \frac{u+v}{2}$$

যদি বস্তুটি সুষম ত্বরণে চলমান থাকে,  $\bar{v} = \frac{\text{আদিবেগ} + \text{শেষবেগ}}{2}$

# Problem - 01

একটি বস্তুর গতির সমীকরণ

$$v = 3t^2 + 4t$$

i.  $t = 2 \text{ sec}$  -এ ত্বরণ কত?

iii.  $t = 2 \text{ sec}$  হতে  $t = 4 \text{ sec}$  সময়ে গড় বেগ কত?

$$\text{i)} a = \frac{\partial v}{\partial t} = 6t + 4$$

$$\begin{aligned} a_{(2)} &= 6 \times 2 + 4 \\ &= 16 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

ii.  $t = 2 \text{ sec}$  হতে  $t = 4 \text{ sec}$  সময়ে সরণ কত?

iv.  $5^{\text{th}}$  sec -এ সরণ কত?

$$\text{ii)} s = \int_2^4 (3t^2 + 4t) dt = [t^3 + 2t^2]_2^4$$

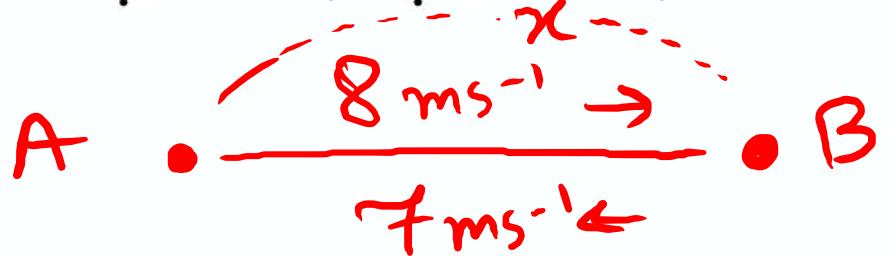
$$s = 80 \text{ m}$$

$$\text{iii)} \frac{80}{4-2} = 40 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{iv)} s = \int_4^5 (3t^2 + 4t) dt = 79 \text{ m}$$

## Problem - 02

একজন ব্যক্তি A স্থান থেকে B স্থানে  $8 \text{ m/s}$  সমবেগে যান এবং B থেকে A -তে  $7 \text{ m/s}$  বেগে ফেরত আসেন।  
যাত্রাপথে তার গড়বেগ কত? গড় দ্রুতি কত?

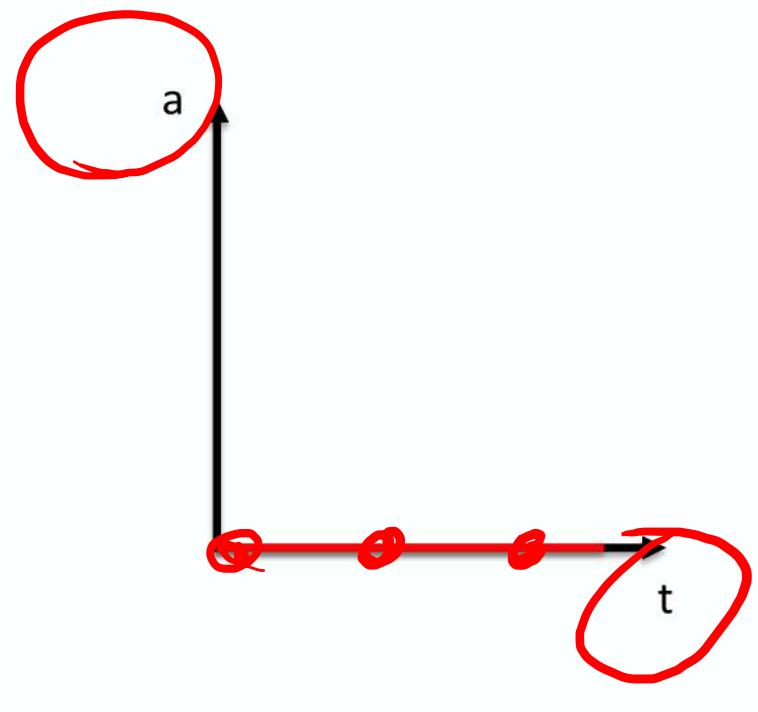
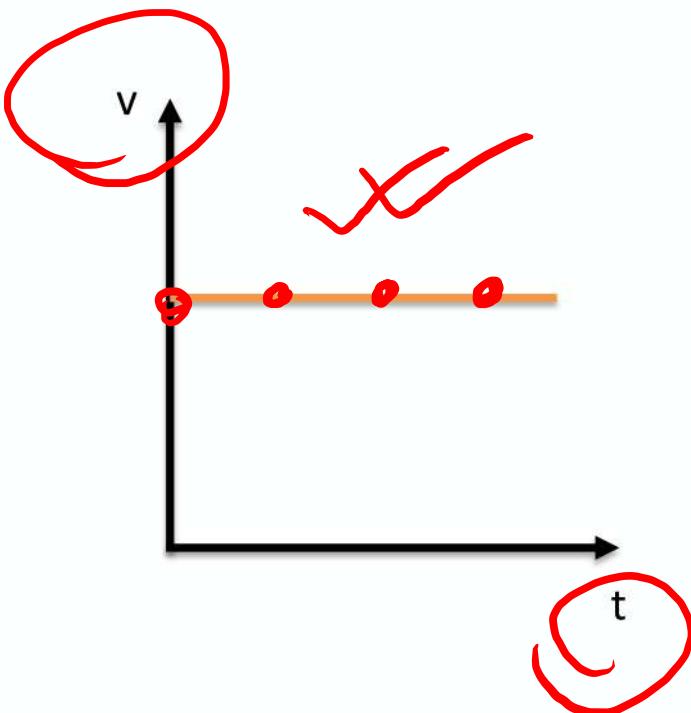
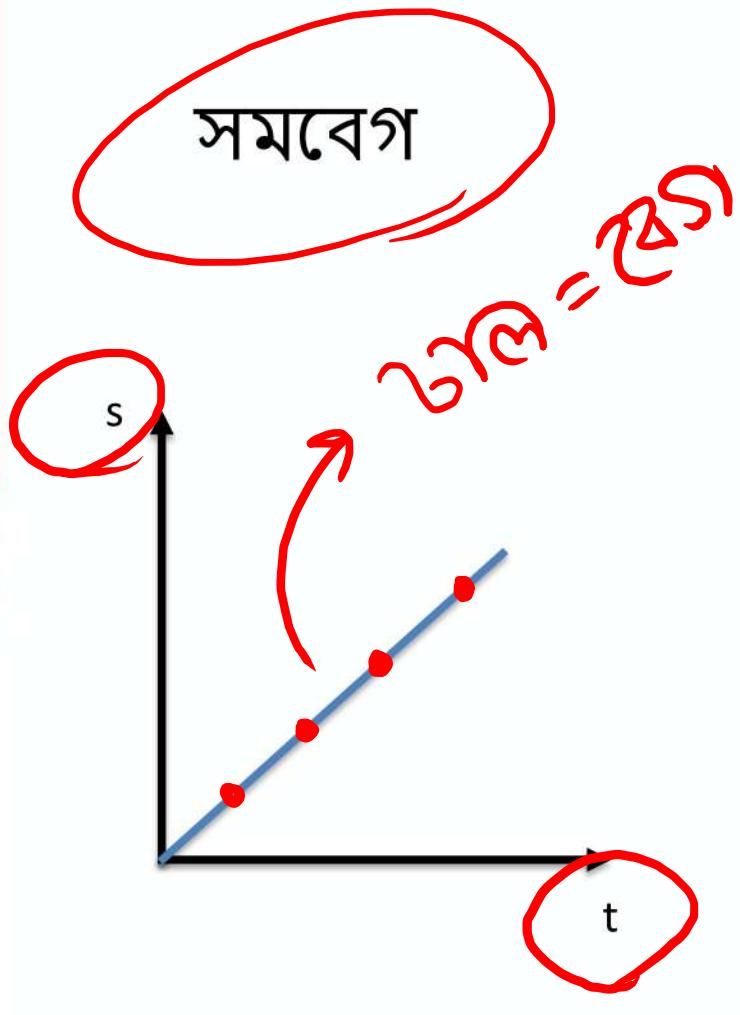


$$\begin{aligned} \text{গড় দ্রুতি} &= \frac{d}{t} = \frac{x+x}{\frac{x}{8} + \frac{x}{7}} \\ &= \frac{2}{\frac{1}{8} + \frac{1}{7}} \\ &= 7.47 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{গড়বেগ} = \frac{s}{t} = \frac{0}{t} = 0$$

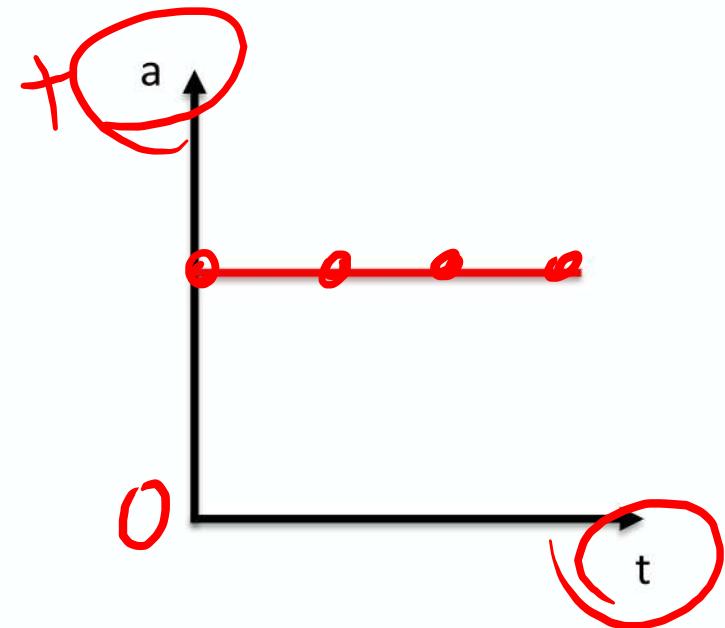
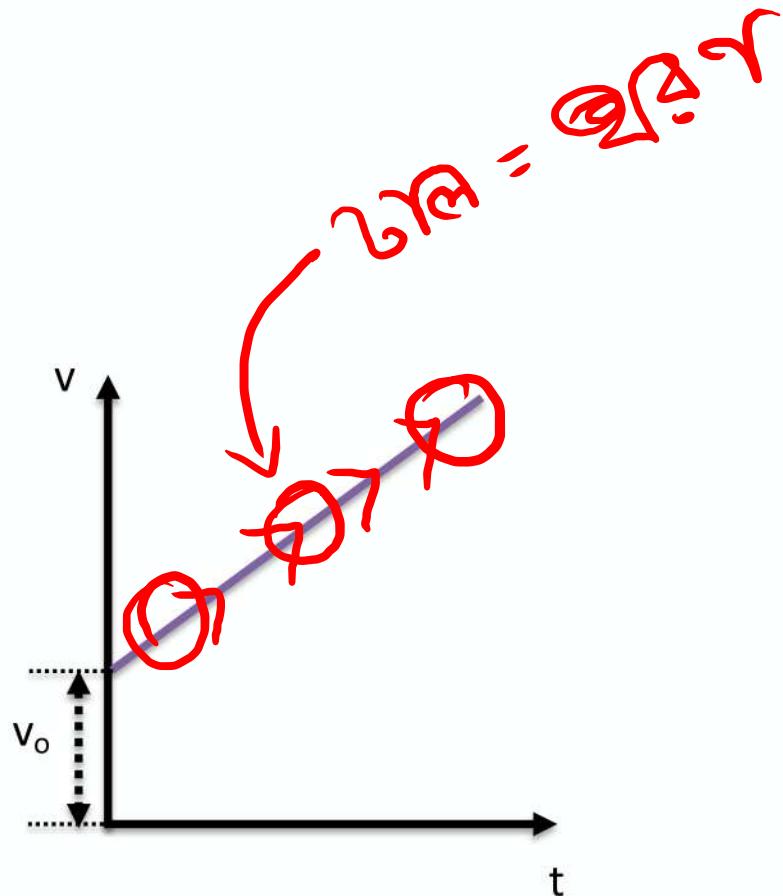
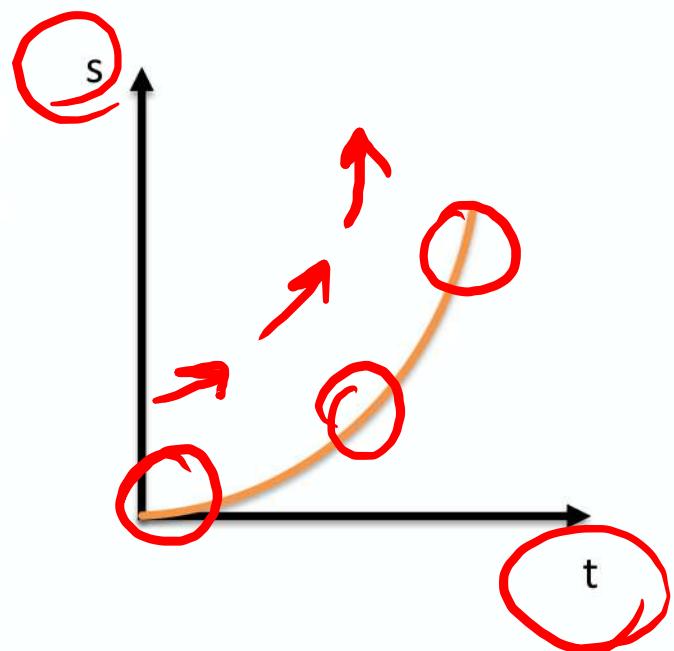
$$t = \left( \frac{x}{8} + \frac{x}{7} \right)$$

# লেখচিত্র



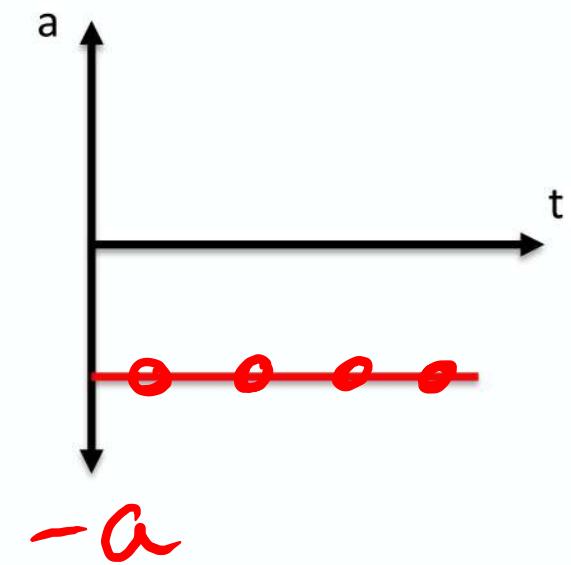
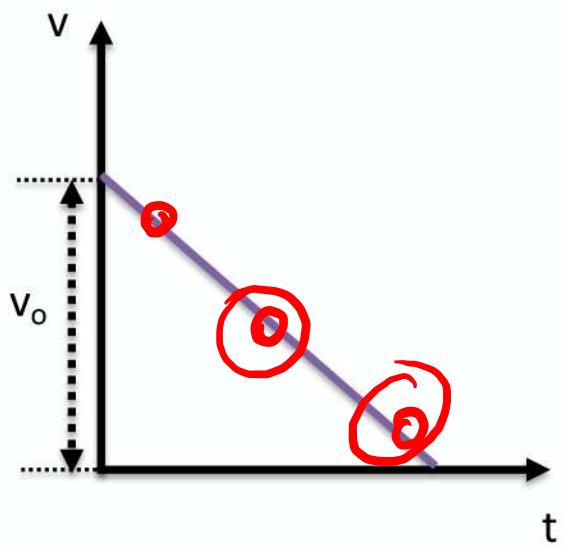
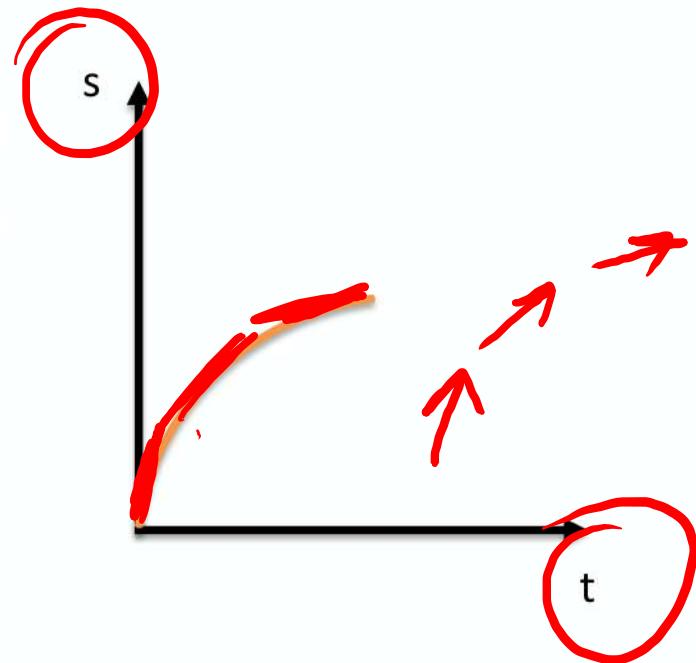
# লেখচিত্র

সমত্বরণ



# লেখচিত্র

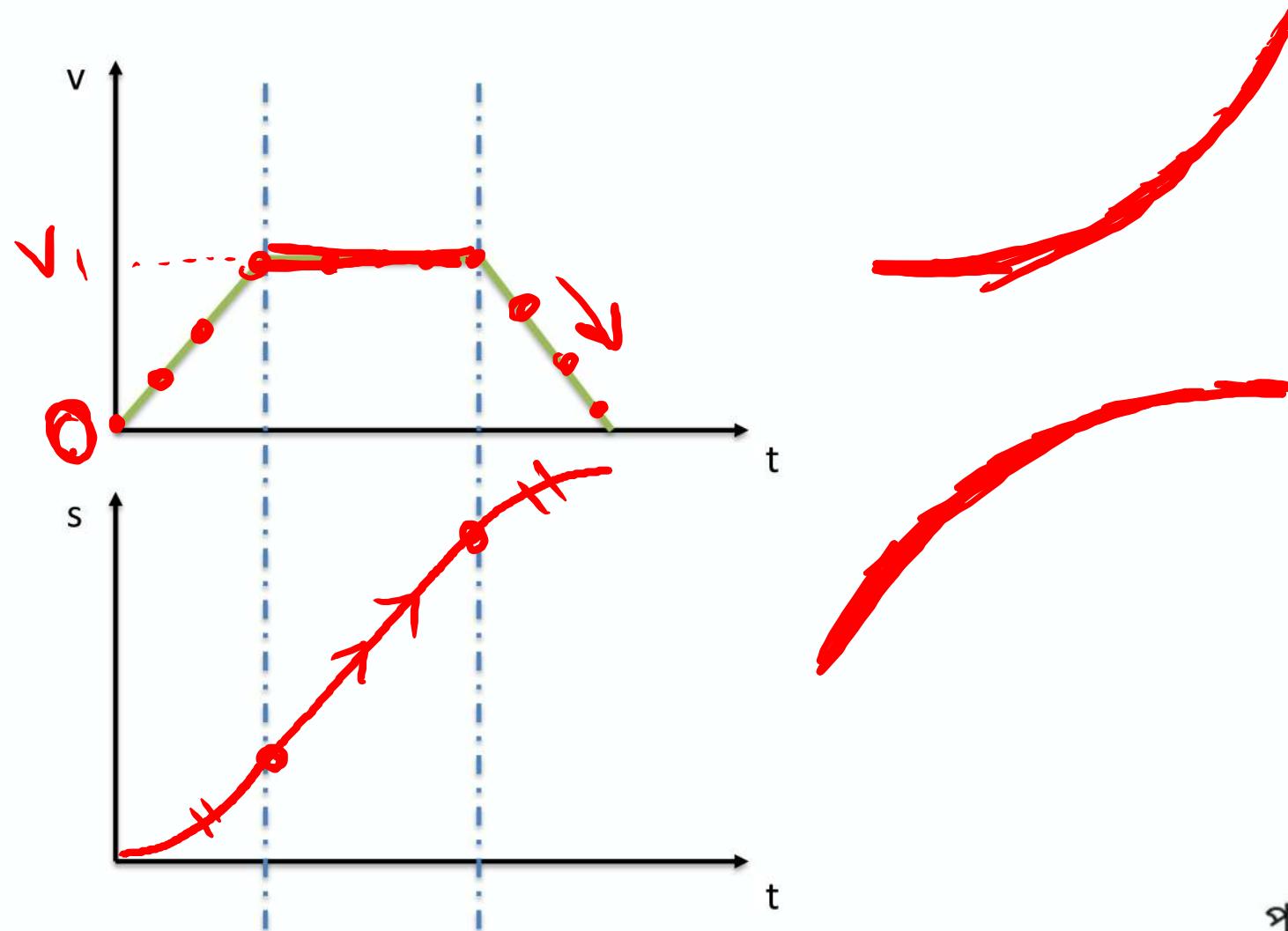
সমমন্দন



## Problem - 03

v বনাম t গ্রাফ দেওয়া আছে

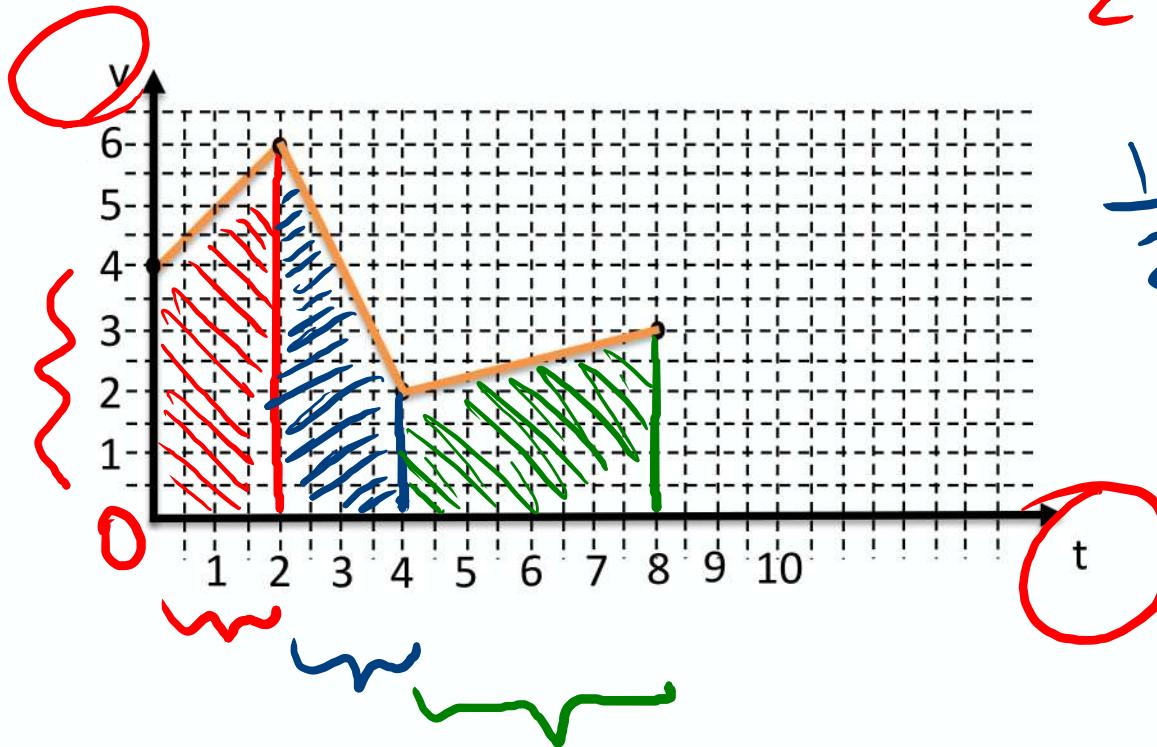
s বনাম t গ্রাফ আঁক



## Problem - 04

প্রথম ৬ sec -এ সরণ কত?

8 sec



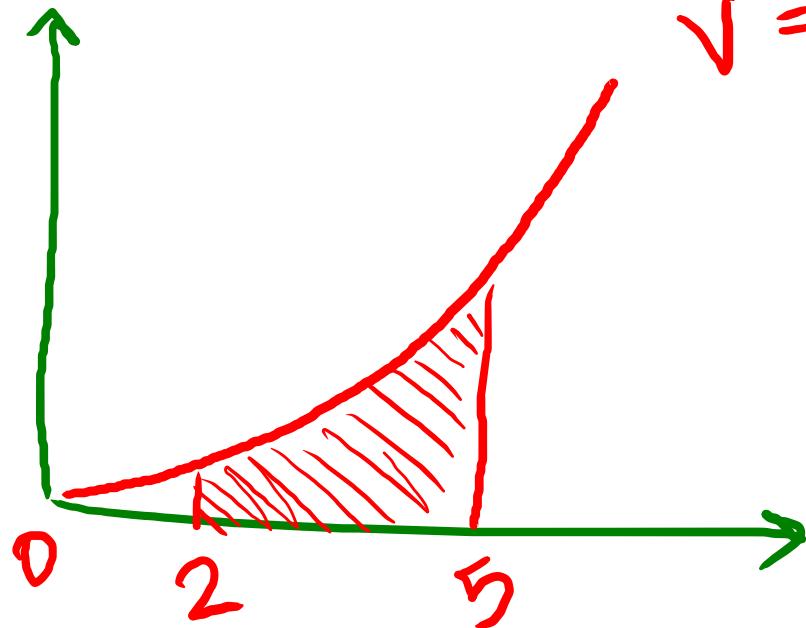
$$\frac{1}{2}(4+6)2 = 10$$

$$\frac{1}{2}(6+2)2 = 8$$

$$\frac{1}{2}(2+3)4 = 10$$

$$S = 10 + 8 + 10 \\ = 28 \text{ m}$$

✓



$$v = t^2$$

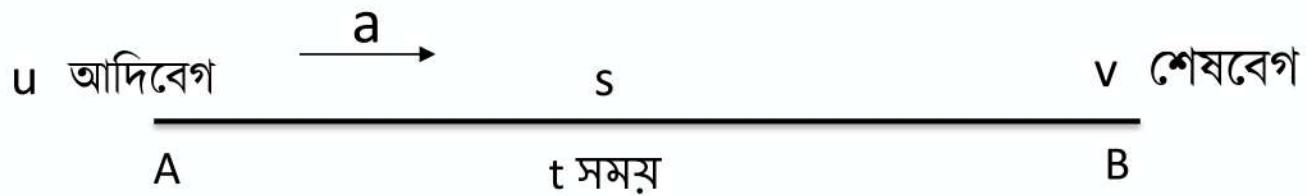
କେବଳ 5 ମେଟ୍ରୋମୀଟର  
ଯାଏଗଲା?

$$s = \int_{2}^{5} v dt$$

$$= \int_{2}^{5} t^2 dt$$

$$= 39$$

# গতির সাধারণ সমীকরণসমূহ



$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$$

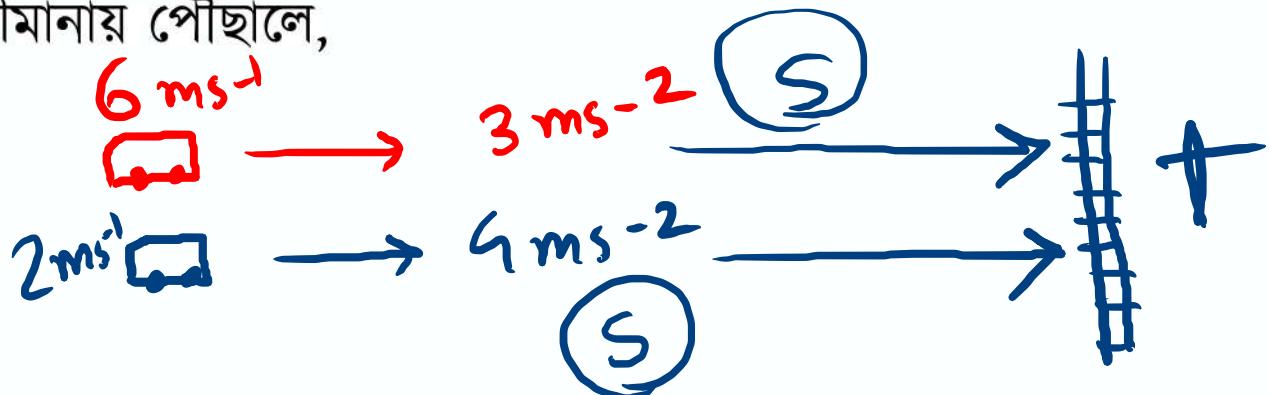
বস্তু সমবেগে গতিশীল থাকলে,

$$s = vt$$

# Practice Problem

দুইটি গাড়ি একই স্থান থেকে যথাক্রমে  $6 \text{ ms}^{-1}$  ও  $2 \text{ ms}^{-1}$  আদিবেগ এবং  $3 \text{ ms}^{-2}$  ও  $4 \text{ ms}^{-2}$  ত্বরণ নিয়ে প্রতিযোগীতা শুরু করে। এরা একইসাথে শেষ সীমানায় পৌঁছালে,

- কতক্ষণ সময় ধরে প্রতিযোগীতা হয়েছিল?
- শুরুর স্থান থেকে শেষ স্থান কত দূরে?



ধরি,  $t$  সময় পর  $s$  দূরত্বে শেষ সীমানায় একসাথে পৌঁছায়।

১ম গাড়িতে,

$$s = 6t + \frac{1}{2} * 3 * t^2$$

২য় গাড়িতে,

$$s = 2t + \frac{1}{2} * 4 * t^2$$

সমীকরণদ্বয় হতে,

$$6t + \frac{3}{2}t^2 = 2t + 2t^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}t^2 - 4t = 0$$

$$\Rightarrow t(t - 8) = 0$$

$$\Rightarrow t = 0, 8$$

এখানে  $t = 8 \text{ sec}$  প্রতিযোগীতার সময়কাল নির্দেশ করে।

দূরত্ব,

$$s = 6 * 8 + \frac{3}{2} * 64$$

$$\Rightarrow s = 144 \text{ m}$$

## Problem - 05

স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে 1m দূরত্ব অতিক্রম করে। এটি গতির শেষ সেকেন্ডে মোট দূরত্বের  $\frac{3}{4}$  অংশ অতিক্রম করে। অতিক্রান্ত দূরত্ব ও সময় নির্ণয় কর।

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$1 = 0 + \frac{1}{2}a(1)^2$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ ms}^{-2}$$

বলুন ৩.৮৮৭ = t

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 t^2$$

$$S = t^2$$

$$t^2 \cdot \frac{3}{4} = u + \frac{1}{2}a(2t-1) \Rightarrow \frac{3t^2}{4} = 2t - 1$$

$$\Rightarrow 3t^2 = 8t - 4$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 8t + 4 = 0$$

~~t = 2, 2/3~~

$$S = t^2 = 4$$

# Practice Problem

একটি বস্তু <sup>a</sup> সমত্বরণে চলে  $3^{\text{rd}}$  ও  $7^{\text{th}}$  সেকেন্ডে যথাক্রমে  $18\text{m}$  ও  $26\text{m}$  দূরত্ব অতিক্রম করে।  
দশম সেকেন্ডে এর সরণ কত?

$$S = u + \frac{1}{2}a(2t-1)$$

ধরি, আদিবেগ  $u$   
 ত্বরণ  $a$

$3^{\text{rd}}$  second এর ক্ষেত্রে,

$$18 = u + \frac{1}{2}a(2 * 3 - 1)$$

$$\Rightarrow 36 = 2u + 5a$$

$7^{\text{th}}$  second এর ক্ষেত্রে,

$$26 = u + \frac{1}{2}a(2 * 7 - 1)$$

$$\Rightarrow 52 = 2u + 13a$$

সমীকরণদ্বয় হতে পাই,

$$52 - 36 = 13a - 5a$$

$$\Rightarrow 16 = 8a$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ ms}^{-2}$$

$a$  এর মান বসিয়ে,

$$36 = 2u + 5 * 2$$

$$\Rightarrow u = 13 \text{ ms}^{-1}$$

তাহলে দশম সেকেন্ডের সরণ,

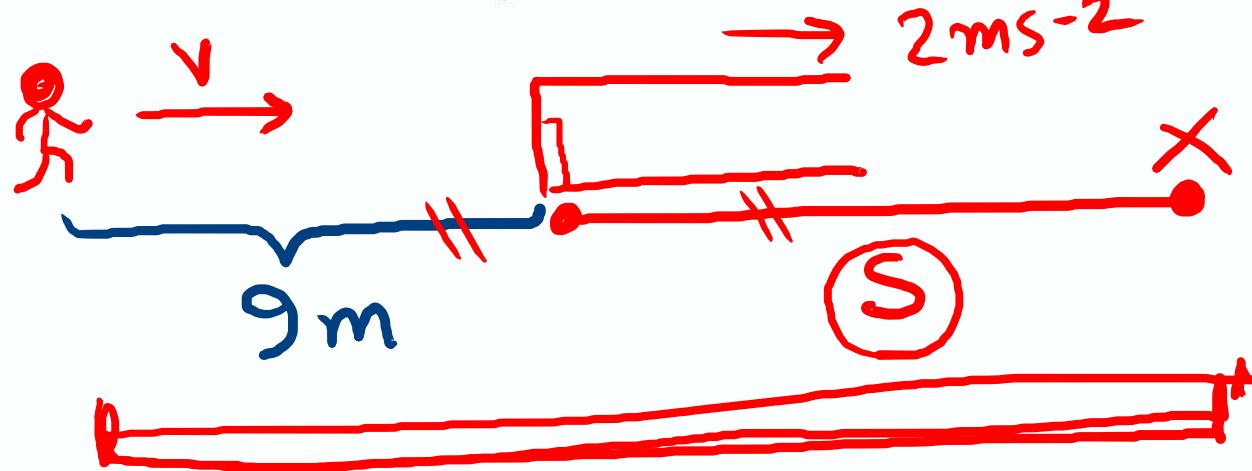
$$S_{10} = 13 + \frac{1}{2} * 2 * (2 * 10 - 1)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 32 \text{ m}$$

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

## Problem - 06

কোনো ব্যক্তি ট্রেনের দরজা থেকে 9 m দূরে থাকা অবস্থায় ট্রেনটি স্থিরাবস্থা থেকে  $2\text{ms}^{-2}$  ত্বরণে চলতে শুরু করে। সাথে সাথে ব্যক্তিটি সমবেগে দৌড়ানো শুরু করেন। ট্রেন ধরতে চাইলে ন্যূনতম বেগ কত হতে হবে? [BUET '09-'10]



$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$1 = 0 + \frac{1}{2} \times 2t^2$$

$$S = t^2$$

$$\frac{9+S}{vt} = \frac{9+t^2}{vt} \Rightarrow t^2 - vt + 9 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{বিশ্লেষণ} \rightarrow (-v)^2 - 4 \times 1 \times 9 \geq 0 \Rightarrow v \geq 6$$

## Problem - 07

$200 \text{ ms}^{-1}$  বেগে কোনো বুলেট  $50\text{cm}$  পুরু কোনো কাঠের ব্লককে কোনোরকমে ভেদ করতে পারে।  $40\text{cm}$  পুরু কাঠের ব্লক ভেদ করার পর তার বেগ কত হবে?

$$\underline{E_K = \frac{1}{2} m(200)^2} \quad \checkmark$$

ঐক্যবিদ্যা

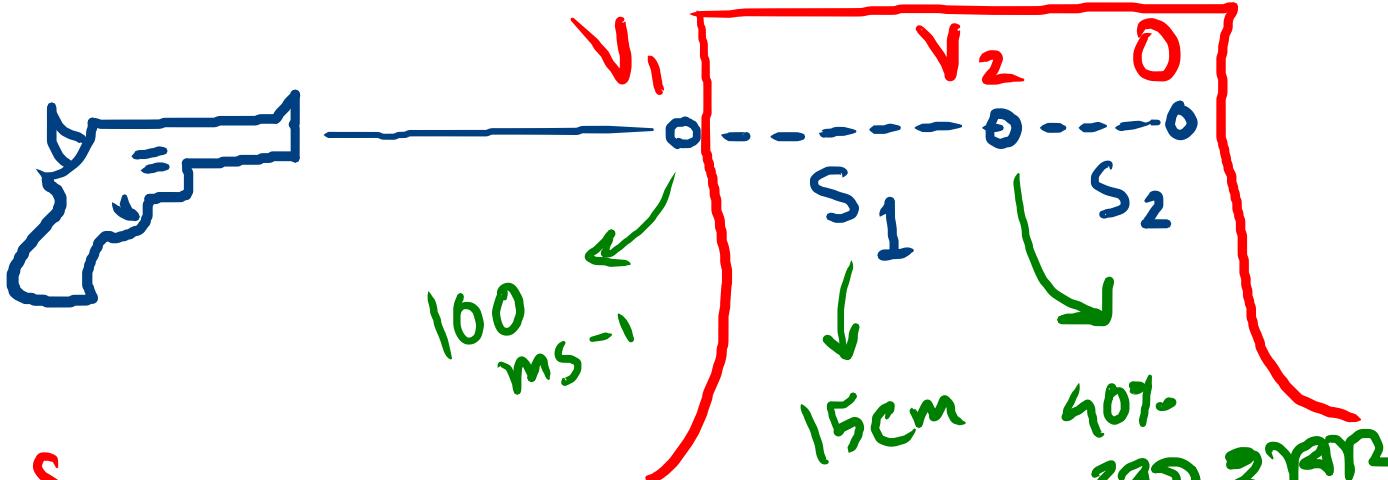
[RUET '06-'07]

$$\begin{array}{ccc} \underline{50\text{cm}} & \longrightarrow & E_K \\ \underline{40\text{cm}} & \xrightarrow{\text{ভেদ}} & \frac{E_K}{50} \times 40 = \frac{1}{5} E_K \end{array}$$

অমিত্য

$$\underline{E_K - \frac{1}{5} E_K = \frac{1}{5} E_K}$$

$$\underline{\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} m(200)^2} = \underline{\frac{1}{2} \times m \times V^2} \Rightarrow V = 40\sqrt{5}$$



$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{100}{60} = \frac{5}{3}$$

$$s_2 = \frac{s_1}{n^2 - 1}$$

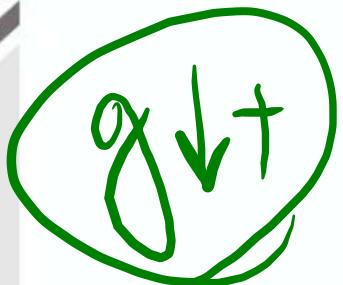
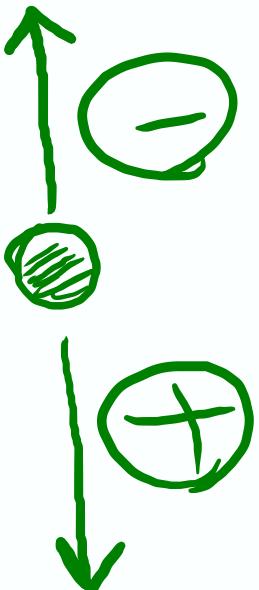
$$= \frac{15 \text{ cm}}{\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1} = 8.43 \text{ cm}$$

\*  $v_1 = 120 \text{ ms}^{-1}$

$s_1 = 10 \text{ cm}$  ক্ষেত্র  $50 \text{ ms}^{-1}$ -এ  
বৃত্তি সাধ্য

$$v_2 = 50$$

# পড়ান্ত বস্তু

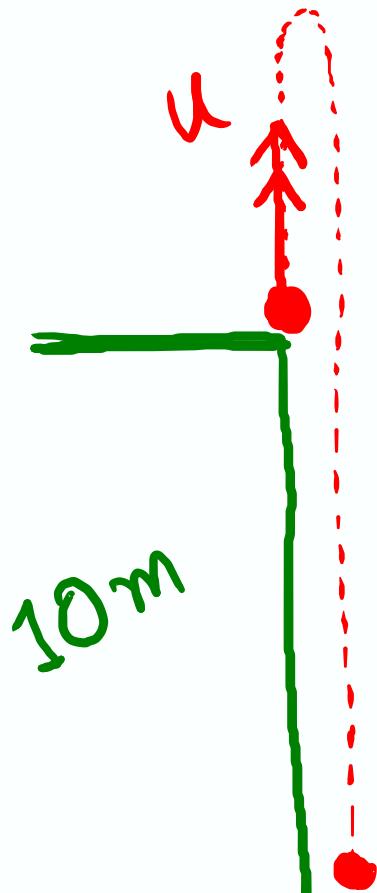


## Problem - 08

একটি বাড়ির ছাদ থেকে একটি পাথরখন্দ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল এবং 5s পর মাটিতে পড়ার আগের মুহূর্তে ক্যাচ করা হল। বাড়ির উচ্চতা 10m হলে নিক্ষেপণ বেগ কত? তুলিত আঘাতের বেগ কত?

২১৩

+ ✓



$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$10 = u(5) + \frac{1}{2}(9.8)(25)$$

$$10 = u(5) + \frac{1}{2}(9.8)(25)$$

$$u = -22.5 \text{ ms}^{-1}$$

$$V = u + at$$

$$= -22.5$$

$$+ 9.8 \times 5$$

$$= 26.5$$

$$\text{ms}^{-1}$$

## Problem - 09

একটি সমবেগে উর্ধ্বগামী বেলুন  $4.5 \text{ sec}$  সমবেগে উঠার পর বেলুন থেকে একটি বস্তু আলাদা হয়ে নিচে পড়ে যায়। এটি  $7\text{sec}$ -এ ভূমিতে এসে পড়লে বেলুনের বেগ কত? কত উচ্চতায় মুক্ত হয়েছিল?

The diagram shows a vertical line representing a string. At the top, there is a blue circle representing a ball. A vertical arrow labeled  $u$  points upwards from the ball. A red dashed line extends downwards from the ball, labeled  $4.5+u$ . At the bottom of the string, there is another blue circle. A vertical arrow points downwards from this circle. To the right of the string, there is a horizontal dashed line. Above this line, the text  $t = 7\text{sec}$  is written above a circled downward-pointing arrow. Below the horizontal line, the equation  $+(-4.5u) = -(u \times 7) + (\frac{1}{2} \times 9.8 \times 7^2)$  is shown, with the term  $+(-4.5u)$  underlined twice.

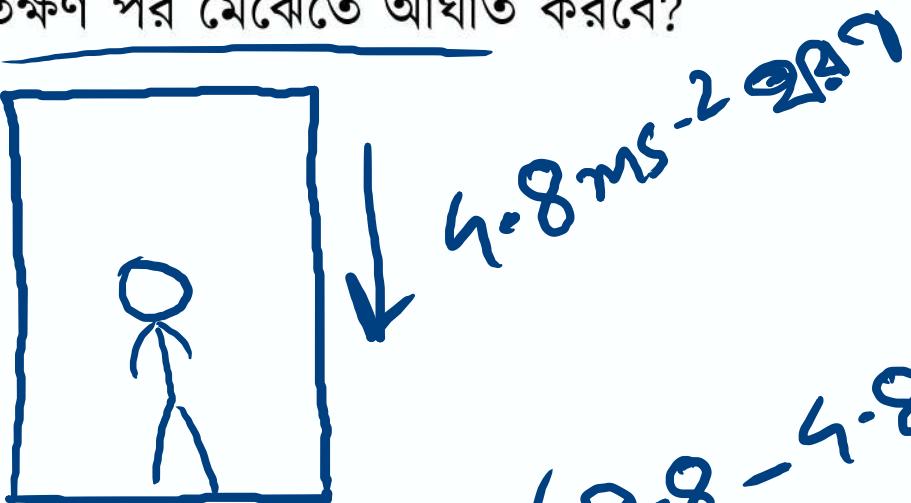
$$+(-4.5u) = -(u \times 7) + \left(\frac{1}{2} \times 9.8 \times 7^2\right)$$

$$u = 20.88$$

$$4.5 \times 20.88 = 93.96 \text{ m}$$

## Problem - 10

একটি লিফট  $4.8 \text{ ms}^{-2}$  ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মেঝের  $2\text{m}$  উপর থেকে একটি বল নিচে ছেড়ে দিলে এটি কতক্ষণ পর মেঝেতে আঘাত করবে?



$$a = (9.8 - 4.8) = 5 \text{ ms}^{-2}$$

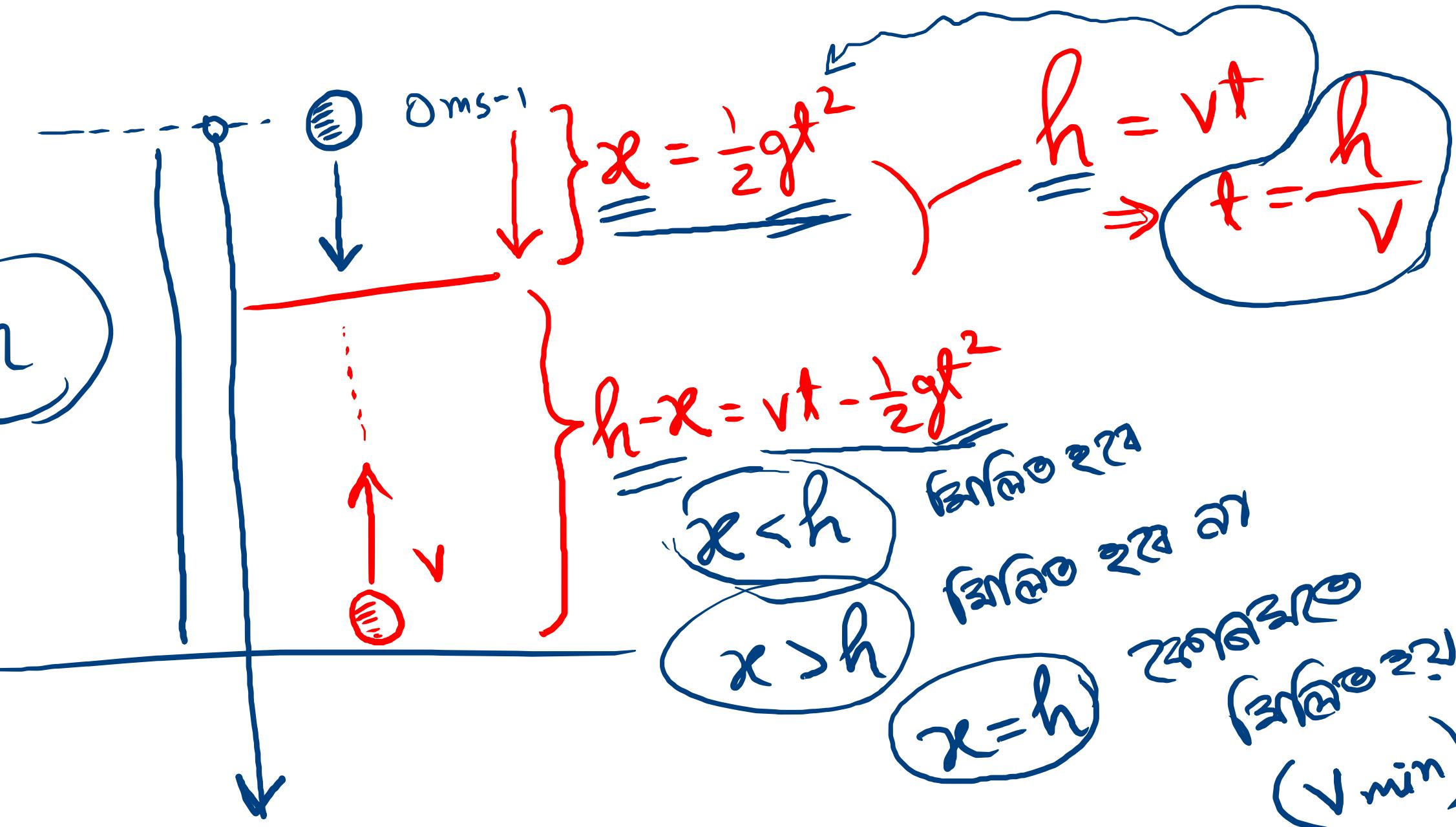
$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

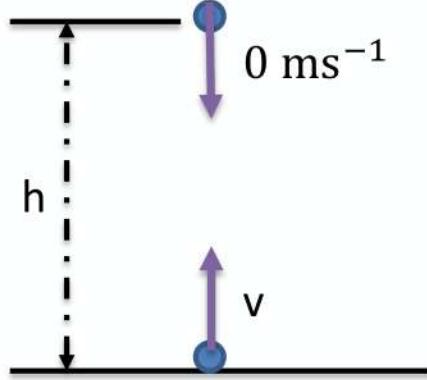
$$2 = 0 + \frac{1}{2}5 t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

\*

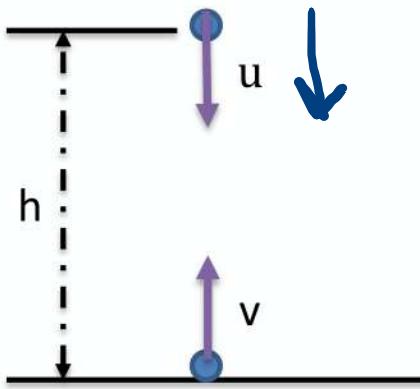
$$h$$





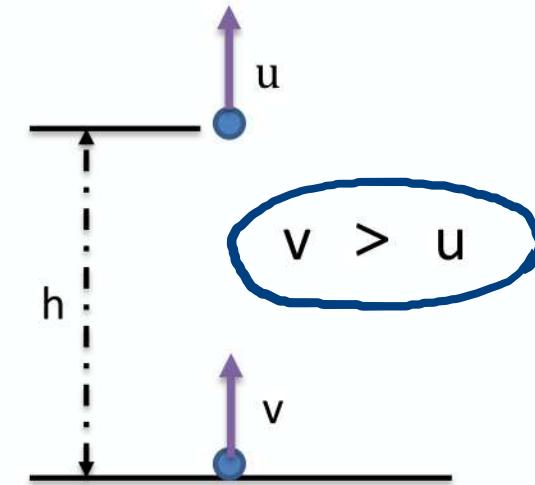
$$t = \frac{h}{v}$$

$$x = \frac{1}{2}gt^2$$



$$t = \frac{h}{v+u}$$

$$x = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

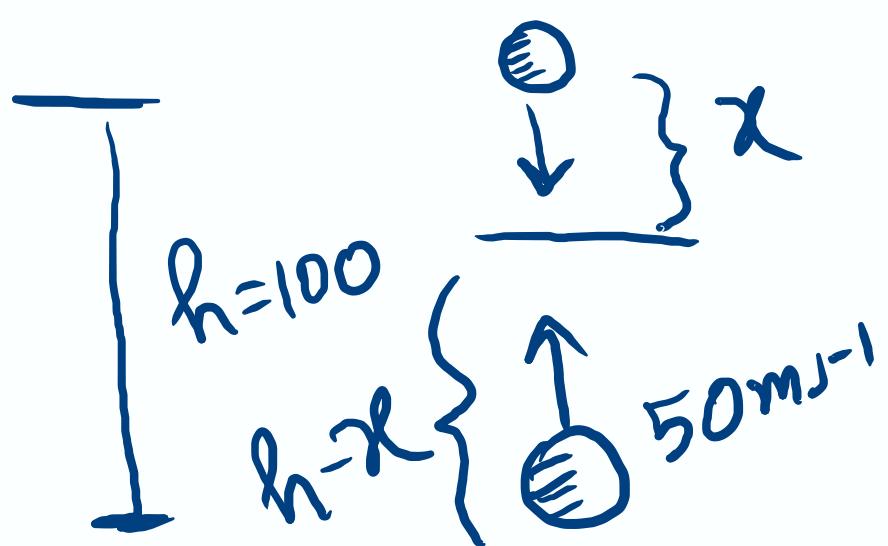


$$t = \frac{h}{v-u}$$

$$x = -ut + \frac{1}{2}gt^2$$

## Problem - 11

100 m উচ্চতা হতে একটি বস্তু ছেড়ে দেয়া হল এবং একইসাথে পাদদেশ থেকে 50  $ms^{-1}$  বেগে একটি বস্তু উপরে নিষ্কেপ করা হল। এরা কতক্ষণ পর এবং কোথায় মিলিত হবে? [like KUET '11 - '12]



$$t = \frac{h}{v} = \frac{100}{50} = 2 \text{ sec}$$

$$x = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4 \\ = 19.6 \text{ m}$$

$$h-x = 100 - 19.6 = 80.4 \text{ m}$$

\*  $v = \sqrt{2gh}$   $\Rightarrow$   $v_0 = \sqrt{2gh_0}$ ?

$$x = 100 = \frac{1}{2} gt^2$$
$$\Rightarrow 4.52 = t$$

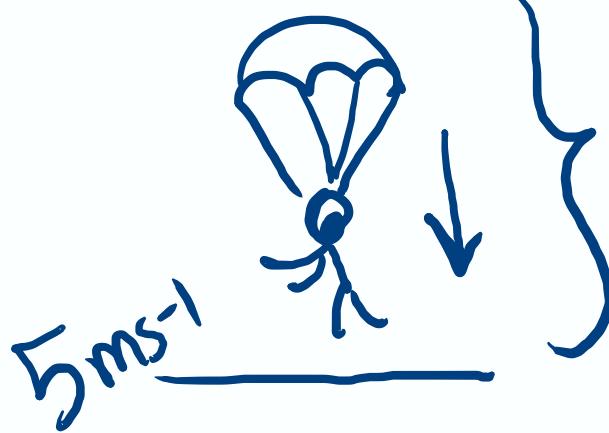
$$t = \frac{h}{v}$$

$$v_{\min} = \frac{h}{t} = \frac{100}{4.52}$$
$$= 22.13$$

## Problem - 12

একজন স্কাইডাইভার মুক্তভাবে  $50\text{ m}$  পতনের পর প্যারাসুট খুলেন। এর ফলে তার গতি হ্রাসের হার হয়  $5\text{ ms}^{-2}$ . তিনি  $5\text{ ms}^{-1}$  বেগে ভূমিতে পৌঁছান। কত উচ্চতায় মুক্ত হয়েছিলেন? [BUET '11-'12]

$$v^2 = u^2 + 2as$$



$$v_i^2 = 0^2 + 2g(50)$$

$$\underline{v_i^2 = 980}$$

$$5^2 = v_i^2 + 2 \times (-5)h$$

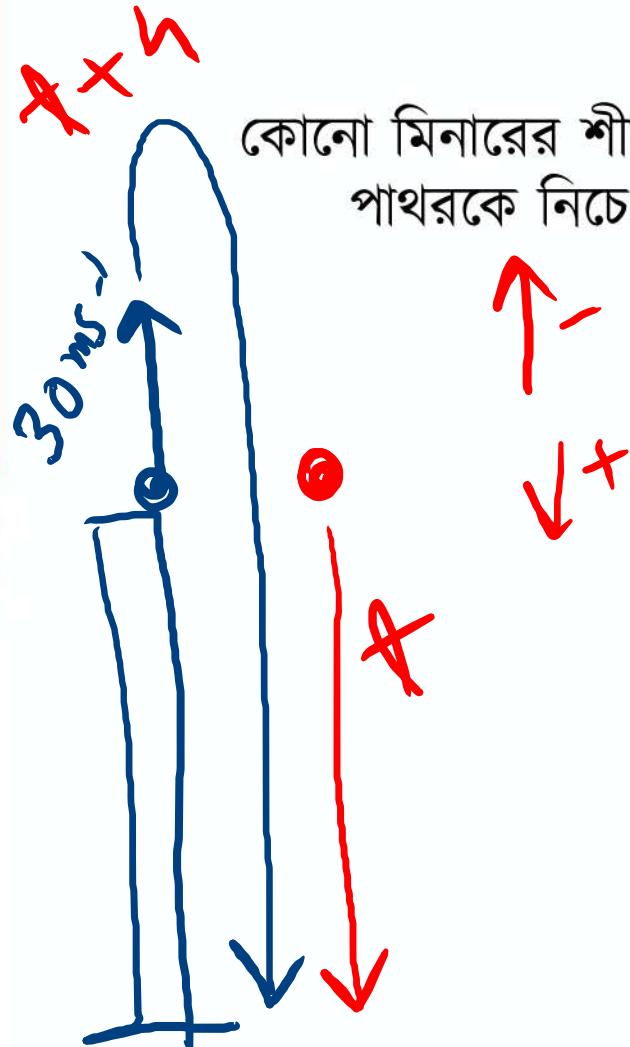
$$h = 95.5\text{ m}$$

$$H = 145.5$$

}  $50$

}  $95.5$

# Practice Problem



কোনো মিনারের শীর্ষ থেকে একটি পাথর  $30 \text{ m/s}$  বেগে উপরে নিক্ষেপ করা হল।  $4\text{sec}$  পর একটি পাথরকে নিচে ছেড়ে দেয়া হল। এরা একই সঙ্গে ভূমি স্পর্শ করলে মিনারের উচ্চতা কত?

$$[g = 10 \text{ ms}^{-2}]$$

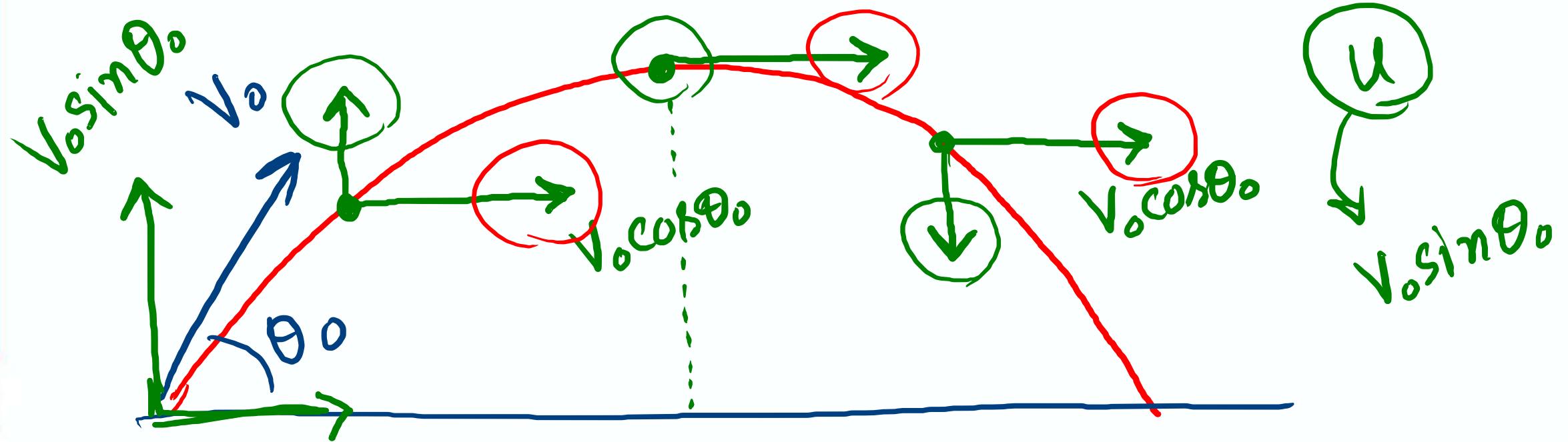
ধরি দ্বিতীয় পাথরের পতনকাল  $t \text{ sec}$   
দ্বিতীয় পাথরের জন্য,

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

প্রথম পাথরের জন্য,

$$\begin{aligned} h &= -30(t+4) + \frac{1}{2}g(t+4)^2 \\ \Rightarrow 5t^2 &= -30t - 120 + 5(t^2 + 8t + 16) \\ \Rightarrow t &= 4\text{s} \end{aligned}$$

$$\text{মিনারের উচ্চতা, } h = \frac{1}{2} * 10 * 4^2 = 80 \text{ m}$$



$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

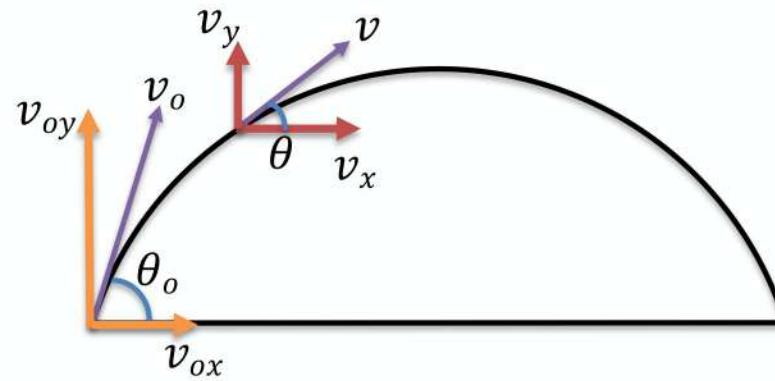
$$T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$$



ডাম

একাডেমিক এন্ড এডুকেশন কেন্দ্র

# প্রাস



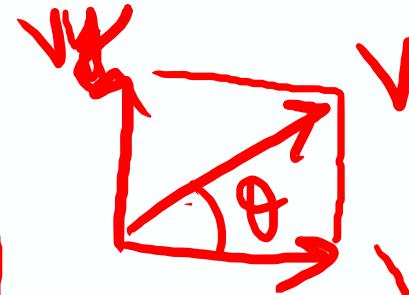
t সময় পর বেগ,

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$$

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \theta_0 - gt$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x}$$



$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

নিষ্কেপণ বেগ

$v_0$  ✓

নিষ্কেপণ কোণ

$\theta_0$  ✓

আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশ

$v_{0x}$

আদিবেগের উলম্ব উপাংশ

$v_{0y}$

t সময় পর সরণ/অবস্থান,

$$x = v_0 \cos \theta_0 t$$

$$y = v_{0y} * t - \frac{1}{2} * g * t^2$$

$$= v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

# প্রাস

প্রাসের পরাবৃত্তিক গতিপথের  
সমীকরণ :

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \theta_0}$$

প্রাসের অবস্থানের সাথে পাণ্ডার  
সম্পর্ক :

$$y = x \tan \theta_0 \left(1 - \frac{x}{R}\right)$$

প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2 g}$$

প্রাসের উড়েয়নকাল,

$$T = \frac{2 v_0 \sin \theta_0}{g}$$

প্রাসের অনুভূমিক পাণ্ডা,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

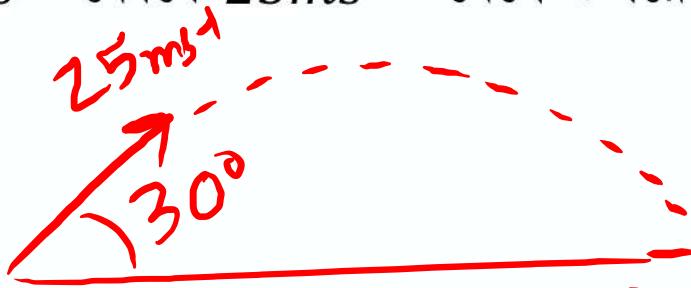
45°

পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র  
অধ্যায় ৩ : গতিবিদ্যা

## Problem - 13

একটি প্রাসকে অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে  $25\text{ms}^{-1}$  বেগে উপরে নিষ্কেপ করা হল। নির্ণয় কর-

- 1.5 sec পর বেগ কত?
- বিচরণকাল কত?
- পাঞ্চা কত?
- সর্বোচ্চ উচ্চতা কত?

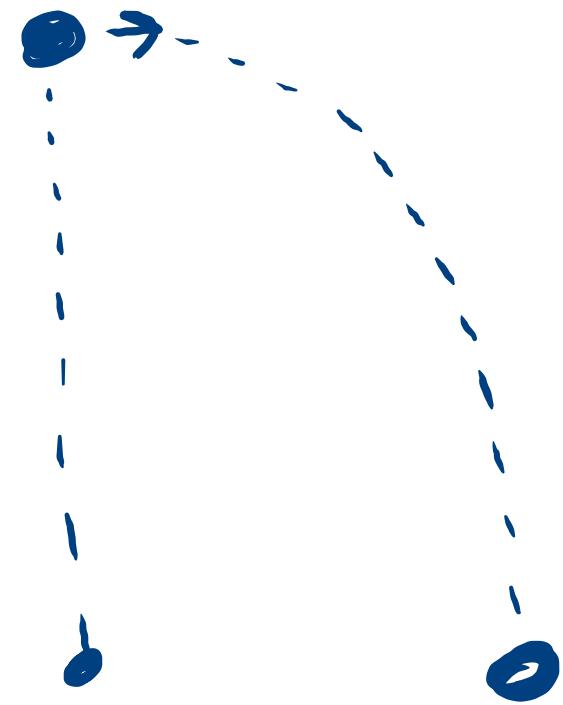
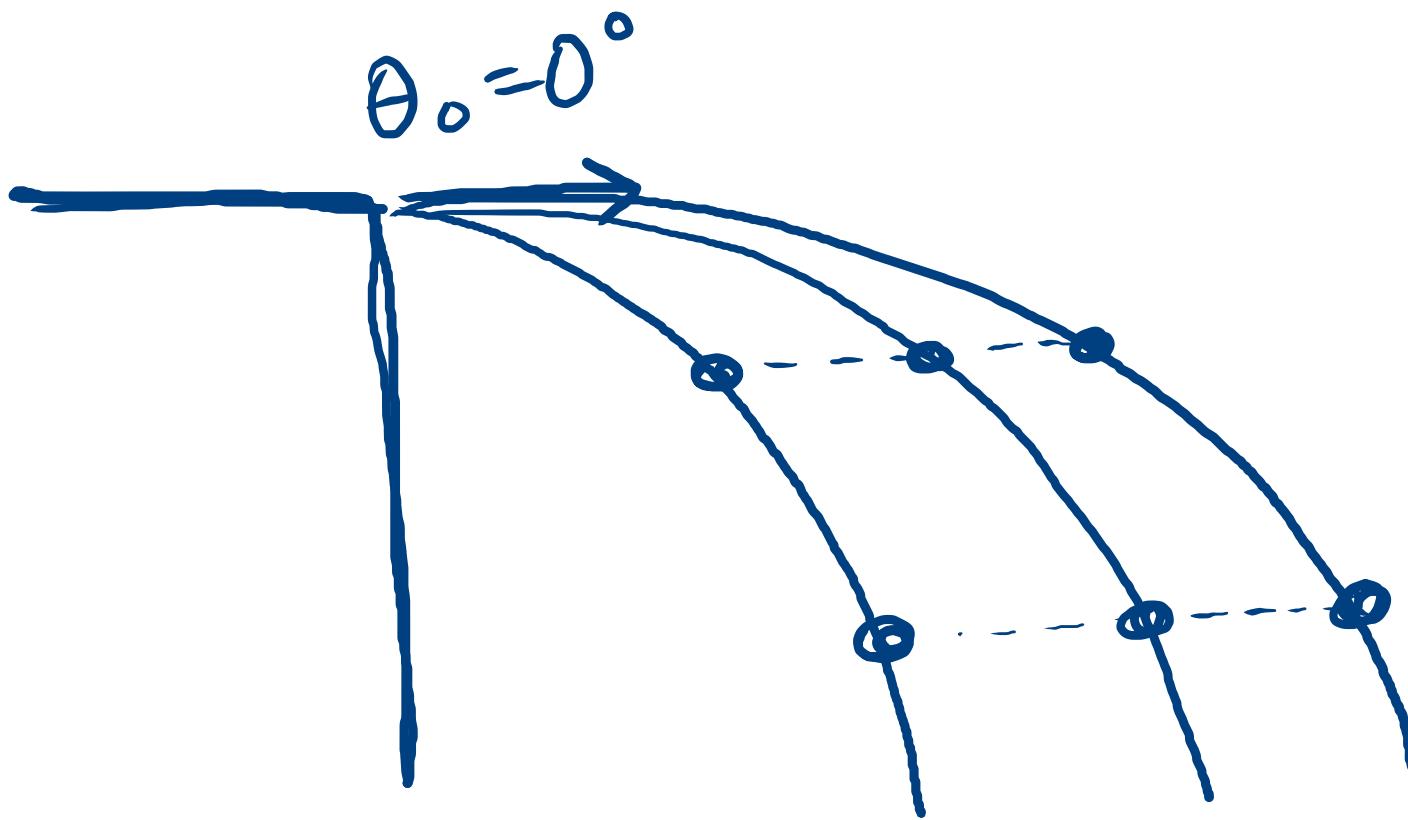


$$i) v_x = 25 \cos 30^\circ = 21.65$$

$$v_y = 25 \sin 30^\circ - 9.8 \times 1.5 = -2.2$$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{21.65^2 + (-2.2)^2} \\ &= 21.76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ii) T &= \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{2 \cdot 25 \sin 30^\circ}{9.8} = 2.55 \text{ s} \\ iii) R &= \frac{v_0^2 \sin(60^\circ)}{g} = \frac{25^2 \sin 60^\circ}{9.8} = 55.2 \text{ m} \\ iv) H &= \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{25^2 \sin^2 30^\circ}{2 \cdot 9.8} = 7.97 \text{ m} \end{aligned}$$



# Practice Problem

একটি প্রাস এর অনুভূমিক পাল্লা তার সর্বোচ্চ উচ্চতার সমান। এর নিক্ষেপণ কোণ কত?

$$R = H$$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \frac{1}{2} \sin^2 \theta_0$$

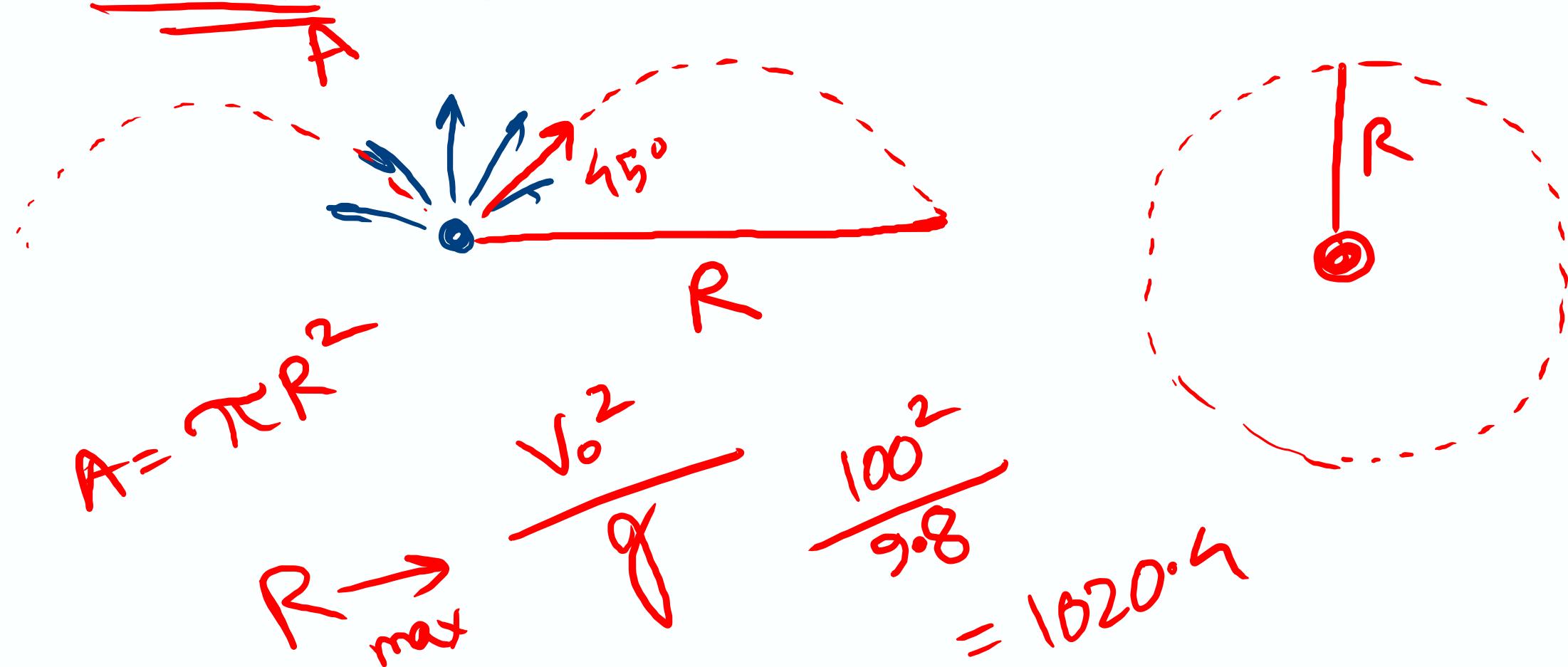
$$\Rightarrow \tan \theta_0 = 4$$

$$\Rightarrow \theta_0 = \underline{\underline{75.69^\circ}}$$



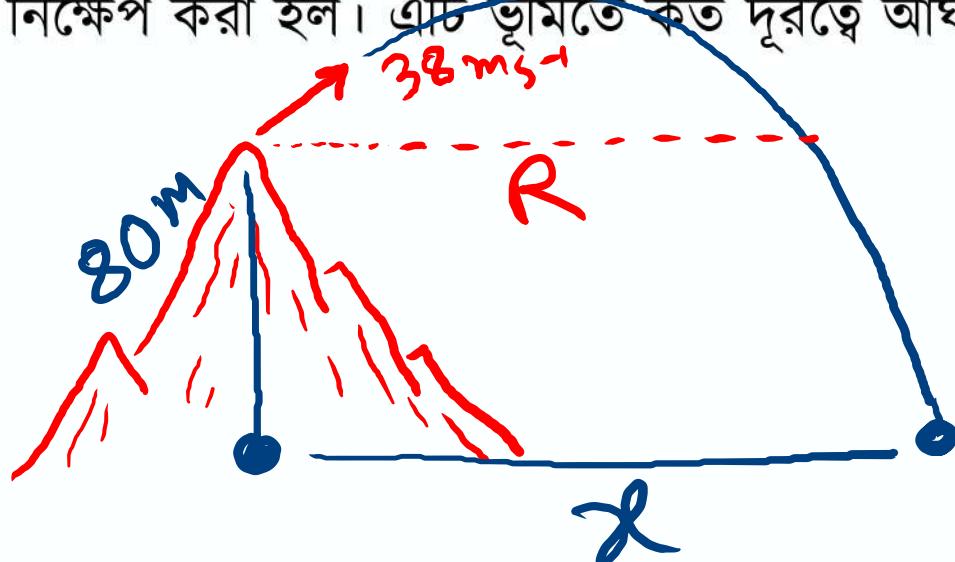
## Problem - 14

কোনো কণা বিস্ফোরিত হয়ে চারিদিকে ছড়িয়ে পড়ে। কণার সর্বাধিক বেগ  $100\text{ ms}^{-1}$  হলে  
ভূপৃষ্ঠে কতটুকু যায়গা জুড়ে এরা অবস্থান করবে?



## Problem - 15

80 m উঁচু কোনো পাহাড় এর উপর থেকে অনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে  $38 \text{ ms}^{-1}$  বেগে একটি পাথর নিষ্কেপ করা হল। এটি ভূমিতে কত দূরত্বে আঘাত করবে? আঘাতের বেগ কত হবে?



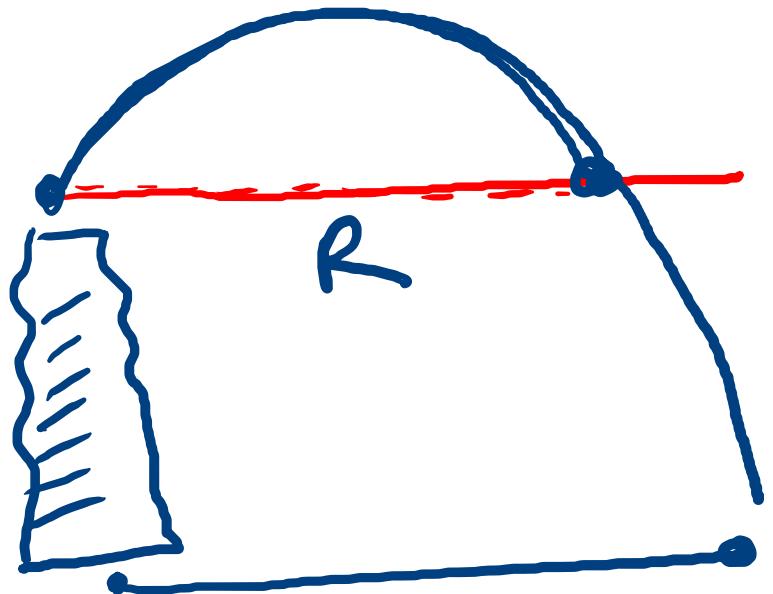
$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$80 = -V_0 \sin \theta_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = 6.42 \text{ s}$$

$$x = V_0 \cos \theta_0 \times \underline{6.42} = 211.28 \text{ m}$$

$$mg(80) + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 54.88 \text{ ms}^{-1}$$

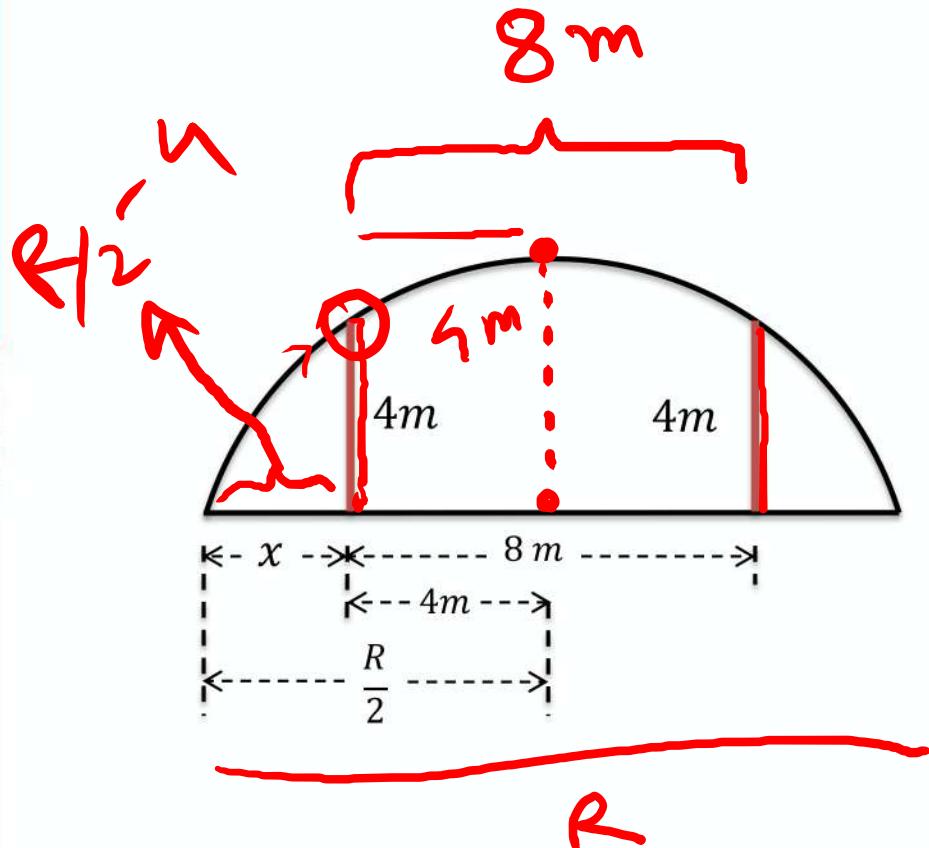


$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$x = V_0 \cos \theta_0 t$$

## Practice Problem

৩০° কোণে নিষ্কিপ্ত কোনে প্রাস তার গতিপথে পরস্পর 8 m দূরত্বে অবস্থিত দুইটি 4 m উঁচু দেয়ালকে কোনোরকমে অতিক্রম করে। এর পাল্লা কত?



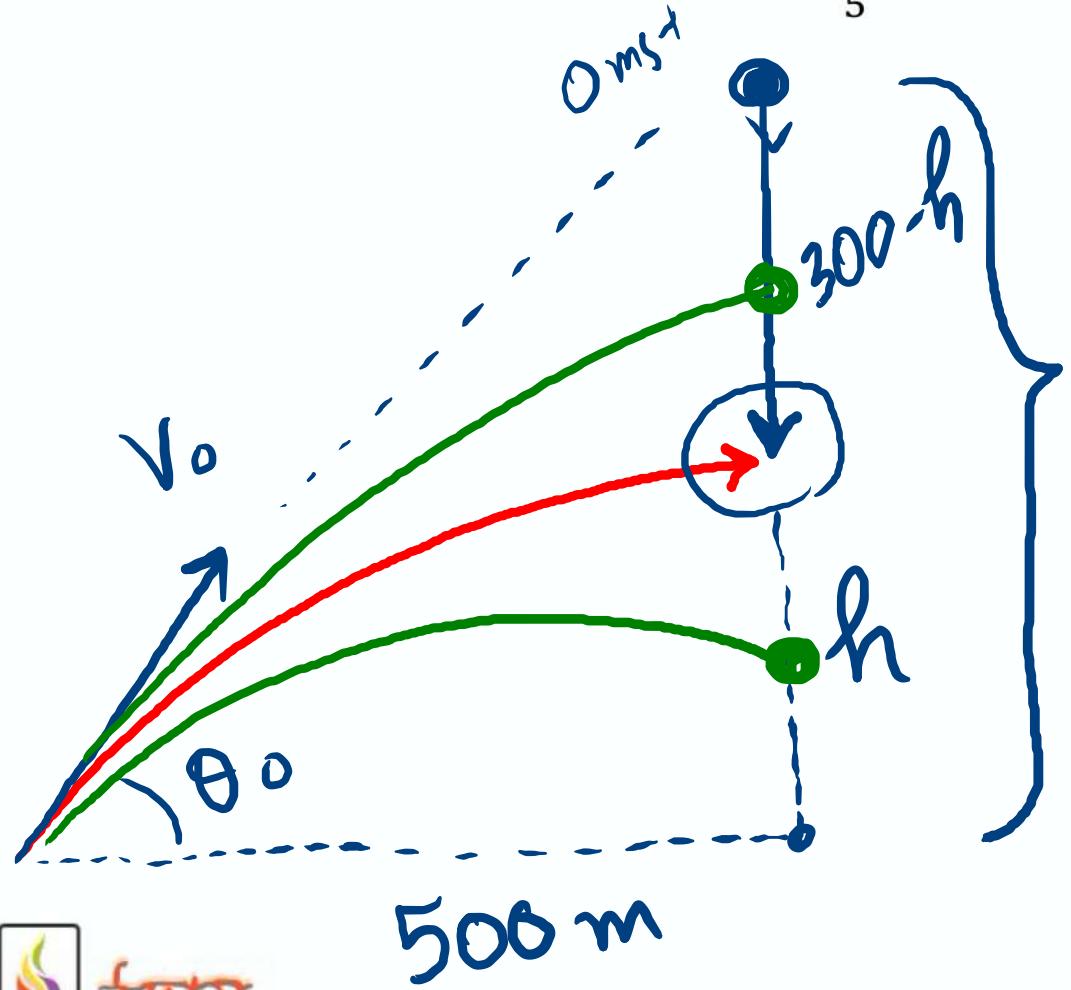
$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram shows the ball's path as a curve passing between two vertical walls of height } 4 \text{ m each, separated by } 8 \text{ m.} \\
 & \text{The radius of the path is } R. \\
 & \text{Red annotations show: } \frac{R}{2} - 4 \text{ (left side), } \frac{R}{2} - 4 \text{ (right side), and } y = x \tan \theta_0 \left(1 - \frac{x}{R}\right) \text{ (equation of the curve).} \\
 & \Rightarrow 4 = \left(\frac{R}{2} - 4\right) \tan 30^\circ \left(1 - \frac{\frac{R}{2} - 4}{R}\right) \\
 & \Rightarrow 4\sqrt{3} = \left(\frac{R - 8}{2}\right) \left(\frac{R + 8}{2R}\right) \\
 & \Rightarrow 4\sqrt{3} = \left(\frac{R^2 - 64}{4R}\right) \\
 & \Rightarrow 16\sqrt{3}R = R^2 - 64 \\
 & \Rightarrow R = 29.84 \text{ m} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

## Problem - 16

ভূমিস্থ কোনো বিন্দু হতে  $\theta$  কোণে একটি পাথর নিষ্কেপ করা হল এবং একই সময়ে আনুভূমিক দিকে 500m দূরে ও উলস্ব দিকে 300m উচ্চতা হতে একটি পাথর ছেড়ে দেয়া হল।

এরা মিলিত হলে দেখাও যে,  $\theta = \tan^{-1} \frac{3}{5}$

[BUET '12-'13]



$$300 - h = \frac{1}{2} g t^2$$

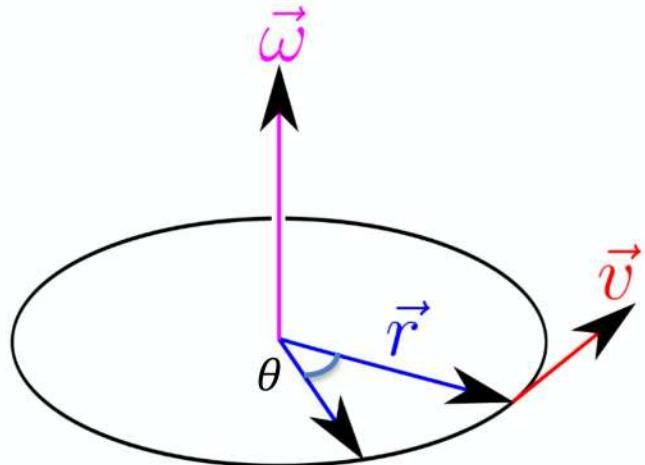
$$h = 300 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$500 = v_0 \cos \theta_0 t \Rightarrow v_0 = \frac{500}{t \cos \theta_0}$$

$$h = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \frac{3}{5}$$

# কৌণিক গতি



কৌণিক বেগ

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

কৌণিক ত্বরণ

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

রৈখিক বেগ

$$v = \omega r$$

রৈখিক/স্পন্শনীয়  
ত্বরণ

$$a_T = \alpha r$$

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

লক্ষি ত্বরণ

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2}$$

সুষম কৌণিক ত্বরণে ঘূর্ণায়মান  
বস্তুর ফেরে,

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

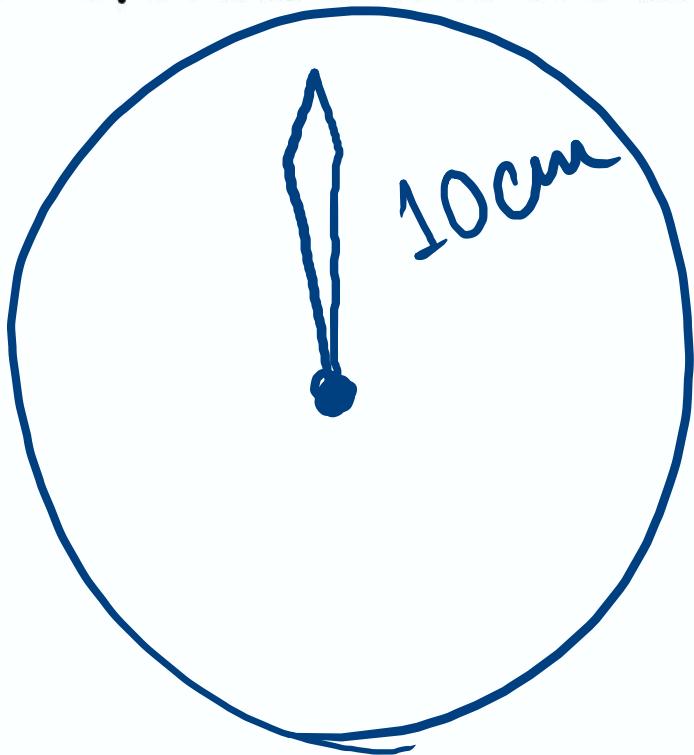
$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\theta = \frac{\omega + \omega_0}{2} t$$

## Problem - 17

একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 10 cm হলে এর প্রান্তের রৈখিক বেগ কত?



$$10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m} = R$$

$$V = WR$$

$$= \frac{2\pi}{T} R$$

$$= \frac{2\pi}{3600} \times 0.1$$

$$V = \frac{2\pi}{36000} \text{ ms}^{-1}$$

## Problem - 18

1500 rpm বেগে ঘূর্ণায়মান ফ্যানকে সুইচ অফ করা হলে তা 4 min-  
যে থেমে যায়। থামার পূর্বে  
এটি কতগুলি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করবে?

$$\omega_0 = 1500 \text{ rpm} \xrightarrow{\text{revolutions per min.}} \\ = \frac{2\pi \times 1500}{60} \text{ rad s}^{-1} \\ = 50\pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\theta = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t$$

$$= \frac{50\pi + 0}{2} (240)$$

$$= 6000\pi \text{ rad}$$

$$n = \frac{6000\pi}{2\pi} = 3000$$

$$\boxed{\omega = 0}$$

## Problem - 19

0.5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তীয় পথে ঘূর্ণায়মান কণার কোনো মুহূর্তের দ্রুতি  $1.6 \text{ ms}^{-1}$  এবং কৌনিক ত্বরণ  $16 \text{ rads}^{-2}$  কণাটির উপর ক্রিয়াশীল লক্ষি ত্বরণের মান ও দিক নির্ণয় কর।

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{1.6^2}{0.5} = 5.12 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_T = \alpha r = 16 \times 0.5 = 8 \text{ ms}^{-2}$$

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_T^2} = \underline{\underline{9.5 \text{ ms}^{-2}}}$$

$$\tan \theta = \frac{a_c}{a_T}$$

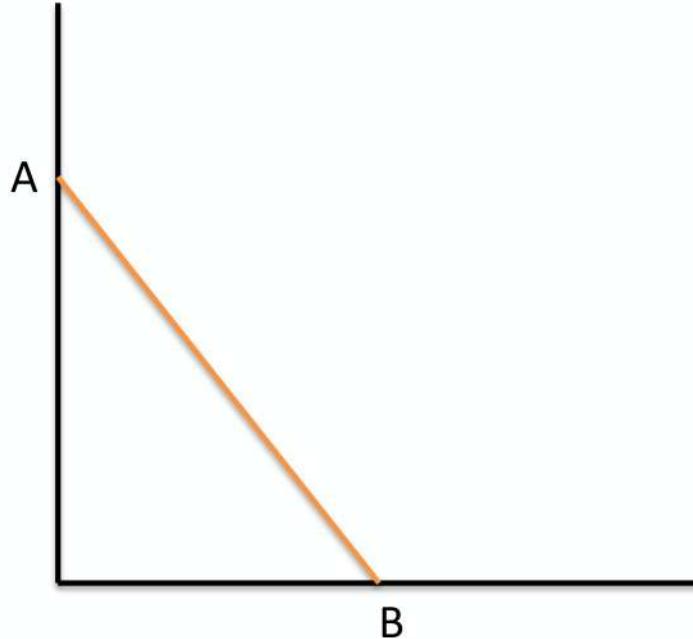
$$\theta = 32^\circ 6'$$

[https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_en.html)

# More Problems

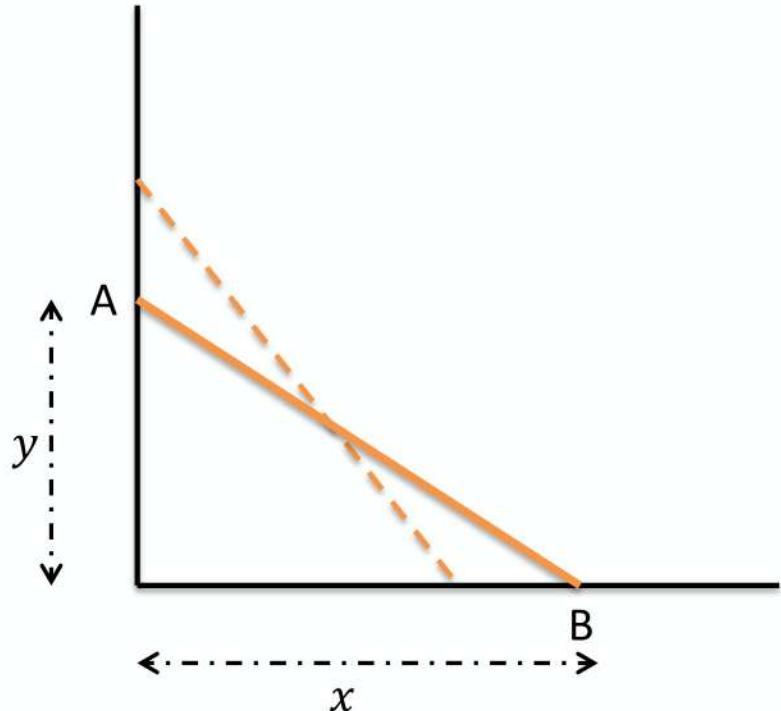
## Problem - 20

AB , 5m দীর্ঘ মইটি দেয়ালের সাথে হেলানো ভাবে রাখা ছিলো। হঠাৎ এটি পিছলে নিলে পড়তে শুরু করে। যখন A বিন্দু ভূমি থেকে 3m উপরে থাকে তখন B বিন্দুর ডানে সরে যাবার বেগ  $2ms^{-1}$ .  
এই মুহূর্তে A বিন্দুর নিচে নামার বেগ কত?



# Solution

AB , 5m দীর্ঘ মহিটি দেয়ালের সাথে হেলানো ভাবে রাখা ছিলো। হঠাৎ এটি পিছলে নিলে পড়তে শুরু করে। যখন A বিন্দু ভূমি থেকে 3m উপরে থাকে তখন B বিন্দুর ডানে সরে যাবার বেগ  $2ms^{-1}$ .  
এই মুহূর্তে A বিন্দুর নিচে নামার বেগ কত?



$$x^2 + y^2 = 25$$

$$\Rightarrow 2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow x v_B + y (-v_A) = 0$$

$$\Rightarrow v_A = -\frac{x}{y} v_B$$

$$\Rightarrow v_A = \frac{\sqrt{25 - 9}}{3} \times 2$$

$$\Rightarrow v_A = \frac{8}{3} ms^{-1}$$

## Problem - 21

কোন বস্তুর গতি নির্দেশকারী সমীকরণ,  $v = \sqrt{s} t$   
9s থেকে 15s -এ এর সরণ নির্ণয় কর।

# Solution

$$v = \sqrt{s} t$$

$$\Rightarrow \frac{ds}{dt} = \sqrt{s} t$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{s}} ds = t dt$$

$$\Rightarrow \int_0^s \frac{1}{\sqrt{s}} ds = \int_9^{15} t dt$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{s} = \frac{1}{2} [15^2 - 9^2]$$

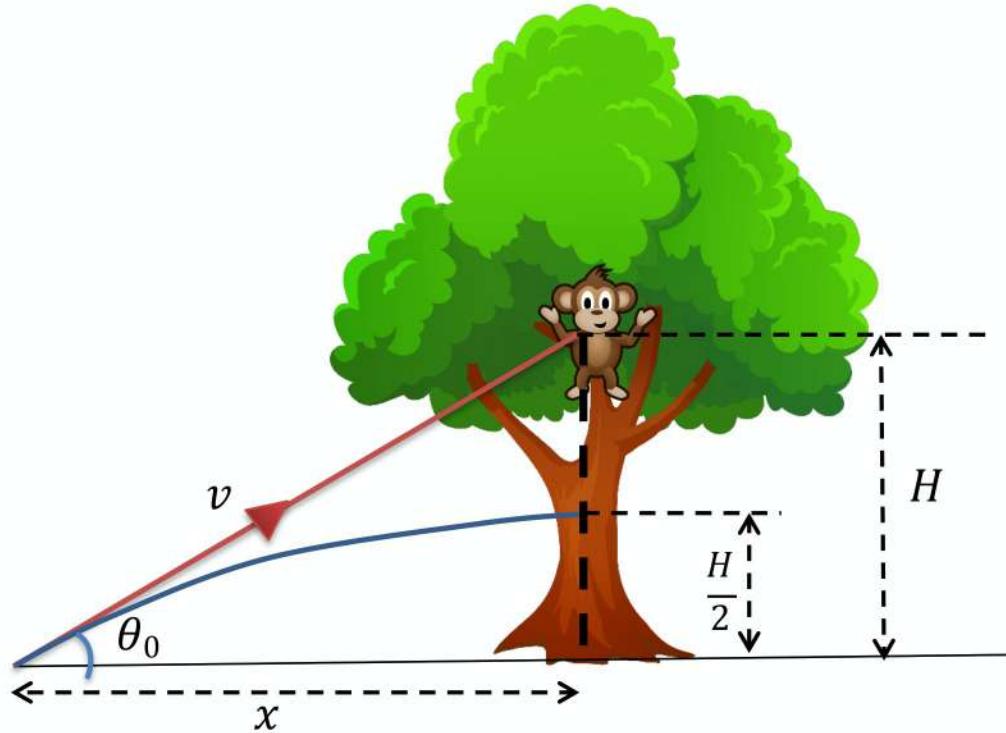
$$\Rightarrow s = 36 m$$

## Problem - 22

গাছে বসে থাকা একটি বানরকে লক্ষ্য করে ভূমি থেকে গুলি করা হল। গুলিটি গাছে বানরের  
অর্ধেক উচ্চতায় আঘাত করে। দেখাও সেই সময়ে গুলির বেগের দিক অনুভূমিক।

# Solution

গাছে বসে থাকা একটি বানরকে লক্ষ্য করে ভূমি থেকে গুলি করা হল। গুলিটি গাছে বানরের অর্ধেক উচ্চতায় আঘাত করে। দেখাও সেই সময়ে গুলির বেগের দিক অনুভূমিক।

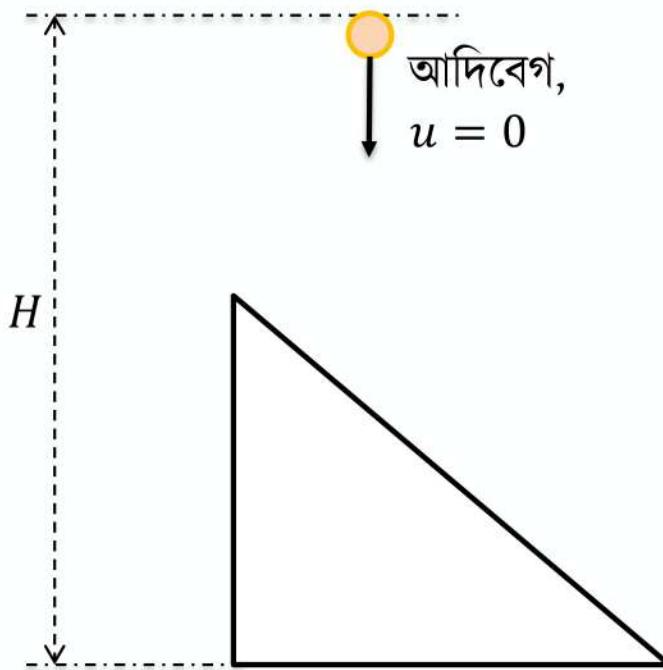


$$\begin{aligned}y &= x \tan \theta_0 \left(1 - \frac{x}{R}\right) \\ \Rightarrow \frac{H}{2} &= x \frac{H}{x} \left(1 - \frac{x}{R}\right) \\ \Rightarrow \frac{1}{2} &= 1 - \frac{x}{R} \\ \Rightarrow \frac{x}{R} &= \frac{1}{2} \\ \Rightarrow x &= \frac{R}{2}\end{aligned}$$

অনুভূমিক দিকে পাইলার অর্ধেক দূরত্ব মানে সর্বোচ্চ উচ্চতায় আঘাত করে, অর্থাৎ গুলিটি তখন অনুভূমিক ভাবে চলে।

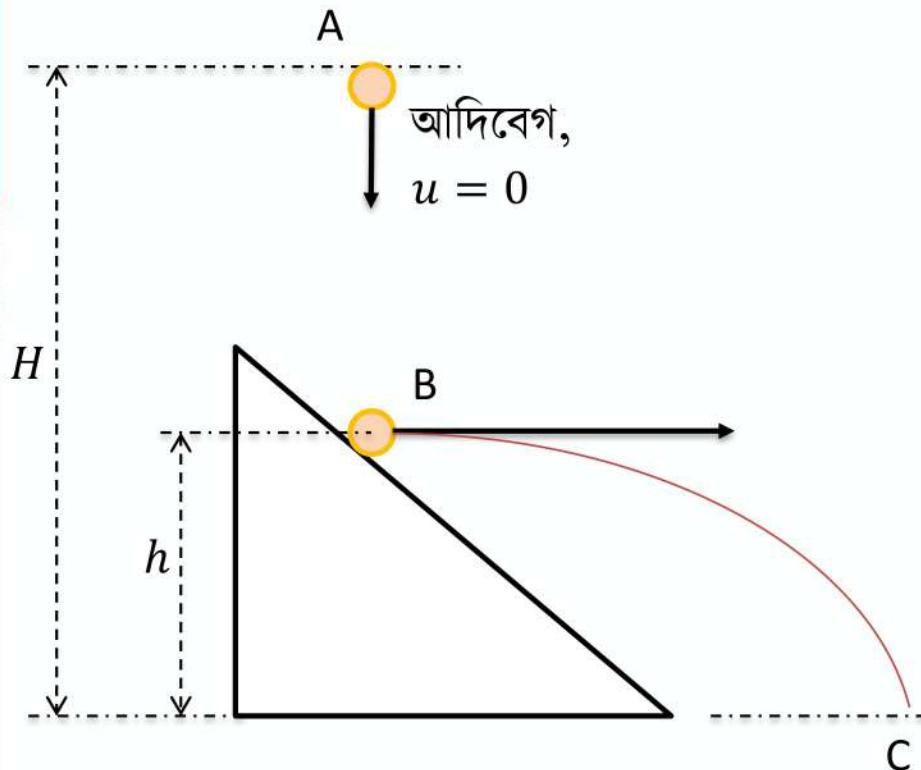
## Problem - 23

বলটি আনত তলকে ভূমি হতে  $h$  উচ্চতায় আঘাত করে এবং আঘাতের পর বেগের দিক অনুভূমিক হয়।  $\frac{h}{H}$  এর অনুপাত কত হলে বলটি মাটিতে পড়তে সবথেকে বেশি সময় লাগবে?



# Solution

বলটি আনত তলকে ভূমি হতে  $h$  উচ্চতায় আঘাত করে এবং আঘাতের পর বেগের দিক অনুভূমিক হয়।  $\frac{h}{H}$  এর অনুপাত কত হলে বলটি মাটিতে পড়তে সবথেকে বেশি সময় লাগবে?



A থেকে B বিন্দুতে আসতে  
প্রয়োজনীয় সময়,

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$$

B থেকে C তে আসতে প্রয়োজনীয়  
সময়,

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

মোট সময়,

$$t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

সর্বোচ্চ পতনকালে,

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dh} &= 0 \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{g} \left[ \frac{-1}{2\sqrt{H-h}} + \frac{1}{2\sqrt{h}} \right]} &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{h}} = \frac{1}{\sqrt{H-h}}$$

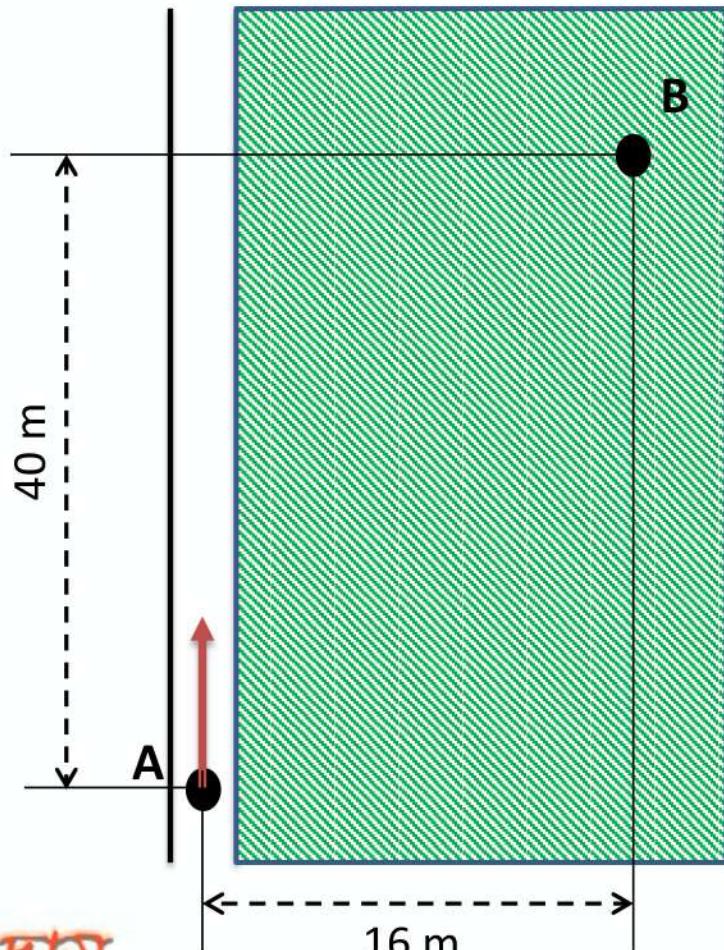
$$\Rightarrow h = H - h$$

$$\Rightarrow 2h = H$$

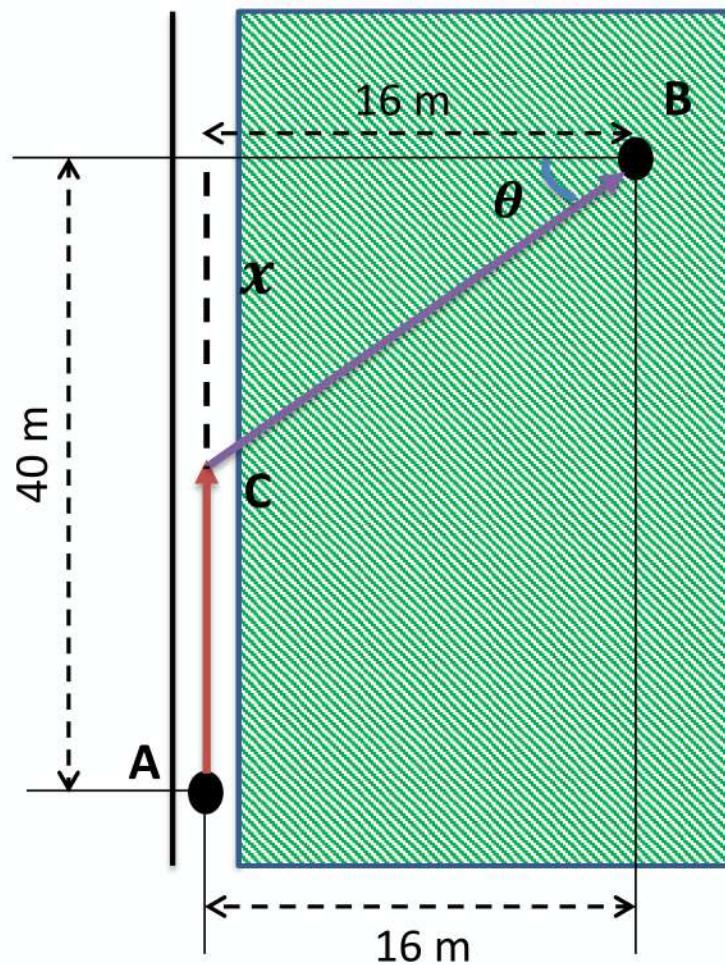
$$\Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{1}{2}$$

## Problem - 24

A থেকে B বিন্দুতে যাবার উদ্দেশ্যে একজন ব্যক্তি চিত্রে দেখানো পথে রওনা হন। পথে তিনি একবার বাঁক নিয়ে ঘাসের জমিতে চুকে B বরাবর হাটা শুরু করেন। রাস্তায় ঐ ব্যক্তির বেগ ঘাসে তার বেগ এর 2.5 গুণ। কোথায় যাবার পর তিনি বাঁক নিলে সবথেকে দ্রুত পৌঁছাতে পারবেন?



# Solution



এখানে আমরা আলোর ধর্ম অনুসরণ করব। ফার্মাটের নীতি অনুযায়ী আলো সর্বদা স্বল্পতম সময়ে যাতায়াত করে। এখানেও তাই চাওয়া হয়েছে। এবং আলো এরকম ক্ষেত্রে সংকট কোণে প্রবেশ করে।

ধরি, C বিন্দুতে আসার পর বাঁক নিতে হবে।  
তাহলে,

$$\sin \theta = \frac{v_{\text{ঘাস}}}{v_{\text{রাস্তা}}} \\ \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16^2}} = \frac{1}{2.5}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^2 + 256} = \frac{1}{2.5^2}$$

$$\Rightarrow x = 6.98 \text{ m}$$

তাহলে A বিন্দু থেকে  $(40 - 6.98) = 33.02 \text{ m}$  যাবার পর বাঁক নিতে হবে।

না বুঝে মুখস্থ করার অভ্যাস  
প্রতিভাকে ধ্বংস করে।



উদ্বাশ

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

[www.udvash.com](http://www.udvash.com)