



ভার্সিটি এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

উচ্চতর গণিত

লেকচার : M-02

অধ্যায় ০২ : ভেক্টর

অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

$$x = \sqrt{\frac{c^2}{c} + c - \frac{b}{2}}$$



অধ্যায়: ০৮

ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র



একাডেমিক এবং এডমিশন কেয়ার

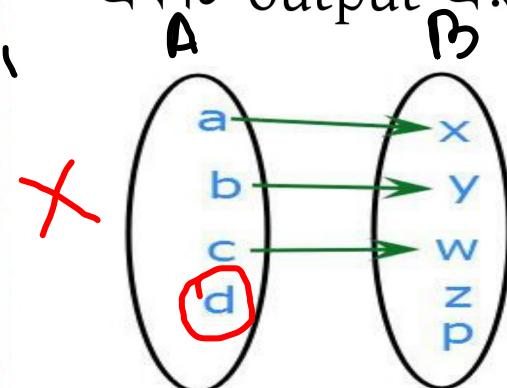
উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

$$বৃং = ১ = ১$$

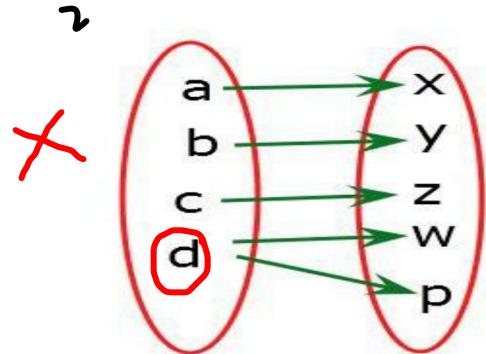
ম্যাপিং থেকে ফাংশন চিন

১. একটি input-এর একটই output; একাধিক output নয়

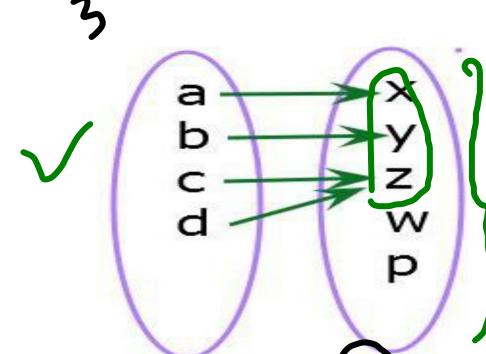
২. একটি output-এর একাধিক input হলেও ফাংশন হয়।



৩

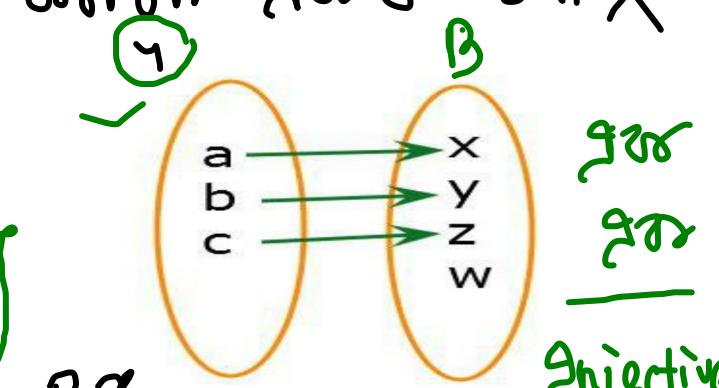


৪



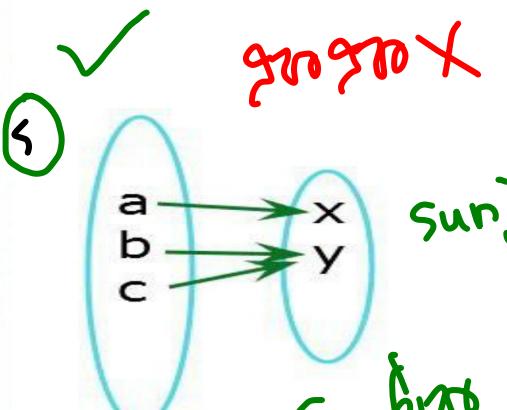
✓ পৃথকে Input \rightarrow Output

১. মোনো প্রজেক্টিভ Output

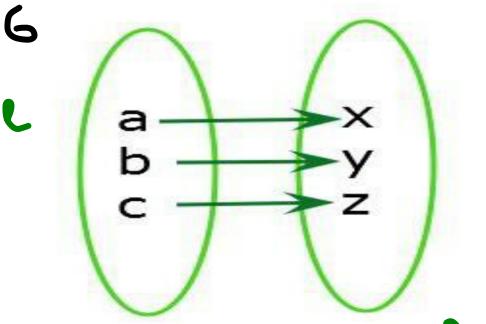


মোনো
প্রজেক্টিভ

Injective



৬

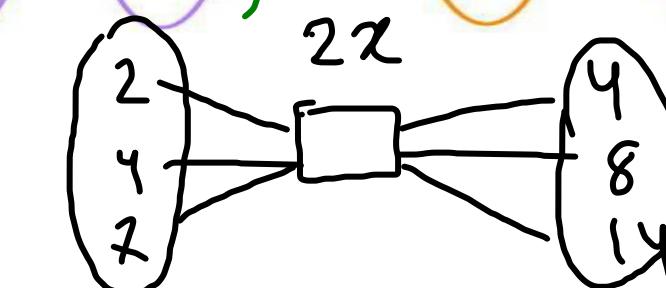


সত্ত্বিক



উচ্চারণ

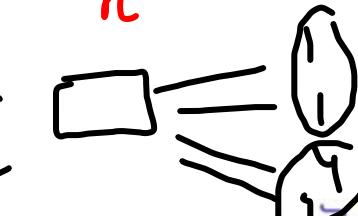
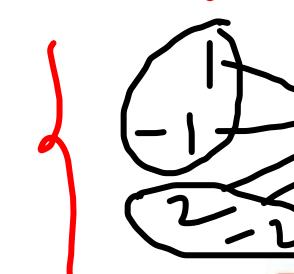
$C_0 = \text{Range}$



Domain

n^2

Range

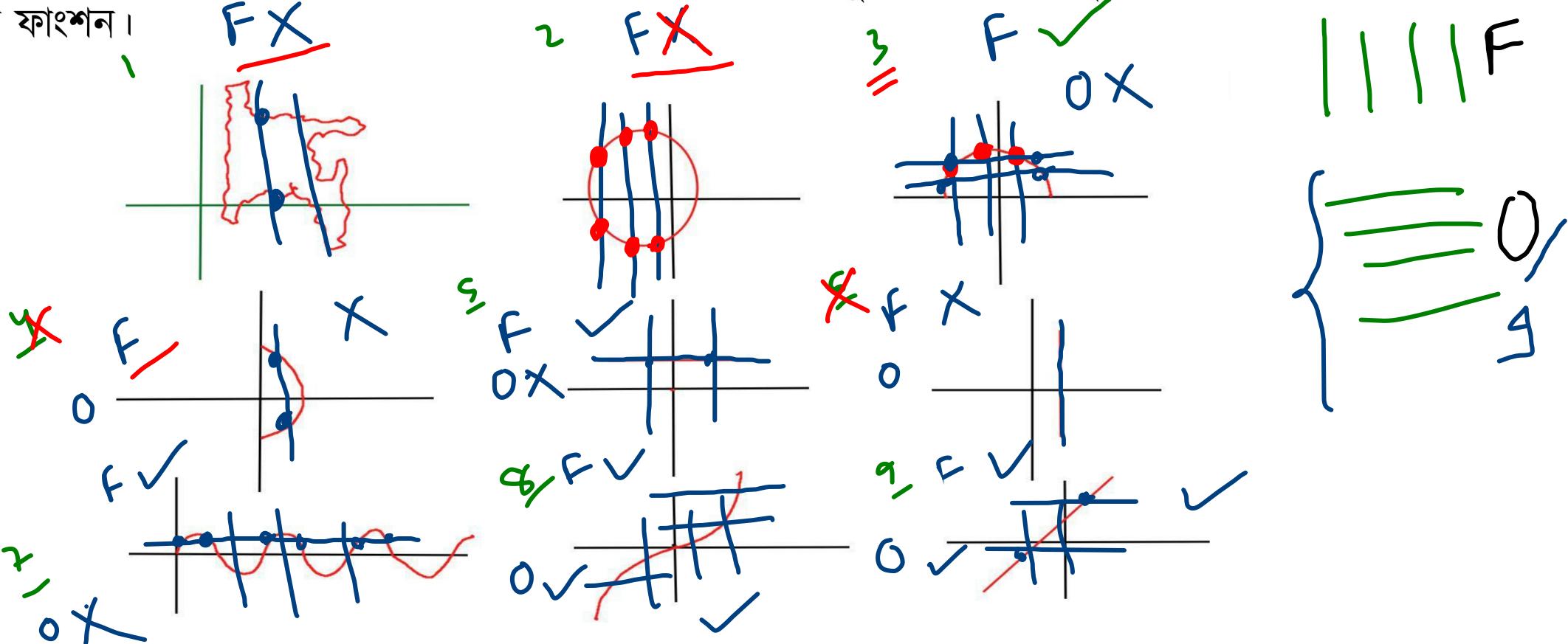


উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

গ্রাফ থেকে ফাংশন ও এক-এক ফাংশন চিনি

y - অক্ষ বা তার সমান্তরাল রেখা যদি কোন অন্ধয়ের লেখচিত্রকে শুধুমাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে তবে তা একটি ফাংশন।

x - অক্ষ বা তার সমান্তরাল রেখা যদি কোনফাংশনেরলেখচিত্রকে শুধুমাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে তবে তা একটি এক-এক ফাংশন।

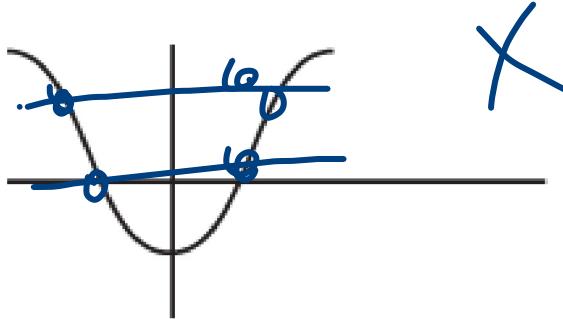


Poll Question 01

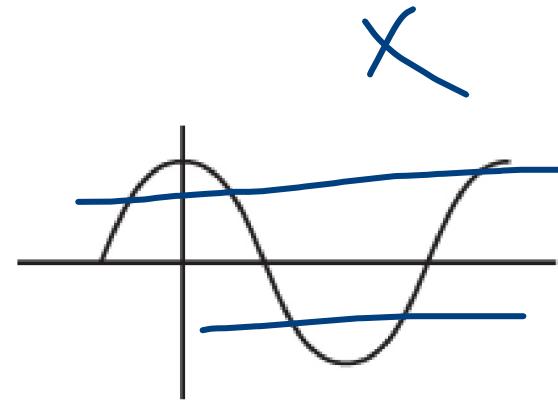


নিচের কোনটি এক-এক ফাংশন?

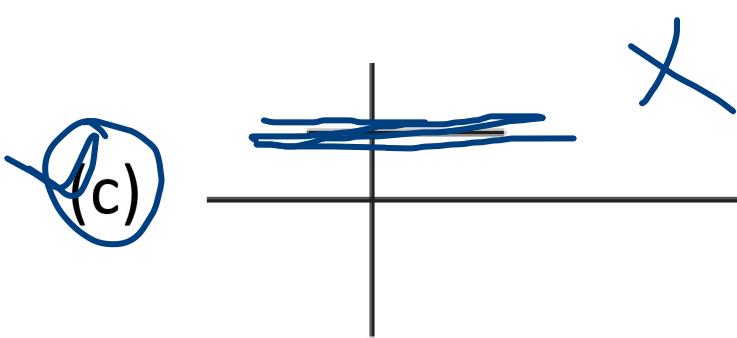
(a)



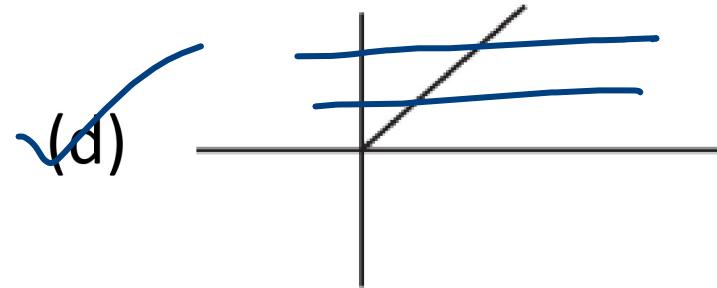
(b)



(c)



(d)



উন্নত
ডেভেলপমেন্ট

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Domain, Range নির্ণয়



$y = f(x)$ ফাংশনের ক্ষেত্রে,
 x -এর যে সকল বাস্তব মানের জন্য y তথা $f(x)$ -এর মান বাস্তব হবে, তাদের (x -এর মানের)
সেটকেই $f(x)$ -এর Domain (ডোমেন) বলে। **Input**

$y = f(x)$ ফাংশনের ক্ষেত্রে,
 y তথা $f(x)$ -এর যে সকল বাস্তব মানের জন্য x -এর মান বাস্তব এবং Domain-এর অন্তর্ভুক্ত হবে,
তাদের (y -এর মানের) সেটকেই $f(x)$ -এর Range(রেঞ্জ) বলে। **Output**



উচ্চ
দ্রুত

একাডেমিক এন্ড এডুকেশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখাচিত্র

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = [2x + 1] = y$$

Solⁿ:

$$D_f = \mathbb{R}$$

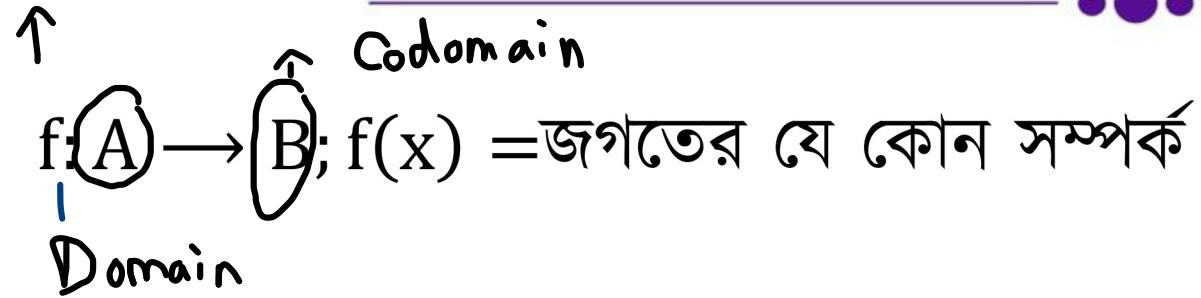
$$R_f = \mathbb{R}$$

x → Input

y → Output

Name

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়



Example: $f: R_+ \rightarrow R$; $f(x) = 2x + 1$ ফল

$x \in R$
 ~~$x \in R_+$~~

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = \frac{2x + 1}{5x + 9}$$

Solⁿ:

Domain

$$5x + 9 \neq 0$$

$$\Rightarrow x \neq -\frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow x \neq -\frac{9}{5}$$

$$\text{dom } f = \mathbb{R} - \{-\frac{9}{5}\}$$

Range: $\mathbb{R} - \{2/5\}$

Range = Inverse Domain

$$f^{-1}(x) = \frac{-9x + 1}{5x - 1}$$

$$\text{dom } f^{-1}(x) = \mathbb{R} - \{2/5\}$$

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

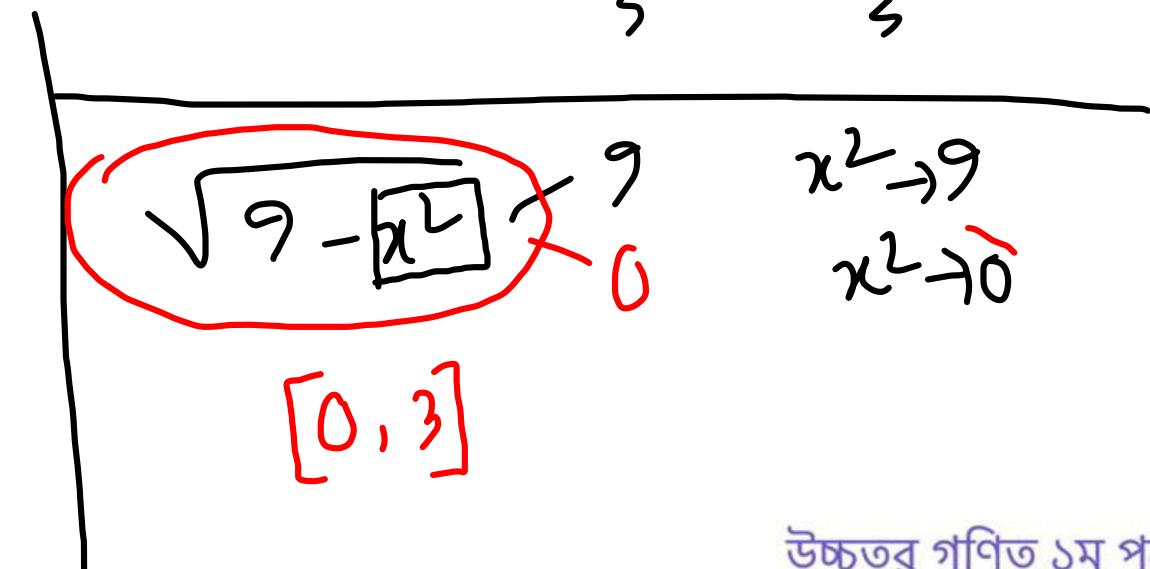
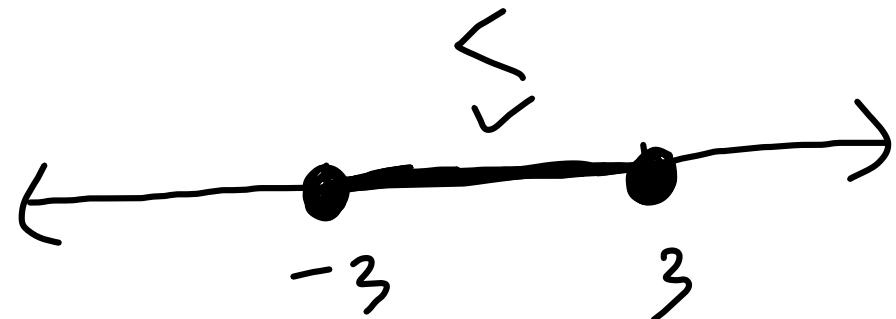
Solⁿ: $9 - x^2 \geq 0$

$$\Rightarrow x^2 - 9 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-3) \leq 0$$

অনুচ্ছেদ $-3 \leq x \leq 3$

$$\text{Dom } f = [-3, 3]$$



Poll Question 02

•••

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{36-25x^2}}$ ফাংশনের Domain নির্ণয়কর।

(a) $(-\frac{6}{5}, \frac{6}{5})$

(b) $[-\frac{6}{5}, \frac{6}{5}]$ ✗

(c) $(-\frac{5}{6}, \frac{5}{6})$

(d) $[-\frac{5}{6}, \frac{5}{6}]$

$$36 - 25x^2 > 0$$

$$25x^2 - 36 < 0$$

$$(5x+6)(5x-6) < 0$$



$$(-\frac{6}{5}, \frac{6}{5})$$

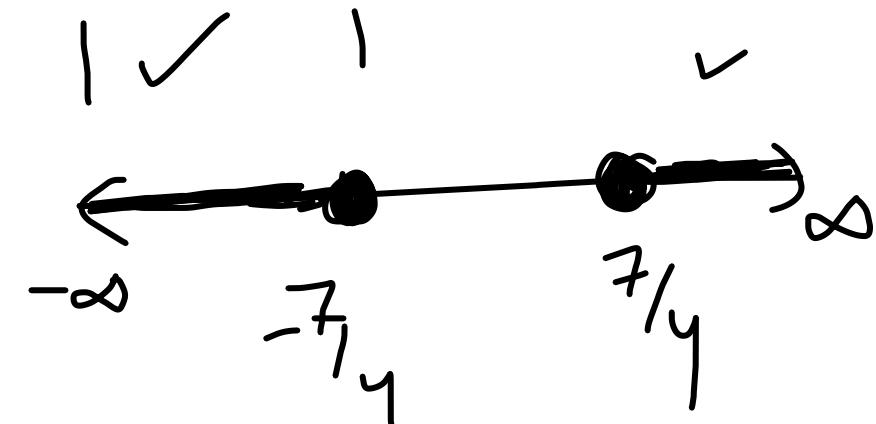
বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = \sqrt{16x^2 - 49}$$

Solⁿ: $16x^2 - 49 \geq 0$

$$\Rightarrow (4x+7)(4x-7) \geq 0$$

\Rightarrow



$$x \leq -\frac{7}{4} \quad \text{অথবা} \quad x \geq \frac{7}{4}$$

$$\therefore (-\infty, -\frac{7}{4}] \cup [\frac{7}{4}, \infty)$$

Poll Question 03



$f(x) = \frac{1}{\sqrt{25x^2 - 16}}$ ফাংশনের Domain নির্ণয় কর।

(a) $(-\infty, -\frac{5}{4}) \cup (\frac{5}{4}, \infty)$

(b) $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (\frac{4}{5}, \infty)$

(c) $[-\infty, -\frac{5}{4}] \cup [\frac{5}{4}, \infty]$

(d) $[-\infty, -\frac{4}{5}] \cup [\frac{4}{5}, \infty]$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 < x < 6 \\ (3, 6)]3, 6[\end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \leq x < 6 \\ [3, 6] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \leq x < 6 \\ [3, 6) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 < x \leq 6 \\ (3, 6]]3, 6] \end{array} \right.$$

$$25x^2 - 16 > 0$$

$$(x+4)(5x-4) > 0$$



$$(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (\frac{4}{5}, \infty)$$



ଉତ୍କଳ

একাডেমিক এবং এডুকেশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

লগারিদমিক ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

•••

$$\log_a x$$

এখানে দু'টি বিষয় খেয়াল রাখতে হবে।

- 1. $x > 0$
- 2. $a > 0$ এবং $a \neq 1$

আরো জেনে রাখা ভাল, $\log_a x = p$ হলে,
 $x = a^p$ হবে।

$$10^1 = 10$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

$$10^2 = 100$$

$$\log_{10} 100 = 2$$

$$10^3 = 1000$$

$$\log_{10} 1000 = 3$$



উদ্ধার

একাডেমিক এবং এডুকেশন কনসাল্টেন্সি

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

লগারিদমিক ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = \log(5x - 1)$$

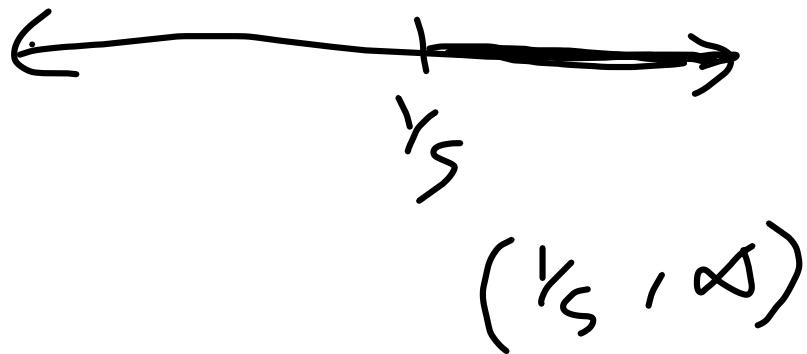
$\log \Rightarrow \mathbb{R}$

Solⁿ:

$$5x - 1 > 0$$

Range

$$\Rightarrow x > \frac{1}{5}$$



Poll Question 04

$f(x) = \frac{x}{|x|}$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

$$f(x) = \frac{x}{|x|}$$

- (a) $d_f = \mathbb{R}, R_f = \mathbb{R}$
- (b) $d_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}, R_f = \{-1, +1\}$
- (c) $d_f = \mathbb{R}_+, R_f = [-1, +1]$
- (d) $d_f = \mathbb{R}_-, R_f = \{0\}$

$$\mathbb{R} - \{0\}$$

$$\begin{aligned} \text{Range} &= \frac{x}{|x|} = \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \\ &= \frac{-2}{-2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned}$$

ত্রিকোনমিতিক ফাংশনের Domain এবং Range



ফাংশন	ডোমেন	রেঞ্জ
$\sin x$	\mathbf{R}	$[-1, 1]$
$\cos x$	\mathbf{R}	$[-1, 1]$
$\tan x$	$\mathbf{R} - \{(2n+1)\pi/2, n \in \mathbf{Z}\}$	\mathbf{R}
$\cot x$	$\mathbf{R} - \{n\pi, n \in \mathbf{Z}\}$	\mathbf{R}
$\sec x$	$\mathbf{R} - \{(2n+1)\pi/2, n \in \mathbf{Z}\}$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
$\csc x$	$\mathbf{R} - \{n\pi, n \in \mathbf{Z}\}$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

ত্রিকোনমিতিক ফাংশনের Domain এবং Range

$f(x) = 2 + 3\sin x$; ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

$$\text{Range } \subseteq 2 + 3[-1, 1]$$

$$= 2 + [-3, 3]$$

$$= [-3+2, 2+3]$$

$$= [-1, 5]$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

$$[-1, 1]$$

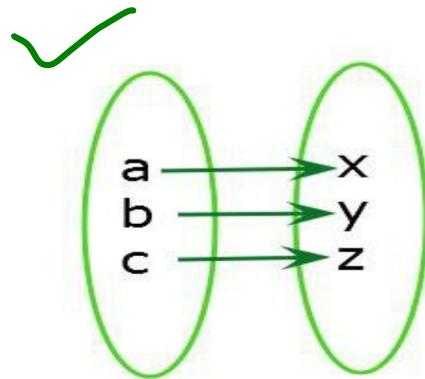
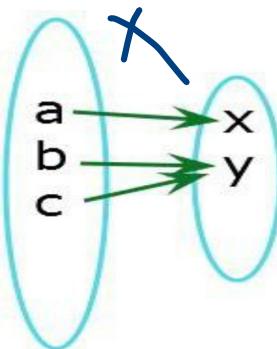
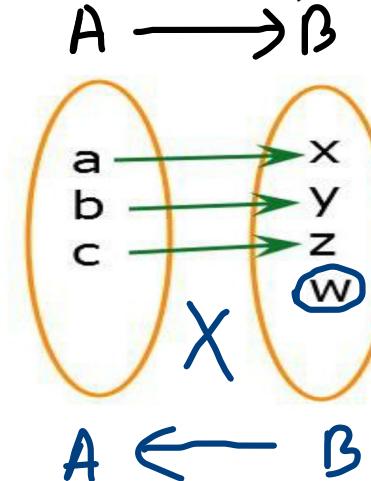
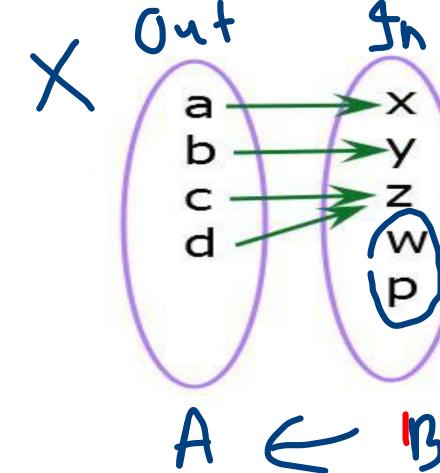
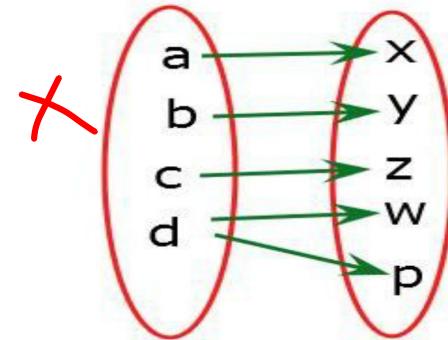
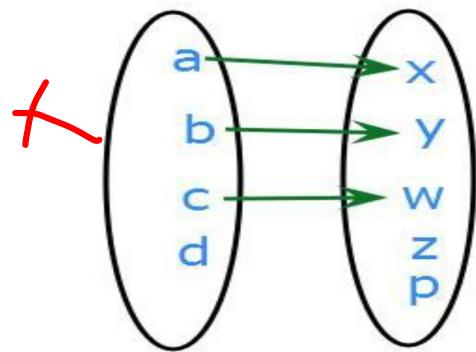
বিপরীত ফাংশন

•••

$f: A \rightarrow B$

$f^{-1}: B \rightarrow A$

(শুধুমাত্র প্রতিষঙ্গ ফাংশনেরই বিপরীত ফাংশন থাকে।)



বিপরীত ফাংশন নির্ণয়

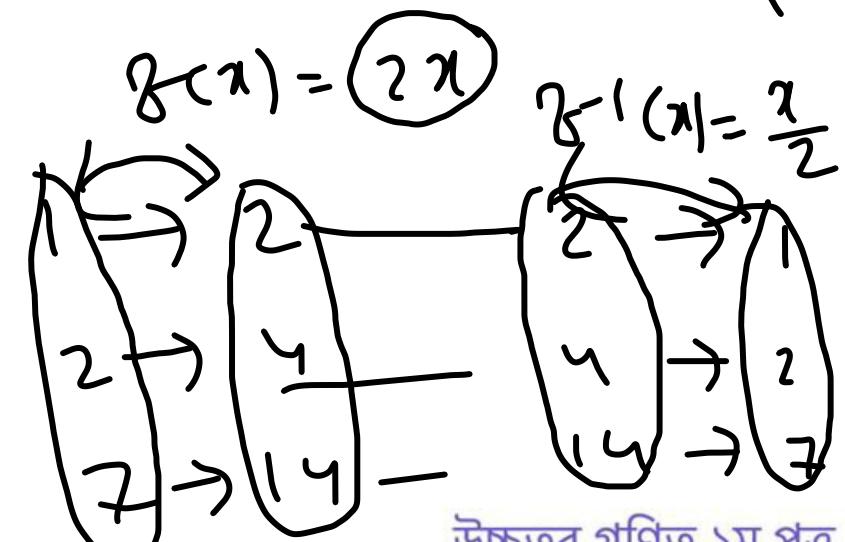
$f: R \setminus \{-\frac{3}{2}\} \rightarrow R \setminus \{\frac{1}{2}\}; f(x) = \frac{x+5}{2x+3}$ হলে $f^{-1}(x) = ?$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-bx + a}{cx - d}$$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$



উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Shortcut (বিপরীত ফাংশন)



$$\left\{
 \begin{array}{l}
 f(x) = 2x \quad \text{I) } 2 \times \\
 f(x) = 2x+3 \quad \text{II) } 3 + \quad \frac{\div}{\uparrow} \\
 f(x) = 2x^2+3 \quad \text{III) } 3 - \quad \text{I) } ()^2 \quad \text{II) } 2 \div \quad \text{III) } \sqrt{} \\
 \end{array}
 \right.$$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$
 $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$
 $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x-3}{2}}$

Poll Question 05



$f: R \rightarrow R$ কে $f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f^{-1}(x)$ এর মান কত?

(a) $\frac{x+1}{2}$

(b) $\frac{x-2}{1}$

(c) $\frac{x-1}{2}$

(d) None

$$2x + 1$$
$$\begin{array}{r} 2x \\ 1 + \uparrow \\ \hline 2 \end{array} \div$$
$$\frac{x-1}{2}$$

সংযোজিত ফাংশন

•••

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

$$g \circ f(x) = f(g(x))$$

সংযোজিত ফাংশন



$f(x) = \sqrt{x-1}$, $g(x) = x^2 + 2$ হলে, $(gof)(2)$ নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned}
 gof(2) &= g(f(2)) \\
 &= g(1) \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$\begin{array}{l}
 f(2) = \sqrt{2-1} \\
 = 1
 \end{array}$$

$$= 1$$

$$g(x) = x^2 + 2$$

$$g(1) = 1 + 2$$

ফাংশনের মান নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা



$$f: R \rightarrow R \text{ ফাংশনটি } f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x > 3 \\ x - 2, & -2 \leq x \leq 3 \\ 2x + 3, & x < -2 \end{cases} \text{ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।}$$

$f(2), f(4), f(-1), f(-3)$ এর মান নির্ণয় কর।

Solⁿ:

$$f(2) = 2 - 2 = 0$$

$$f(4) = 4 - 2 = 2$$

$$f(-1) = -1 - 2 = -3$$

$$f(-3) = -3 - 2 = -5$$

আরো বিশেষ কিছু ফাংশন



◆ যুগ্ম ফাংশনঃ

$$f(-x) = f(x)$$

$$x^2, \cos\theta, \sec\theta$$

◆ অযুগ্ম ফাংশনঃ

$$f(-x) = -f(x)$$

$$x^3, x, \sin\theta, \tan\theta$$

◆ অভেদক ফাংশন (Identity Function):

$$f(x) = x$$

◆ ধ্রুবক ফাংশন (Constant function):

$$f(x) = c$$

Poll Question 06

নিচের কোনটি যুগ্ম ফাংশন?

X(a) $f(x) = \tan x$

X(b) $f(x) = x^2 + 2x$

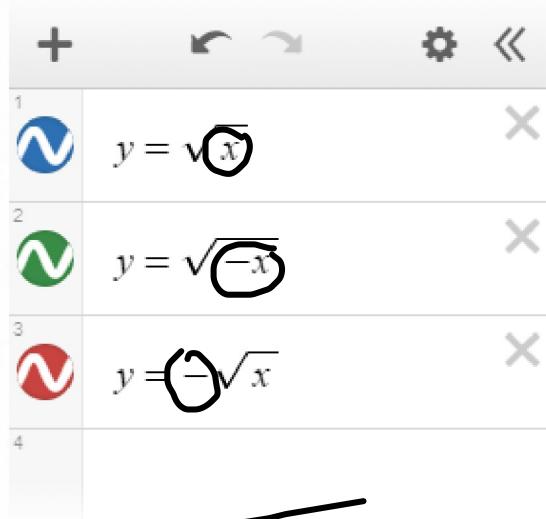
X(c) $f(x) = \sin x + 2$

✓(d) None

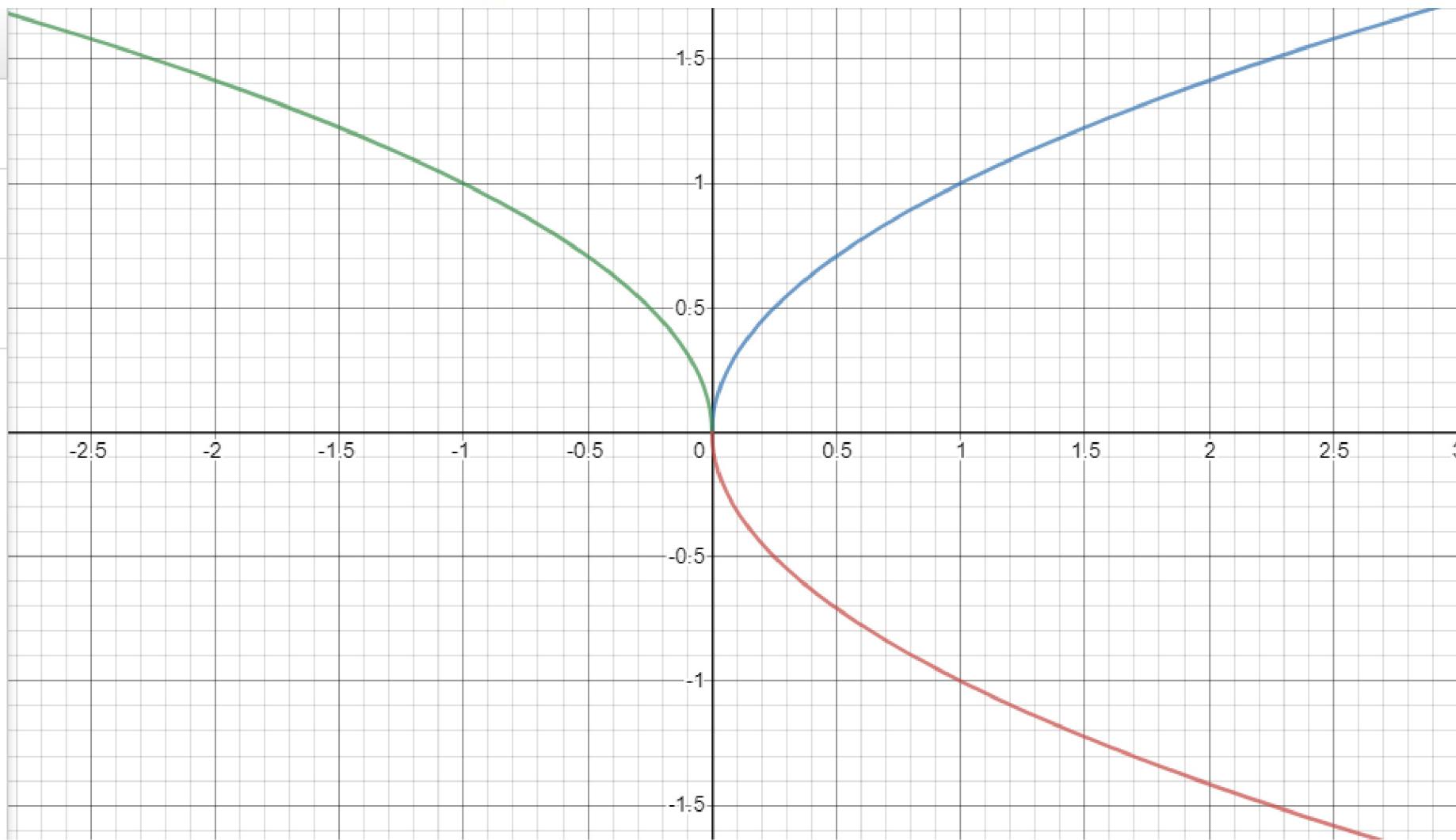
$$f(x) = x^2 + 2x$$
$$f(2) = 4 + 4 = 8$$
$$f(-2) = 4 - 4 = 0$$

ফাংশনের লেখচিত্র (প্রতিসাম্য)

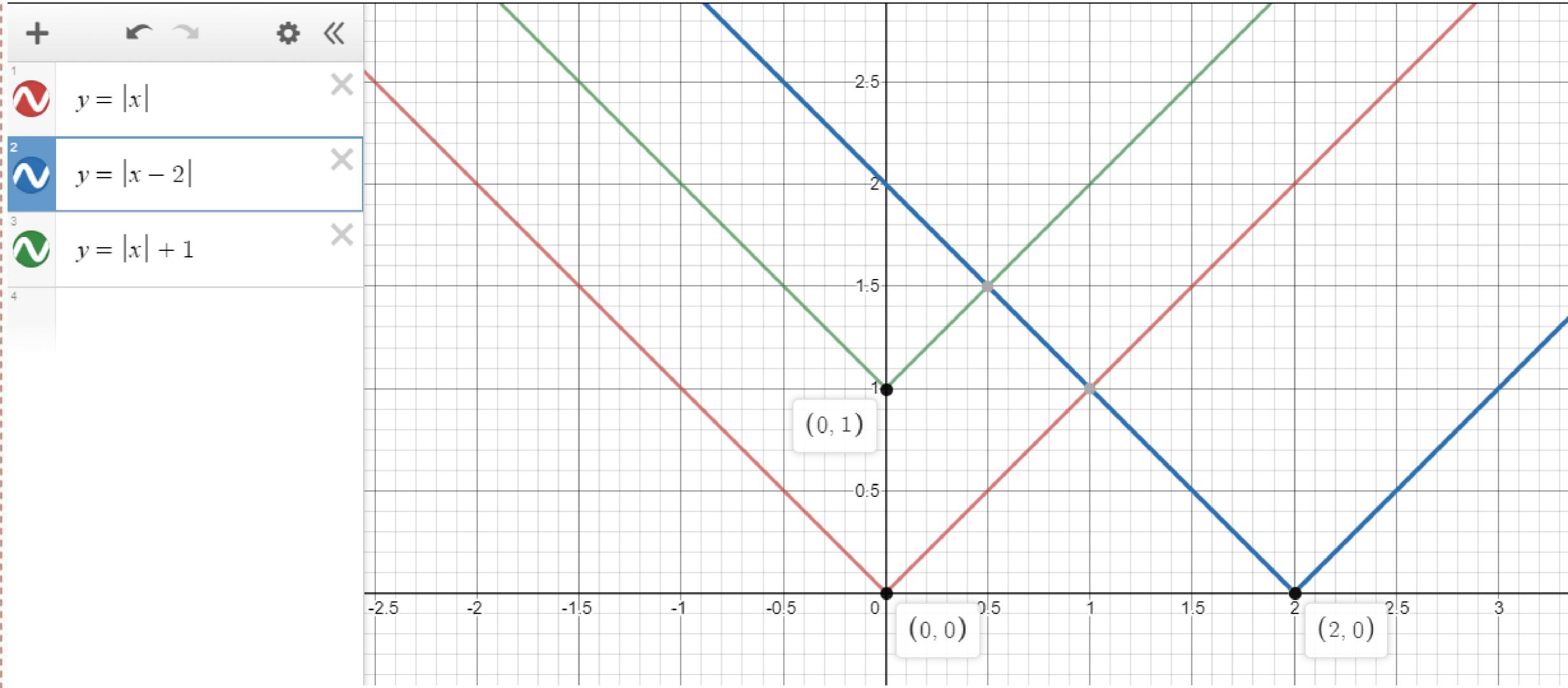
•••



$$\sqrt{-x}$$



ফাংশনের লেখচিত্র (স্থানান্তর)



অধ্যায়: ০২

ভেষ্টন



উদ্ধাম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০২ : ভেষ্টন

মান ও অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয়



Concept:

(i) কোনো ভেক্টর $\vec{A} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হলে এর মান $|\vec{A}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(ii) \vec{A} ও \vec{B} দুইটি ভেক্টর এর অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\underline{\vec{A} \cdot \vec{B}} = AB \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB}$

মান ও অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয়

যদি $\vec{P} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ হয়, তাহলে \vec{P} এবং \vec{Q} মধ্যবর্তী কোণ কোনটি?

$$\cos \theta = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|P| |Q|}$$

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = 16 + 4 - 4 = 16$$

$$|P| = \sqrt{16 + 4 + 16} = 6$$

$$|Q| = \sqrt{16 + 4 + 1} = \sqrt{21}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{16}{3\sqrt{21}} \right)$$

Poll Question 07

x-অক্ষের সঙ্গে ভেট্টার $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j}$ কত কোণ উৎপন্ন করে?

(a) 45°

(b) 210°

(c) Both a & b

(d) কোনটিই নয়

$$\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} \quad \vec{B} =$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 1 \quad |\vec{A}| = \sqrt{2}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A} \vec{B}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 45^\circ$$

একক ভেস্টার সংক্রান্ত



$\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ দ্বারা গঠিত সমতলের উপর একটি লম্ব একক ভেস্টার নির্ণয় কর। ১) $\vec{A} \times \vec{B}$ ২) $|\vec{A} \times \vec{B}|$

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{ccc} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{array} \right| = i \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\
 & + k \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \\
 & = \frac{5}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j} - \frac{4}{\sqrt{2}} \hat{k} \\
 & = \sqrt{25+1+16}
 \end{aligned}$$

পরস্পর লম্ব ও সমান্তরাল ভেক্টর



- {
- (i) কোনো ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবার শর্ত, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$
 - (ii) সমান্তরাল হবার শর্ত হচ্ছে $|\vec{A} \times \vec{B}| = 0$
 - ◆ Shortcut for MCQ : $\vec{A} = \underline{A_x} \hat{i} + \underline{A_y} \hat{j} + \underline{A_z} \hat{k}$; $\vec{B} = \underline{B_x} \hat{i} + \underline{B_y} \hat{j} + \underline{B_z} \hat{k}$ এবং $\vec{A} \parallel \vec{B}$ হলে,
$$\frac{A_x}{B_x} = \frac{A_y}{B_y} = \frac{A_z}{B_z}$$
- }

পরস্পর লম্ব ও সমান্তরাল ভেক্টর



a - এর মান কত হলে, $\vec{A} = 8\hat{i} + \hat{j} - a\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি পরস্পর লম্ব?

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$32 - 2 - 5a = 0$$

$$\Rightarrow a = 6$$

Poll Question 08



m এর মান কত হলে $4\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $8\hat{i} + 6\hat{j} + \frac{m}{5}\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?

(a) $\frac{10}{25}$

(b) $\frac{5}{3}$

(c) 50

(d) None

$$\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \boxed{\frac{1}{2}} = \frac{s}{m/5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{25}{m}$$

$$\Rightarrow m = 50$$

ভেষ্টরের উপাংশ ও অভিক্ষেপ

০০০

বেন্টেগো

বেঙ্গলুৰু-

বেগুন

বেঢ়ুবু -

ভেক্টরের উপাংশ ও অভিক্ষেপ



$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 4\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}$ হলে \vec{a} ভেক্টরের উপর \vec{b} ভেক্টরের অভিক্ষেপ ও \vec{a} ভেক্টরের বরাবর \vec{b} এর উপাংশ নির্ণয় কর। [BUET'08-09, 09-10, 10-11, 12-13, 13-14; KUET' 05-06, 09-10; DU'16-17]

সমাধান,

$$\vec{a} \text{ দ্বারা } \vec{b} \text{ কে }$$

$$\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= 1 \times 4 + 2 \times 8 + (2) (-1) \\ &= 4 + 16 - 2 \\ &= 18\end{aligned}$$

উপর থেকে $=$ সমাধান $\times \hat{a}$

$$\begin{aligned}&= 6 \times \frac{(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} \\ &= 6 \times \frac{\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{9}} \\ &= 2\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}\end{aligned}$$

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

•••

- (i) \vec{A} ও \vec{B} দুটি ভেক্টর হলে,
- যদি ত্রিভুজের দুই বাহু নির্দেশ করে তবে ক্ষেত্রফল, $\Delta = \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$
 - যদি সামান্তরিকের দুটি কর্ণ নির্দেশ করে তবে ক্ষেত্রফল, $\Delta = \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$
 - যদি সামান্তরিকের দুটি সম্মিহিত বাহু নির্দেশ করে তবে ক্ষেত্রফল, $\Delta = \underline{|\vec{A} \times \vec{B}|}$

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত



$\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ একটি সামান্যরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [DU'17-18]

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i} \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} 4 & -4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= |6\hat{i} + 6\hat{j}| = \sqrt{6^2 + 6^2}$$

$$= \boxed{\sqrt{72}} = \sqrt{2 \times 36} = 6\sqrt{2}$$

না বুঝে
মুখস্থ করার
অঙ্গ্যাস প্রতিভাকে
ধ্যেন্স করে



উদ্বাস

একাডেমিক এবং এডুকেশন কেন্দ্র

www.udvash.com