প্যারালাল TEXT

(For HSC & Pre-Admission)

পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র

পঞ্চম অধ্যায়: কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা

সার্বিক ব্যবস্থাপনায়
উদ্ভাস ফিজিক্স টিম

প্রচ্ছদ
মোঃ রাকিব হোসেন

অক্ষর বিন্যাস
মিঠুন, জায়েদ ও হৃদয়

অনুপ্রেরণা ও সহযোগিতায়
মাহমুদুল হাসান সোহাগ
মুহাম্মদ আবুল হাসান লিটন

কৃতজ্ঞতা
উদ্ভাস-উন্মেষ-উত্তরণ
শিক্ষা পরিবারের সকল সদস্য

প্রকাশনায়
উদ্ভাস একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

প্রকাশকাল
প্রথম প্রকাশ: জানুয়ারি, ২০২৩ ইং
সর্বশেষ সংস্করণ: সেপ্টেম্বর, ২০২৩ ইং

অনলাইন পরিবেশক
rokomari.com

Fixed Price
১৫০/-
(একশত পঞ্চাশ টাকা মাত্র)

কপিরাইট © উদ্ভাস

সমস্ত অধিকার সংরক্ষিত। এই বইয়ের কোনো অংশই প্রতিষ্ঠানের লিখিত অনুমতি ব্যতীত ফটোকপি, রেকর্ডিং, বৈদ্যুতিক বা যান্ত্রিক পদ্ধতিসহ কোনো উপায়ে পুনরুৎপাদন বা প্রতিলিপি, বিতরণ বা প্রেরণ করা যাবে না। এই শর্ত লঙ্ঘিত হলে উপযুক্ত আইনি ব্যবস্থা গ্রহণ করা হবে।

প্রিয় শিক্ষার্থী বন্ধুরা,

তোমরা শিক্ষা জীবনের একটি গুরুত্বপূর্ণ ধাপে পদার্পণ করেছো। মাধ্যমিকের পড়াশুনা থেকে উচ্চ মাধ্যমিকের পড়াশুনার ধাঁচ ভিন্ন এবং ব্যাপক। মাধ্যমিক পর্যন্ত যেখানে 'বোর্ড বই'-ই ছিল সব, সেখানে উচ্চ-মাধ্যমিকে বিষয়ভিত্তিক নির্দিষ্ট কোন বই নেই। কিন্তু বাজারে বোর্ড অনুমোদিত বিভিন্ন লেখকের অনেক বই পাওয়া যায়। একারণেই শিক্ষার্থীরা পাঠ্যবই বাছাইয়ের ক্ষেত্রে দ্বিধায় ভোগে। এছাড়া, মাধ্যমিকের তুলনায় উচ্চ-মাধ্যমিকে সিলেবাস বিশাল হওয়া সত্ত্বেও প্রস্তুতির জন্য খুবই কম সময় পাওয়া যায়। জীবনের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ এই ধাপের শুরুতেই দ্বিধা-দ্বন্দ্ব থেকে মুক্তি দিতে আমাদের এই Parallel Text। উচ্চ মাধ্যমিক পর্যায়ে শিক্ষার্থীদের হতাশার একটি মুখ্য কারণ থাকে পাঠ্যবইয়ের তাত্ত্বিক আলোচনা বুঝতে না পারা। এজন্য শিক্ষার্থীদের মাঝে বুঝে বুঝে পড়ার প্রতি অনীহা তৈরি হয়। তারই ফলস্বরূপ শিক্ষার্থীরা HSC ও বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় ভালো ফলাফল করতে ব্যর্থ হয়।

তোমাদের লেখাপড়াকে আরও সহজ ও প্রাণবন্ত করে তোলার বিষয়টি মাথায় রেখে আমাদের Parallel Text বইগুলো সাজানো হয়েছে সহজ-সাবলীল ভাষায়, অসংখ্য বাস্তব উদাহরণ, গল্প, কার্টুন আর চিত্র দিয়ে। প্রতিটি টপিক নিয়ে আলোচনার পরেই রয়েছে গাণিতিক উদাহরণ; যা টপিকের বাস্তব প্রয়োগ এবং গাণিতিক সমস্যা সমাধান সম্পর্কে ধারণা দেয়ার পাশাপাশি পরবর্তী টপিকগুলো বুঝতেও সাহায্য করবে। তোমাদের বোঝার সুবিধার জন্য গুরুত্বপূর্ণ সংজ্ঞা, বৈশিষ্ট্য, পার্থক্য ইত্যাদি নির্দেশকের মাধ্যমে আলাদা করা হয়েছে। এছাড়াও যেসব বিষয়ে সাধারণত ভুল হয়, সেসব বিষয় 'সতর্কতা' এর মাধ্যমে দেখানো হয়েছে।

তবে শুধু বুঝতে পারাটাই কিন্তু যথেষ্ট নয়, তার পাশাপাশি দরকার পর্যাপ্ত অনুশীলন। আর এই বিষয়টি আরও সহজ করতে প্রতিটি অধ্যায়ের কয়েকটি টপিক শেষে যুক্ত করা হয়েছে 'টপিকভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান'। যার মধ্যে রয়েছে বিগত বোর্ড পরীক্ষার প্রশ্নের পাশাপাশি বুয়েট, রুয়েট, কুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল ও ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়সহ বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান। এভাবে ধাপে ধাপে অনুশীলন করার ফলে তোমরা বোর্ড পরীক্ষার শতভাগ প্রস্তুতির পাশাপাশি ভর্তি পরীক্ষার প্রস্তুতিও নিতে পারবে এখন থেকেই। এছাড়াও অধ্যায় শেষে রয়েছে 'গুরুত্বপূর্ণ প্র্যাক্টিস প্রবলেম' ও 'গাণিতিক সমস্যাবলি' যা অনুশীলনের মাধ্যমে তোমাদের প্রস্তুতি পূর্ণাঙ্গ হবে।

আশা করছি, আমাদের এই Parallel Text একই সাথে উচ্চ মাধ্যমিকে তোমাদের বেসিক গঠনে সহায়তা করে HSC পরীক্ষায় A+ নিশ্চিত করবে এবং ভবিষ্যতে বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তিযুদ্ধের জন্য প্রস্তুত রাখবে।

তোমাদের সার্বিক সাফল্য ও উজ্জ্বল ভবিষ্যত কামনায়-

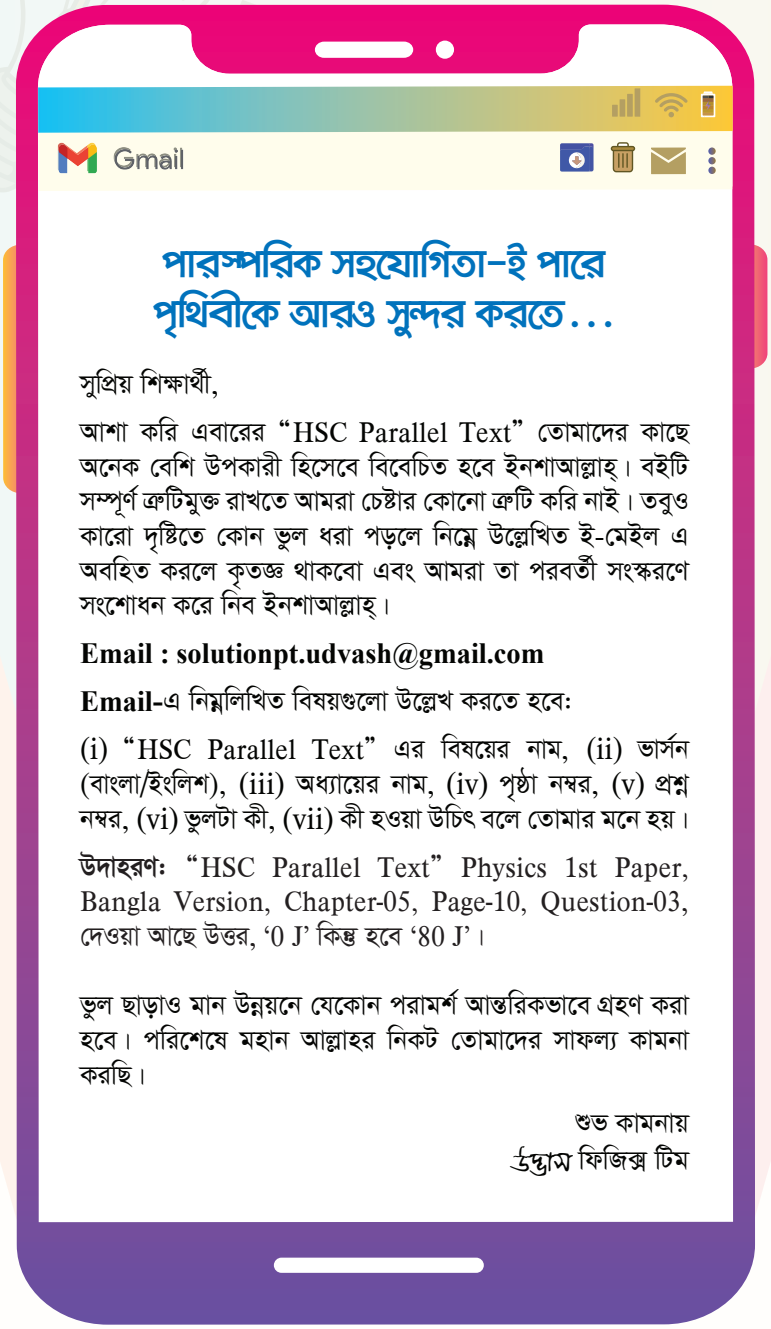
উদ্ভাস ফিজিক্স টিম

সূচিপত্র

পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র

পঞ্চম অধ্যায়: কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা

পৃষ্ঠা	বিষয়বস্তু	ক্র.নং
০১	কাজ	০১
০২	টপিক ভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান	১০
০৩	ধ্রুব বল ও পরিবর্তনশীল বল	১২
০৪	ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ	১২
০৫	পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ	১৩
০৬	ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কৃতকাজ	১৭
০৭	পথের উপর কৃতকাজের নির্ভরশীলতা	১৮
০৮	টপিক ভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান	১৯
০৯	গতিশক্তি এবং কাজ-শক্তি উপপাদ্য	২১
১০	ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি	২৫
১১	চলন-ঘূর্ণন গতি সম্পন্ন বস্তুর গতিশক্তি	২৬
১২	গতিশক্তির সাথে ভরবেগের সম্পর্ক	২৭
১৩	টপিক ভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান	৩১
১৪	সংরক্ষণশীল বল	৩৫
১৫	বিভবশক্তি	৩৮
১৬	কৃতকাজ ও যান্ত্রিক শক্তির পরিবর্তন	৪৪
১৭	যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা	৪৫
১৮	শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি	৫০
১৯	টপিক ভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান	৫৩
২০	ক্ষমতা	৬০
২১	কর্মদক্ষতা (Efficiency)	৬১
২২	ভরকেন্দ্রের সরণ ও কৃতকাজ	৬২
২৩	টপিক ভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান	৬৯
২৪	একত্রে সব গুরুত্বপূর্ণ সূত্র	৭৬
২৫	গুরুত্বপূর্ণ প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম	৭৭
২৬	গাণিতিক সমস্যাবলি	৮১



পারস্পরিক সহযোগিতা-ই পারে পৃথিবীকে আরও সুন্দর করতে...

সুপ্রিয় শিক্ষার্থী,

আশা করি এবারের "HSC Parallel Text" তোমাদের কাছে অনেক বেশি উপকারী হিসেবে বিবেচিত হবে ইনশাআল্লাহ্। বইটি সম্পূর্ণ ত্রুটিমুক্ত রাখতে আমরা চেষ্টার কোনো ত্রুটি করি নাই। তবুও কারো দৃষ্টিতে কোন ভুল ধরা পড়লে নিম্নে উল্লেখিত ই-মেইল এ অবহিত করলে কৃতজ্ঞ থাকবো এবং আমরা তা পরবর্তী সংস্করণে সংশোধন করে নিব ইনশাআল্লাহ্।

Email : solutionpt.udvash@gmail.com

Email-এ নিম্নলিখিত বিষয়গুলো উল্লেখ করতে হবে:

(i) "HSC Parallel Text" এর বিষয়ের নাম, (ii) ভার্সন (বাংলা/ইংলিশ), (iii) অধ্যায়ের নাম, (iv) পৃষ্ঠা নম্বর, (v) প্রশ্ন নম্বর, (vi) ভুলটা কী, (vii) কী হওয়া উচিৎ বলে তোমার মনে হয়।

উদাহরণ: "HSC Parallel Text" Physics 1st Paper, Bangla Version, Chapter-05, Page-10, Question-03, দেওয়া আছে উত্তর, '0 J' কিন্তু হবে '80 J'।

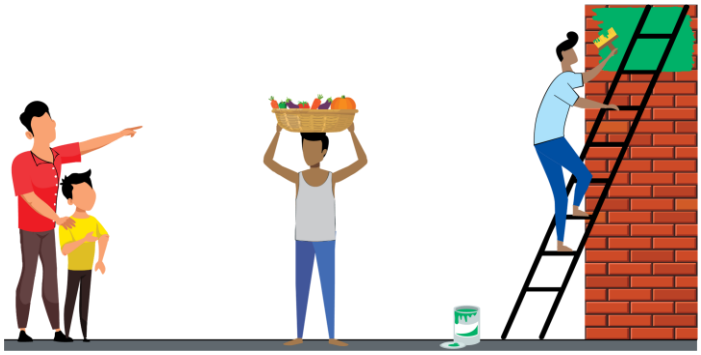
ভুল ছাড়াও মান উন্নয়নে যেকোন পরামর্শ আন্তরিকভাবে গ্রহণ করা হবে। পরিশেষে মহান আল্লাহর নিকট তোমাদের সাফল্য কামনা করছি।

শুভ কামনায়
উদ্ভাস ফিজিক্স টিম

অধ্যায় ০৫

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা

আরমানের বাবা পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষক। একদিন আরমান তার বাবার সাথে রাস্তা দিয়ে হাঁটছিলো। এমন সময় সে দেখতে পেল সামনে একজন রং মিস্ত্রি বাড়ির দেয়াল রং করার জন্য মই বেয়ে উঠছে। আর তার পাশেই একজন সবজিওয়ালা মাথায় সবজির ঝুড়ি নিয়ে দাঁড়িয়ে আছে। আরমান তার বাবাকে বললো, ঐ দেখো বাবা, ওরা কাজ করছে। আরমানের বাবা মুচকি হেসে বললেন, প্রকৃতপক্ষে রং মিস্ত্রি কাজ সম্পাদন করলেও সবজিওয়ালার দ্বারা কোনো কাজ সম্পন্ন হচ্ছে না।



উপরের গল্পে আসলে আরমান ও তার বাবা দুইজনই সঠিক। কিন্তু কেন? আসলে দৈনন্দিন জীবনের কাজ ও পদার্থবিজ্ঞানের কাজ এক নয়। দৈনন্দিন জীবনে আমরা অনেক কিছু করে থাকি। যেমন: বাজার করা, দারোয়ানের বাড়ি পাহারা দেওয়া, বসে বসে পড়াশুনা করা, ঠেলাগাড়ি ঠেলে নিয়ে যাওয়া ইত্যাদি। এ সবকিছুকে আমরা প্রাত্যহিক জীবনের কাজ হিসেবে স্বীকৃতি দিলেও পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায় কাজের সংজ্ঞা আলাদা। এই অধ্যায়ে আমরা পদার্থবিজ্ঞানে কাজ ও এর ব্যবহার নিয়ে আলোচনা করব।

কাজ

পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায়, কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করা হলে যদি বস্তুর সরণ ঘটে, তাহলেই তাকে আমরা কাজ বলতে পারি। এটিই কাজের সংজ্ঞা। বল প্রয়োগ করলে যদি সরণ হয়, তবে কাজ হবে। সরণ না হলে, কাজ হবে না। আর বলই যদি প্রয়োগ করা না হয়, তাহলে তো স্থির বস্তুর সরণ ঘটার প্রশ্নই আসে না।

তবে এখানে একটি শর্ত আছে। শর্তটি হল বস্তুটির সরণ ঘটতে হবে প্রযুক্ত বলের দিক বরাবর। কিন্তু সরণ যদি বলের দিক বরাবর না হয়, তাহলে? খুবই সহজ, সরণের যতটুকু অংশ বলের দিক বরাবর হয়েছে, ততটুকু অংশই আমরা নিব (সরণ একটি ভেক্টর রাশি। আমরা ভেক্টর অধ্যায়ে কোনো ভেক্টর রাশিকে উপাংশে বিভক্ত করা শিখেছি। কৃতকাজ নির্ণয়ে আমাদেরকে বলের দিক বরাবর সরণের উপাংশকে নিতে হবে)। বল ও বলের দিকে সরণ, এ দুইয়ের গুণফলই হল কৃতকাজ।

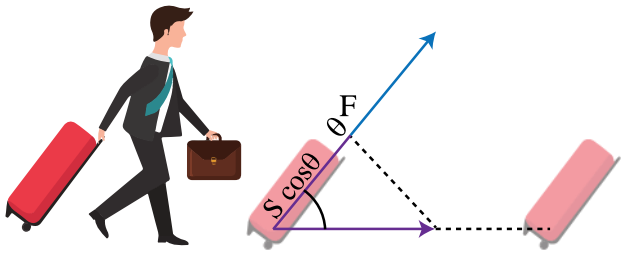


Fig 5.01

আশিক বিদেশ যাওয়ার জন্য ট্রলিব্যাগ গুছিয়ে এয়ারপোর্টে পৌঁছে **Fig 5.01** এর মত। ট্রলিব্যাগ টানতে টানতে সে লক্ষ করে তার হাত দ্বারা ট্রলিব্যাগের উপর প্রযুক্ত বলের দিক আর ট্রলিব্যাগের সরণের দিক একই নয়। তার মনে প্রশ্ন জাগলো, সে কি কোনো কাজ করছে? চলো আমরা ঘটনাটি বিশ্লেষণ করি।

ট্রলিব্যাগ টানার সময় আশিক অনুভূমিকের সাথে θ কোণে F বল প্রয়োগ করে টানছে **(Fig 5.01)**। এর ফলে ট্রলিব্যাগের সরণ যদি s হয়, তাহলে বলের দিক বরাবর সরণের উপাংশ হল $s\cos\theta$। তাহলে কৃতকাজ হবে বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফল।

অতএব, আশিকের কৃতকাজ, $W = F\,s\cos\theta$

এই ব্যাপারটিকে আমরা একটু অন্যভাবে বর্ণনা দিতে পারি।

কৃতকাজ, $W = F\,(s\cos\theta)$

$= (F\cos\theta)\,s$

কিন্তু $F\cos\theta$ হল সরণের দিক বরাবর বলের উপাংশ **(Fig 5.02)**। অর্থাৎ, সরণকে সরণের দিক বরাবর বলের উপাংশের সাথে গুণ করলেও কৃতকাজের মান পাওয়া যাবে। অর্থাৎ, কৃতকাজকে আমরা বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফল অথবা সরণ ও সরণের দিকে বলের উপাংশের গুণফল, উভয়টি দ্বারাই সংজ্ঞায়িত করতে পারি।

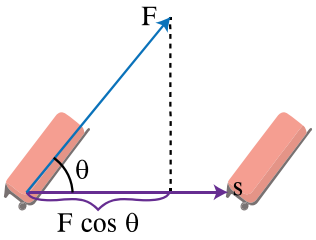


Fig 5.02

মাত্রা ও একক:

কাজের সমীকরণ, $W = Fs\cos\theta$ থেকে আমরা কাজের একক ও মাত্রা সম্পর্কে ধারণা পেতে পারি। বল F এর একক N, সরণ s এর একক m, $\cos\theta$ একটি অনুপাত হওয়ায় এর কোনো একক নেই। তাহলে, কাজের একক আমরা বলতে পারি Nm। এটিকে জুল (J) ও বলা হয়। 1Nm=1 J।

একইভাবে, আমরা কাজের মাত্রাও বের করতে পারি। এটি হবে বলের মাত্রা × সরণের মাত্রা।

$\therefore$ কাজের মাত্রা $= [MLT^{-2}] \times [L] = [ML^2T^{-2}]$

তাহলে, কাজের সমীকরণ , $W = F\,s\cos\theta$ তে আমরা রাশিগুলোর পরিচয় এভাবে দিতে পারি,

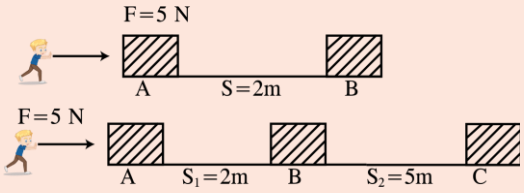
F = প্রয়োগকৃত বল

s = যতক্ষণ বল প্রয়োগ করা হয়েছে ততক্ষণের সরণ

θ = বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ

সতর্কতা!

কৃতকাজ সম্পর্কে আরও ভালোভাবে বুঝতে একটি উদাহরণ দেওয়া যাক। মনে কর, ছোট্ট শিশু রাইসা একটি খেলনাগাড়ি নিয়ে খেলছে। খেলনা গাড়িটিকে হাত দিয়ে ঠেলে চালাতে হয়। রাইসা খেলনা গাড়িটির উপর 5 N বল প্রয়োগ করে সামনের দিকে ঠেলে নিয়ে যায়। যখন গাড়িটি এভাবে 2 m দূরত্ব অতিক্রম করে তখন রাইসা তার হাতটিকে গাড়ি থেকে ছেড়ে দেয়। ফলে গাড়িটি আরও 5 m সামনে গিয়ে থেমে যায়।



এবার বলো, রাইসার প্রযুক্ত বল দ্বারা কতটুকু কাজ সম্পন্ন হয়েছে? তুমি হয়তো বলতে পার, রাইসার প্রযুক্ত বল 5 N, এবং গাড়িটির মোট সরণ $(5 + 2)$ m $= 7$m। তাই কৃতকাজ, $W = 5 \times 7 = 35$ J। কিন্তু এই উত্তরটি ভুল। খেয়াল কর, প্রশ্নে রাইসার প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করতে বলা হয়েছে। তাই প্রযুক্ত বল যতক্ষণ ক্রিয়াশীল ছিল, ততক্ষণে গাড়িটির সরণ যতটুকু হবে, আমাদেরকে শুধুমাত্র সরণের সেই মানটিকেই নিতে হবে। সম্পূর্ণ সরণের মান নিলে চলবে না। প্রযুক্ত বলকে সরিয়ে নেওয়ার পর এর যতই সরণ হোক না কেন, সেটি কৃতকাজে কোনোরূপ প্রভাব ফেলবে না।

5 N বলে জন্য সরণ, AB = 2m.

$\therefore$ রাইসা কর্তৃক প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = 5 \times 2 = 10$ J

কাজ ও ডটগুণন

বল ও সরণ উভয়ই ভেক্টর রাশি। কিন্তু এদের গুণফল কাজ একটি স্কেলার রাশি। দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল কখন স্কেলার রাশি হয়? ডট গুণন! কিন্তু কাজ কি আসলেই বল ও সরণের ডট গুণন? চলো দেখে আসি-

ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় বল, $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$

সরণ, $\vec{s} = s_x\hat{i} + s_y\hat{j} + s_z\hat{k}$

এখানে, F_x, F_y, F_z হলো যথাক্রমে x-অক্ষ, y-অক্ষ ও z-অক্ষ, বরাবর $\vec{F}$ এর উপাংশ।

এবং s_x, s_y, s_z হলে যথাক্রমে x-অক্ষ, y-অক্ষ ও z-অক্ষ বরাবর $\vec{s}$ এর উপাংশ।

$\therefore$ বলের x- উপাংশ দ্বারা কৃতকাজ, $W_x = F_x s_x$

$\therefore$ বলের y- উপাংশ দ্বারা কৃতকাজ, $W_y = F_y s_y$

$\therefore$ বলের z- উপাংশ দ্বারা কৃতকাজ, $W_z = F_z s_z$

অতএব, মোট কৃতকাজ, $W = W_x + W_y + W_z$

$= F_x s_x + F_y s_y + F_z s_z$

লক্ষ কর, আমরা বল ও সরণের x- উপাংশগুলো গুণ করেছি। একইভাবে y ও z উপাংশগুলোও গুণ করেছি। তারপর এগুলোকে যোগ করেছি। সমীকরণটি কি তোমাদের পরিচিত লাগছে? ভেক্টর অধ্যায় থেকে মনে করে দেখ, এটিই কিন্তু দুটি ভেক্টরের ডট গুণন। অর্থাৎ, বল ও সরণ ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{F}$ ও $\vec{s}$ হলে,

$$\begin{aligned}\vec{F}\cdot\vec{s} &= (F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k})\cdot(s_x\hat{i} + s_y\hat{j} + s_z\hat{k})\\ &= F_x s_x + F_y s_y + F_z s_z\\ &= Fs\cos\theta \text{ [ডট গুণনের সংজ্ঞা থেকে]}\end{aligned}$$

তাই আমরা বলতে পারি, কাজ হলো বল ও সরণের ডট গুণফলের সমান। দুটি ভেক্টর রাশির ডট গুণফলে স্কেলার রাশি পাওয়া যায়। তাই কাজ স্কেলার রাশি।

এতক্ষণের আলোচনার পর নিশ্চয়ই আমরা কাজ সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পেয়েছি। চলো এবার কেতাবি ভাষায় কাজের সংজ্ঞা জেনে আসি।

কাজ: একটি বস্তুর ওপর কোনো বল ক্রিয়া করায় যদি বলের অভিমুখে বস্তুটির কিছু সরণ ঘটে তাহলে ক্রিয়াশীল বল কাজ করেছে বলে ধরা হয়। বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

কাজ, $W = \vec{F}.\vec{s} = Fs\cos\theta$

এখানে, F = যে বল দ্বারা কৃতকাজ হিসাব করতে হবে সেই বলের মান

s = যতক্ষণ বল প্রয়োগ করা হয়েছে, সেই সময়ে প্রাপ্ত সরণের মান

θ = বল এবং সরণের মধ্যবর্তী কোণ

উদাহরণ-০১: সুপারম্যান একটি বাসের উপর $\vec{F} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ বল প্রয়োগ করায় বাসটি $\vec{r}_1 = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ থেকে $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ অবস্থানে চলে যায়। সুপারম্যানের প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় কর।

সমাধান: সরণ, $\vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$= (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) - (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

$= \hat{i} - 2\hat{k}$

$\therefore$ কৃতকাজ, $W = \vec{F}\cdot\vec{s} = (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})\cdot(\hat{i} - 2\hat{k})$

$= 3\times 1 + 1\times 0 + (-2)(-2)$

$= 3 + 4$

$= 7J$

একাধিক বল দ্বারা কৃতকাজ

আমরা এতক্ষণ কাজ নিয়ে যেসব আলোচনা করলাম, সবখানেই বস্তুর উপর কেবলমাত্র একটি বল ক্রিয়া করেছে। কিন্তু সবসময় তো এমন নাও হতে পারে। কোনো বস্তুর উপর একাধিক বল ক্রিয়া করলে তখন আমরা কৃতকাজ নির্ণয় করব কীভাবে? এটি সম্পর্কে বুঝতে হলে আমাদেরকে দুইটি বিষয় জানতে হবে। এগুলো হলো নির্দিষ্ট বল দ্বারা কৃতকাজ ও বস্তুর উপর মোট কৃতকাজ।

কোনো বস্তুর উপর একাধিক বল ক্রিয়াশীল হলে প্রতিটি বল দ্বারা কৃতকাজ এবং বস্তুর উপর মোট কৃতকাজ নির্ণয়ের পদ্ধতি সম্পর্কে এখন আমরা জানবো। ধরা যাক, একটি বস্তুর উপর একাধিক বল ক্রিয়া করছে। তাহলে, বস্তুটির উপর কোনো নির্দিষ্ট বল দ্বারা কৃতকাজ হবে এ নির্দিষ্ট বল ও সরণের ডট গুণফল। কিন্তু বস্তুটির উপর মোট কৃতকাজ বের করব কীভাবে? এটি আমরা দুইটি পদ্ধতিতে নির্ণয় করতে পারি।

পদ্ধতি-০১: প্রতিটি বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করে সেগুলোকে বীজগাণিতিকভাবে যোগ করে দিলে মোট কৃতকাজ পাওয়া যাবে। কাজ স্কেলার রাশি, তাই কাজকে বীজগাণিতিকভাবে যোগ করা হয়।

পদ্ধতি-০২: বস্তুটির উপর প্রযুক্ত সবগুলো বলের লব্ধি ভেক্টর পদ্ধতিতে নির্ণয় করতে হবে। তারপর প্রযুক্ত লব্ধি বল ও সরণের ডট গুণফল নির্ণয় করলেই বস্তুর উপর মোট কৃতকাজ বা লব্ধি বল দ্বারা কৃতকাজ পাওয়া যাবে।

গাণিতিকভাবে, কোনো বস্তুর উপর $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots\ldots\ldots, \vec{F}_n$ বলগুলো ক্রিয়াশীল হলে এবং বস্তুর সরণ $\vec{s}$ হলে,

$\therefore$ মোট কৃতকাজ, $W = \vec{F}_1 \cdot \vec{s} + \vec{F}_2 \cdot \vec{s} + \vec{F}_3 \cdot \vec{s} + \ldots\ldots\ldots + \vec{F}_n \cdot \vec{s}$

$= (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\ldots\ldots \vec{F}_n) \cdot \vec{s}$

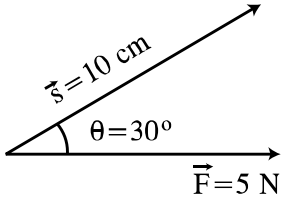
উদাহরণ-০২: **একটি ক্যারামের গুটিতে স্ট্রাইকার দিয়ে 5N বল প্রয়োগ করায় গুটিটি বলের দিকের সাথে 30° কোণ করে চলে গেল। গুটিটি যতক্ষণ স্ট্রাইকারের সংস্পর্শে ছিল, ততক্ষণে 10cm দূরত্ব অতিক্রম করে। স্ট্রাইকার দ্বারা কৃতকাজ কত?**

সমাধান: $W = \vec{F}.\vec{s}$

$= Fs\cos\theta$

$= 5 \times 0.10 \times \cos 30°$

$= 0.433J$



উদাহরণ-০৩: **5 kg ভরের একটি বস্তু সমতলের উপর স্থির অবস্থায় রাখা আছে। এর উপর ফুয়াদ 50N বল 5s ধরে প্রয়োগ করলো। সমতলটি অমসৃণ এবং বস্তুটির উপর ঘর্ষণ বলের পরিমাণ 15 N। নির্ণয় কর-**

(i) ফুয়াদ কর্তৃক কৃতকাজ

(ii) ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ

(iii) অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ

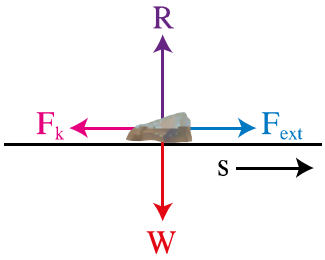
(iv) অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বল দ্বারা কৃতকাজ

(v) লব্ধি বল দ্বারা কৃতকাজ

সমাধান: বস্তুটির উপর প্রযুক্ত লব্ধি বল, $F = F_{ext.} - F_k$

$= (50 - 15)N$

$= 35\ N$



এখন, $F = ma$

বা, $a = \frac{F}{m}$

$= \frac{35}{5}$

$= 7ms^{-2}$

$\therefore$ 5s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = \frac{1}{2}at^2$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 5^2$

$= 87.5m$

(i) ফুয়াদ কর্তৃক প্রযুক্ত বল, $F_{ext.} = 50N$

সরণ, $s = 87.5m$

বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 0°$

∴ ফুয়াদ কর্তৃক প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ, $W_{ext.} = F_{ext.} \times s \times \cos\theta$

$= 50 \times 87.5 \times \cos 0°$

$= 4375\ J$

(ii) ঘর্ষণ বল, $F_k = 15\ N$

সরণ, $s = 87.5m$

ঘর্ষণ বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 180°$

∴ ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ, $W_{F_k} = F_k \times s \times \cos\theta$

$= 15 \times 87.5 \times \cos 180°$

$= -1312.5\ J$ [এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বাধাদানকারী বল দ্বারা কৃতকাজ নির্দেশ করছে]

(iii) অভিকর্ষ বল = বস্তুর ওজন $= mg = (5 \times 9.8)N$

$= 49\ N$

সরণ, $s = 87.5m$

মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$

∴ অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ, $W_G = mg \times s \times \cos\theta$

$= 49 \times 87.5 \times \cos 90°$

$= 0\ J$

(iv) বস্তুটির সরণ শুধুমাত্র x -অক্ষ বরাবর হচ্ছে। y-অক্ষে এর কোনো সরণ নেই। সরণ না থাকায় ত্বরণও নেই তাই y-অক্ষ বরাবর লব্ধি বল শূন্য।

∴ $R - W = 0$

⇒ $R = W = mg = 49\ N$

∴ অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া, $R = 49\ N$

সরণ, $s = 87.5m$

মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$

∴ অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া দ্বারা কৃতকাজ, $W_R = R \times s \times \cos\theta$

$= 49 \times 87.5 \times \cos 90°$

$= 0\ J$

(v) লব্ধি বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয়ের জন্য আমাদেরকে বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলসমূহের লব্ধি নির্ণয় করতে হবে। আমরা চতুর্থ অধ্যায়ে লব্ধি বল নির্ণয় করা শিখেছি।

+x অক্ষ বরাবর বলসমূহের উপাংশ নিয়ে পাই-

$F_x = F_{ext.} \cos 0° + R \cos 90° + F_k \cos 180° + W \cos 270°$

$= 50 \cos 0° + 49 \cos 90° + 15 \cos 180° + 49 \cos 270°$

$= 35\ N$

+y অক্ষ বরাবর বলসমূহের উপাংশ নিয়ে পাই-

$F_y = F_{ext.} \sin 0° + R \sin 90° + F_k \sin 180° + W \sin 270°$

$= 49 \sin 90° + 49 \sin 270°$

$= 0\ N$

∴ লব্ধি বল, $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

$= \sqrt{35^2 + 0^2}\ N$

$= 35\ N$

লব্ধির দিক, $= \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0}{35}\right) = 0°$, + x অক্ষের সাথে

∴ লব্ধি বলের দিক + x অক্ষ বরাবর

সরণ, $s = 87.5\text{m}$

মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 0°$

লব্ধি বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = Fs\cos\theta$

$= 35 \times 87.5 \times \cos 0°$

$= 3062.5\ \text{J}$

বিকল্প পদ্ধতি:

আমরা উদাহরণ (i), (ii), (iii) ও (iv) এ সবগুলো বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করেছি। এগুলো হল-

$W_{ext.} = 4375\ \text{J}$

$W_{Fk} = -1312.5\ \text{J}$

$W_G = 0\ \text{J}$

$W_R = 0\ \text{J}$

∴ বস্তুটির উপর মোট কৃতকাজ / লব্ধি বল দ্বারা কৃতকাজ,

$W = W_{ext.} + W_{F_k} + W_G + W_R$

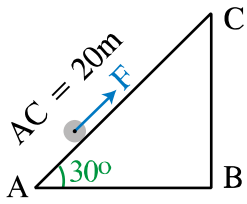
$= (4375 - 1312.5 + 0 + 0)\ \text{J}$

$= 3062.5\ \text{J}$

দুটি পদ্ধতিতেই আমরা একই সমাধানে আসতে পেরেছি, অর্থাৎ দুটি পদ্ধতিই সঠিক।

তোমার মাথায় নিশ্চয়ই প্রশ্ন আসছে কাজ রাশিটা কেন এমনই হতে হলো। কেন বলের দিকে সরণের উপাংশই নেওয়া হলো? কেন রাশি দুটি গুণ আকারেই নেওয়া হলো। বল এবং সরণ তো যোগও হতে পারতো। -এ ধরনের প্রশ্নগুলো নিশ্চয়ই তোমার মাথায় এসেছে। এই অধ্যায়টি আমরা পড়তে পড়তে এই প্রশ্নগুলোর উত্তর বের করে ফেলতে পারবো!

উদাহরণ-০৪:



অনুভূমিকের সাথে $\theta = 30°$ কোণে আনত তলে A বিন্দুতে অবস্থিত 10 kg ভরের একটি বস্তুর উপর তলের সমান্তরালে অজানা একটি বল F প্রয়োগ করা হলে বস্তুটি সমবেগে তল বরাবর উপরে উঠে C বিন্দুতে পৌঁছে। নির্ণয় কর-

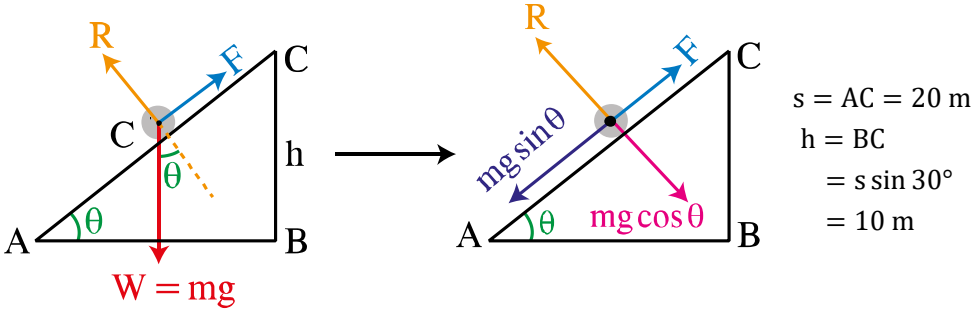
(i) F বল দ্বারা কৃতকাজ

(ii) বস্তুটির ওজন/অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ

(iii) অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বল দ্বারা কৃতকাজ

(iv) বস্তুটির মোট কৃতকাজ

সমাধান:



$s = AC = 20\ \text{m}$

$h = BC$

$= s\sin 30°$

$= 10\ \text{m}$