প্যারালাল TEXT

(For HSC & Pre-Admission)

পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র

ষষ্ঠ অধ্যায় : মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

সার্বিক ব্যবস্থাপনায়
উদ্ভাস ফিজিক্স টিম

প্রচ্ছদ
মোঃ রাকিব হোসেন

অক্ষর বিন্যাস
জায়েদ, মিঠুন ও হৃদয়

অনুপ্রেরণা ও সহযোগিতায়
মাহমুদুল হাসান সোহাগ
মুহাম্মদ আবুল হাসান লিটন

কৃতজ্ঞতা
উদ্ভাস-উন্মেষ-উত্তরণ
শিক্ষা পরিবারের সকল সদস্য

প্রকাশনায়
উদ্ভাস একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

প্রকাশকাল
প্রথম প্রকাশ: জানুয়ারি, ২০২৩ ইং
সর্বশেষ সংস্করণ: সেপ্টেম্বর, ২০২৩ ইং

অনলাইন পরিবেশক
rokomari.com

Fixed Price
১২৫/-
(একশত পঁচিশ টাকা মাত্র)

প্রিয় শিক্ষার্থী বন্ধুরা,

তোমরা শিক্ষা জীবনের একটি গুরুত্বপূর্ণ ধাপে পদার্পণ করেছো। মাধ্যমিকের পড়াশুনা থেকে উচ্চ মাধ্যমিকের পড়াশুনার ধাঁচ ভিন্ন এবং ব্যাপক। মাধ্যমিক পর্যন্ত যেখানে 'বোর্ড বই'-ই ছিল সব, সেখানে উচ্চ-মাধ্যমিকে বিষয়ভিত্তিক নির্দিষ্ট কোন বই নেই। কিন্তু বাজারে বোর্ড অনুমোদিত বিভিন্ন লেখকের অনেক বই পাওয়া যায়। একারণেই শিক্ষার্থীরা পাঠ্যবই বাছাইয়ের ক্ষেত্রে দ্বিধায় ভোগে। এছাড়া, মাধ্যমিকের তুলনায় উচ্চ-মাধ্যমিকে সিলেবাস বিশাল হওয়া সত্ত্বেও প্রস্তুতির জন্য খুবই কম সময় পাওয়া যায়। জীবনের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ এই ধাপের শুরুতেই দ্বিধা-দ্বন্দ্ব থেকে মুক্তি দিতে আমাদের এই Parallel Text। উচ্চ মাধ্যমিক পর্যায়ে শিক্ষার্থীদের হতাশার একটি মুখ্য কারণ থাকে পাঠ্যবইয়ের তাত্ত্বিক আলোচনা বুঝতে না পারা। এজন্য শিক্ষার্থীদের মাঝে বুঝে বুঝে পড়ার প্রতি অনীহা তৈরি হয়। তারই ফলস্বরূপ শিক্ষার্থীরা HSC ও বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় ভালো ফলাফল করতে ব্যর্থ হয়।

তোমাদের লেখাপড়াকে আরও সহজ ও প্রাণবন্ত করে তোলার বিষয়টি মাথায় রেখে আমাদের Parallel Text বইগুলো সাজানো হয়েছে সহজ-সাবলীল ভাষায়, অসংখ্য বাস্তব উদাহরণ, গল্প, কার্টুন আর চিত্র দিয়ে। প্রতিটি টপিক নিয়ে আলোচনার পরেই রয়েছে গাণিতিক উদাহরণ; যা টপিকের বাস্তব প্রয়োগ এবং গাণিতিক সমস্যা সমাধান সম্পর্কে ধারণা দেয়ার পাশাপাশি পরবর্তী টপিকগুলো বুঝতেও সাহায্য করবে। তোমাদের বোঝার সুবিধার জন্য গুরুত্বপূর্ণ সংজ্ঞা, বৈশিষ্ট্য, পার্থক্য ইত্যাদি নির্দেশকের মাধ্যমে আলাদা করা হয়েছে। এছাড়াও যেসব বিষয়ে সাধারণত ভুল হয়, সেসব বিষয় 'সতর্কতা' এর মাধ্যমে দেখানো হয়েছে।

তবে শুধু বুঝতে পারাটাই কিন্তু যথেষ্ট নয়, তার পাশাপাশি দরকার পর্যাপ্ত অনুশীলন। আর এই বিষয়টি আরও সহজ করতে প্রতিটি অধ্যায়ের কয়েকটি টপিক শেষে যুক্ত করা হয়েছে 'টপিকভিত্তিক বিগত বছরের প্রশ্ন ও সমাধান'। যার মধ্যে রয়েছে বিগত বোর্ড পরীক্ষার প্রশ্নের পাশাপাশি বুয়েট, রুয়েট, কুয়েট, চুয়েট, মেডিকেল ও ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়সহ বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান। এভাবে ধাপে ধাপে অনুশীলন করার ফলে তোমরা বোর্ড পরীক্ষার শতভাগ প্রস্তুতির পাশাপাশি ভর্তি পরীক্ষার প্রস্তুতিও নিতে পারবে এখন থেকেই। এছাড়াও অধ্যায় শেষে রয়েছে 'গুরুত্বপূর্ণ প্র্যাক্টিস প্রবলেম' ও 'গাণিতিক সমস্যাবলি' যা অনুশীলনের মাধ্যমে তোমাদের প্রস্তুতি পূর্ণাঙ্গ হবে।

আশা করছি, আমাদের এই Parallel Text একই সাথে উচ্চ মাধ্যমিকে তোমাদের বেসিক গঠনে সহায়তা করে HSC পরীক্ষায় A+ নিশ্চিত করবে এবং ভবিষ্যতে বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তিযুদ্ধের জন্য প্রস্তুত রাখবে।

তোমাদের সার্বিক সাফল্য ও উজ্জ্বল ভবিষ্যত কামনায়-

উদ্ভাস ফিজিক্স টিম

সূচিপত্র

পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র

অধ্যায় ০৬: মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

Gmail

পারস্পরিক সহযোগিতা-ই পারে পৃথিবীকে আরও সুন্দর করতে...

সুপ্রিয় শিক্ষার্থী,

আশা করি এবারের “HSC Parallel Text” তোমাদের কাছে অতীতের চেয়ে অনেক বেশি উপকারী হিসেবে বিবেচিত হবে ইনশাআল্লাহ্। বইটি সম্পূর্ণ ত্রুটিমুক্ত রাখতে আমরা চেষ্টার কোনো ত্রুটি করি নাই। তবুও কারো দৃষ্টিতে কোন ভুল ধরা পড়লে নিম্নে উল্লেখিত ই-মেইল এ অবহিত করলে কৃতজ্ঞ থাকবো এবং আমরা তা পরবর্তী সংস্করণে সংশোধন করে নিব ইনশাআল্লাহ্।

Email : solutionpt.udvash@gmail.com

Email-এ নিম্নলিখিত বিষয়গুলো উল্লেখ করতে হবে:

(i) “HSC Parallel Text” এর বিষয়ের নাম, (ii) ভার্সন (বাংলা/ইংলিশ), (iii) অধ্যায়ের নাম, (iv) পৃষ্ঠা নম্বর, (v) প্রশ্ন নম্বর, (vi) ভুলটা কী, (vii) কী হওয়া উচিৎ বলে তোমার মনে হয়।

উদাহরণ: “HSC Parallel Text” Physics 1st Paper, Bangla Version, Chapter-06, Page-26, Question-23, দেওয়া আছে, উত্তর: (c) কিন্তু হবে (d)।

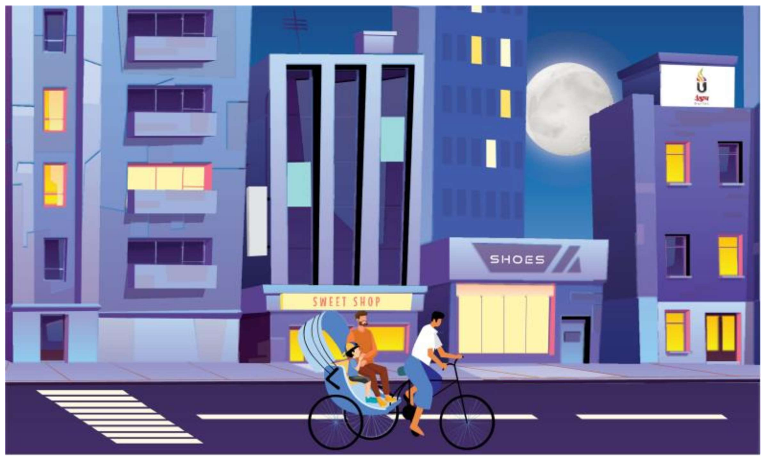
ভুল ছাড়াও মান উন্নয়নে যেকোন পরামর্শ আন্তরিকভাবে গ্রহণ করা হবে। পরিশেষে মহান আল্লাহর নিকট তোমাদের সাফল্য কামনা করছি।

শুভ কামনায়
উদ্ভাস ফিজিক্স টিম

অধ্যায় ০৬

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

রোহান তার বাবার সাথে রিকশায় বাসায় ফিরছিল। সেদিন আকাশে পূর্ণিমার চাঁদ উঠেছিল। রোহান তার বাবাকে জিজ্ঞেস করলো, “আচ্ছা বাবা, চাঁদ পৃথিবীর চারপাশে কিভাবে ঘুরছে?” রোহানের বাবা উত্তর দেন, “মহাকর্ষ বলের কারে ” রোহান অবাক হয়ে বলে, “আমি তো জানতাম মহাকর্ষ বলের কারণে একটা বস্তু হাত থেকে ছেড়ে দিলে সেটি মাটিতে পড়ে।” বাবা মুচকি হেসে উত্তর দেন, “একটা বস্তুকে ছেড়ে দিলে সেটি মাটিতে পড়া



আর চাঁদের পৃথিবীকে কেন্দ্র করে ঘোরা, দুটো কিন্তু আসলে পদার্থবিজ্ঞানের একই নিয়ম মেনে হয়। বিজ্ঞানী নিউটন এটি প্রমাণ করেছেন।” রোহানের মতো তোমরাও কি অবাক হচ্ছো? এই পুরো অধ্যায়জুড়ে আমরা এই দুটো ঘটনা কিভাবে একই ঘটনা নির্দেশ করছে, সেটিই বোঝার চেষ্টা করবো। মহাকর্ষের জগতে তোমাকে স্বাগতম!

পড়ন্ত বস্তু

পদার্থবিজ্ঞানের বিকাশ ঘটেছে আমাদের আশেপাশের কোনো একটা ঘটনা নিয়ে কৌতূহল তৈরি হওয়া এবং সেটি ব্যাখ্যা করার চেষ্টা থেকে। প্রাচীনকাল থেকেই পড়ন্ত বস্তু নিয়ে মানুষের আগ্রহ ছিল। বিভিন্ন বিজ্ঞানী ও দার্শনিক বিভিন্নভাবে ব্যাখ্যা করার চেষ্টা করেছেন যে, একটি বস্তুকে উপর থেকে ছেড়ে দিলে সেটি কীভাবে ভূমিতে পড়ে। পড়ন্ত বস্তু নিয়ে প্রাচীনকালের বিজ্ঞানী ও দার্শনিকদের মতামত কেমন ছিল সে বিষয়ে আমরা একটা ধারণা পাবার চেষ্টা করবো এখন।

তোমার বন্ধু ফুয়াদ একটি পরীক্ষা করবে এর জন্য সে একটি লোহার বল ও একটি পাখির পালক নিয়ে তার বাসার ছাদে উঠল। স্বভাবতই লোহার বলটি পাখির পালকের চেয়ে অনেকগুণ বেশি ভারী। দুটি বস্তুকেই ফুয়াদ দুই হাত দিয়ে ধরে একই উচ্চতায় নিয়ে তারপর একইসাথে ছেড়ে দিল। কোন বস্তুটি আগে ভূমি স্পর্শ করবে?

তুমি হেসেই উত্তর দিতে পারবে, “অবশ্যই লোহার বলটি ” কিন্তু কেন? তোমার উত্তর যদি হয়, লোহার বলটি পাখির পালকের তুলনায় ভারী, তাই লোহার বলটি আগে পড়বে, তাহলে জেনে রাখো, এ ব্যাখ্যাটি ভুল। হাজার বছর আগের গ্রিক দার্শনিক অ্যারিস্টটলও পড়ন্ত বস্তুর গতি ব্যাখ্যার জন্য এ কথাটিই বলেছিলেন। তিনি মতবাদ প্রদান করেন, পড়ন্ত বস্তুর বেগ তার ভরের সমানুপাতিক একথাটি ভুল হলেও আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতার সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ। তাই অ্যারিস্টটলের এ মতবাদকে তখন সঠিক বলেই ধরে নিয়েছিলো সবাই ষোড়শ শতাব্দীর বিজ্ঞানী গ্যালিলিও ছিলেন প্রথম বিজ্ঞানী যিনি অ্যারিস্টটলের মতবাদকে চ্যালেঞ্জ করেন এবং সঠিক তত্ত্ব প্রদান করেন পরীক্ষার মাধ্যমে তিনি তিনটি সূত্র প্রদান করেন যা গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর সূত্র নামে পরিচিত।

Fig 6.01

গ্যালিলিওর সূত্র শুধুমাত্র মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর জন্য প্রযোজ্য। 'মুক্তভাবে' কথাটির মানে কী? এর মানে হচ্ছে পড়ন্ত বস্তুটির উপর শুধুমাত্র অভিকর্ষ বল ক্রিয়া করবে, অভিকর্ষ বাদে অন্য কোনো বল বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল হওয়া যাবে না। আমরা সচরাচর দেখি, একই উচ্চতা থেকে ফেলে দিলে ভারী বস্তুটি সাধারণত হালকা বস্তুর আগে ভূমিতে পড়ে। গ্যালিলিও বলেন যে, মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর পতনের সময়কাল তার ভরের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু আমাদের বাস্তব জীবনে যেসব বস্তুকে পড়তে দেখি, সেগুলো কিন্তু 'মুক্তভা ' পড়ন্ত বস্তু নয়। বস্তুগুলো বাতাসের মধ্য দিয়ে পড়ে। আর বাতাস পতনশীল বস্তুর গতির বিপরীত দিকে বাধাদানকারী বল প্রয়োগ করে। এই বলকে বলা হয় বাতাসের বাধা (Air Resistance বা Drag Force)। লোহার বলের চেয়ে পাখির পালকের উপর বাতাসের বাধা বেশি হয়, তাই তা পড়তে বেশি সময় নেয়। যদি বায়ুহীন অবস্থানে থেকে যেকোনো দুটি বস্তু একই উচ্চতা থেকে একই সময়ে ফেলে দেওয়া হতো, তাহলে তারা অবশ্যই একই সময়ে মাটিতে পড়তো

বাতাসের বাধাকে কাজে লাগানোর খুবই পরিচিত একটি উদাহরণ হল প্যারাসুট। প্যারাসুট নামার সময় এর কাপড়ের উপর বাতাস উর্ধ্বমুখী বল প্রয়োগ করে, তাই প্যারাসুট খুবই ধীরে ধীরে মাটিতে পড়ে।

লোহার বল ও পাখির পালক এক্সপেরিমেন্ট থেকে তুমি হয়তো ভাবতে পারো হালকা বস্তুর উপর বাতাসের বাধা সর্বদাই বেশি হয়, তাই তা পরে ভূমিতে পতিত হয়। ব্যাপারটি তাও নয়। একটি সুই আর একটি খবরের পত্রিকাকে ফেলে দিলে সুইটিই কিন্তু আগে পড়বে, যদিও তা তুলনামূলক হালকা বাতাসের বাধা অনেকগুলো বিষয়ের উপর নির্ভর করে, যেমন: বস্তুর বেগ, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, বাতাসের ঘনত্ব, বস্তুর ঘনত্ব ইত্যাদি। এগুলো আমাদের বিস্তারিত আলোচ্য বিষয় নয়। আমরা মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তু নিয়েই এখন আলোচনা করবো এবং গ্যালিলিওর সূত্রগুলো দেখবো। এগুলো তোমরা পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্রের গতিবিদ্যা অধ্যায়েও দেখে এসেছো।

মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর জন্য গালিলিওর সূত্র নিম্নরূপ:

প্রথম সূত্র: স্থির অবস্থান এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

ব্যাখ্যা: এ সূত্র হতে আমরা বুঝতে পারছি, পতনের সময়কাল বস্তুর ভর, আকার, আকৃতি বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না। ধরা যাক, তিনটি সম্পূর্ণ ভিন্ন আকারের বস্তুর ভর m_1, m_2 ও m_3। এদেরকে স্থির অবস্থান থেকে ফেলে দিলে যদি t সময়ে এরা যথাক্রমে h_1, h_2 ও h_3 দূরত্ব অতিক্রম করে, তবে এ সূত্র অনুসারে $h_1 = h_2 = h_3$।

দ্বিতীয় সূত্র: স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

ব্যাখ্যা: এ সূত্রানুসারে কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান হতে বিনা বাধায় বা মুক্তভাবে পড়তে দেওয়া হয় এবং পতনের t সময় পর বস্তুটি v বেগ লাভ করে তাহলে $v \propto t$ অর্থাৎ, $\frac{v}{t}$ অনুপাত সর্বদা ধ্রুব থাকবে। যদি বস্তুটি প্রথম সেকেন্ডে v বেগ লাভ করে তবে দ্বিতীয় সেকেন্ডে এটি $2v$ বেগ লাভ করবে এবং তৃতীয় সেকেন্ডে এটি $3v$ বেগ লাভ করবে অতএব, t_1, t_2 ও t_3 সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে v_1, v_2 ও v_3 হয়, তবে $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} =$ ধ্রুবক।

তৃতীয় সূত্র: স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত কোনো বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

ব্যাখ্যা: স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তু যদি পতন শুরুর t সময় পর h দূরত্ব অতিক্রম করে, তাহলে $h \propto t^2$ অর্থাৎ, $\frac{h}{t^2}$ অনুপাত সর্বদা ধ্রুব থাকে। যদি বস্তুটি এক সেকেন্ডে h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দুই সেকেন্ডে এটি $h \times 2^2 = 4h$, তিন সেকেন্ডে $h \times 3^2 = 9h$ দূরত্ব অতিক্রম করবে। অতএব t_1, t_2 ও t_3 সেকেন্ডে যদি বস্তুটি যথাক্রমে h_1, h_2 ও h_3 দূরত্ব অতিক্রম করে তবে $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} =$ ধ্রুবক।

উদাহরণ-০১: একটি পানির কলের মুখ দিয়ে ফোঁটায় ফোঁটায় পানি পড়ে ফ্লোর হতে কলের মুখের উচ্চতা **81cm**। প্রথম ফোঁটাটি যখন ফ্লোর স্পর্শ করে, চতুর্থ ফোঁটা ঠিক সে মুহূর্তে পড়তে শুরু করে। যে মুহূর্তে প্রথম ফোঁটা ফ্লোর স্পর্শ করে তখন মাঝের ফোঁটাগুলোর অবস্থান নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, ১ম, ২য় ও ৩য় ফোঁটা কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে s_1, s_2 ও s_3। এখানে, $s_1 = 81$ cm।

এই সমস্যাটি সমাধানের জন্য আমরা গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্রটি ব্যবহার করব প্রতিটি ফোঁটা পড়ার মধ্যবর্তী সময় ব্যবধান সমান তাই ৩য় ফোঁটাটি t সময় ধরে পড়লে ২য় ফোঁটাটি 2t এবং ১ম ফোঁটাটি 3t সময় ধরে পড়বে তাহলে প্রতিটি ফোঁটা পড়ার মধ্যবর্তী সময় ব্যবধান t হয়।

অতএব, $t_1 = 3t, t_2 = 2t, t_3 = t$

গ্যালিলিওর সূত্রানুসারে, $s \propto t^2$

$$\Rightarrow s_1 : s_2 : s_3 = t_1^2 : t_2^2 : t_3^2$$

$$\therefore \frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{81}{s_2} = \left(\frac{3t}{2t}\right)^2$$

$$\Rightarrow s_2 = 36 \text{ cm}$$

আবার, $\frac{s_1}{s_3} = \left(\frac{t_1}{t_3}\right)^2$

$$\Rightarrow \frac{81}{s_3} = \left(\frac{3t}{t}\right)^2$$

$$\Rightarrow s_3 = 9 \text{ cm}$$

$\therefore$ দ্বিতীয় ফোঁটাটি কলের মুখ হতে 36 cm এবং তৃতীয় ফোঁটাটি 9 cm নিচে আছে।

আশা করি পড়ন্ত বস্তুর গতি সম্পর্কে তুমি যথাযথ ধারণা পেয়েছো। এবার আমরা দেখবো গ্রহ-উপগ্রহের ক্ষেত্রে প্রাচীনকালের বিজ্ঞানী ও দার্শনিকদের মতবাদ কেমন ছিল

গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র

প্রাচীনকাল হতেই সৌরজ সম্পর্কে মানুষের আগ্রহের শেষ নেই। হাজার বছর আগের গ্রিক জ্যোতির্বিদ টলেমি পৃথিবীকেন্দ্রিক সৌরজগতের মডেল উপস্থাপন করে পঞ্চদশ শতাব্দীর আগ পর্যন্ত কেউ টলেমির মতবাদকে চ্যালেঞ্জ করেনি। যদিও সৌরজগতের অনেক ঘটনার বর্ণনা টলেমির মতবাদ যথাযথভাবে দিতে ব্যর্থ হয়েছিল। পরবর্তীতে ষোড়শ শতাব্দীর জ্যোতির্বিদ কোপার্নিকাস সৌরজগতের সূর্যকেন্দ্রিক মডেল উপস্থাপন করেন। তখন থেকেই জানা যায় যে, বিভিন্ন গ্রহ সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘুরে। গ্রহগুলো কীভাবে ঘুরে এবং এদের গতির ধরন নির্ণয় করার জন্য বিভিন্ন সময়ে আকাশে গ্রহগুলো কোন অবস্থানে রয়েছে তা নির্ভুলভাবে জানা প্রয়োজন হয়ে পড়ে। জ্যোতির্বিজ্ঞানী টাইকোব্রাহে অনেক বছর ধরে টেলিস্কোপের সাহায্য ছাড়াই গ্রহগুলোর অবস্থান পর্যবেক্ষণ করে অনেক তথ্য সংগ্রহ করেন এরপর বিজ্ঞানী কেপলার সেসব তথ্য বিশ্লেষণ করে গ্রহগুলোর গতি সম্বন্ধীয় তিনটি সূত্র প্রদান করে এই সূত্রগুলোকেই গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র (Kepler's law of planetary motion) বলা হয়

সূত্রগুলো নিম্নরূপ:

প্রথম সূত্র (কক্ষপথের সূত্র): প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে যেকোনো একটি ফোকাসে রেখে সূর্যের চারদিকে উপবৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করে।

ব্যাখ্যা: **Fig 6.02** এ একটি উপবৃত্তাকার কক্ষপথ দেখানো হয়েছে। S ও S′ হচ্ছে উপবৃত্তের দুটি ফোকাস। কেপলারের সূত্রানুসারে কোনো গ্রহ সূর্যকে যেকোনো একটি ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণ করতে থাকে। ধরা যাক, সূর্য s ফোকাসে অবস্থান করছে। সূর্য হতে গ্রহের দূরত্ব ন্যূনতম হবে যখন গ্রহ R অবস্থানে থাকে। এ অবস্থানকে বলা হয় অনুসূর অবস্থান। সূর্য হতে গ্রহের দূরত্ব সর্বোচ্চ হবে যখন গ্রহ P অবস্থানে থাকে। এ অবস্থানকে বলা হয় অপসূর অবস্থান।

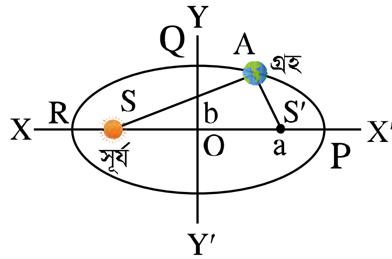


Fig 6.02

জেনে রাখো

Fig 6.02 এ ধরা যাক, $OP = a$ এবং $OQ = b$; এখানে OP হলো উপবৃত্তের বৃহদাক্ষ এবং OQ হলো ক্ষুদ্রাক্ষ। উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$। বৃত্তের কেন্দ্র একটি এবং $a = b$ হওয়ায় $e = 0$ হয় পৃথিবীর কক্ষপথের উৎকেন্দ্রিকতার মান মাত্র 0.0167। উৎকেন্দ্রিকতা যত কমতে থাকবে উপবৃত্ত ততই বৃত্তের মতো হতে থাকবে। পৃথিবীর উৎকেন্দ্রিকতার মান খুবই ছোট হওয়ায় সূর্যের চারপাশে পৃথিবীর কক্ষপথও প্রায় বৃত্তাকারই বলা যায়।

দ্বিতীয় সূত্র (ক্ষেত্রফলের সূত্র): গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

ব্যাখ্যা: ধরা যাক, একটি গ্রহ ABCD উপবৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণ করছে **(Fig 6.03)**। এখানে সূর্যের অবস্থান S। গ্রহটি একটি নির্দিষ্ট মুহূর্তে A বিন্দুতে অবস্থান করছে এবং তার t সময় পর B বিন্দুতে আসে। তাহলে গ্রহ ও সূর্যের সংযোগকারী সরলরেখা দ্বারা অতিক্রান্ত ক্ষেত্রফল ASB। আবার, অন্য কোনো মুহূর্তে যদি গ্রহটি C বিন্দুটিতে অবস্থান করে এবং একই t সময় পর D বিন্দুতে উপনীত হয়, তাহলে গ্রহ ও সূর্যের সংযোগকারী সরলরেখা দ্বারা অতিক্রান্ত ক্ষেত্রফল হবে CSD।

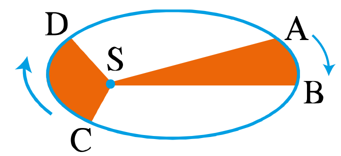


Fig 6.03

কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র বলছে যে, এ দুটি ক্ষেত্র অর্থাৎ, ASB ও CSD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হবে।

গাণিতিকভাবে কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রকে এভাবে উপস্থাপন করা যায় যে, গ্রহ ও সূর্যের সংযোজক রেখা দ্বারা নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল A হলে, $\frac{dA}{dt} =$ ধ্রুবক।

এই সূত্রটা থেকে গ্রহের গতিবেগ সম্পর্কেও বেশ ভালো একটা ধারণা পাওয়া যায়। **Fig 6.03**-এ খেয়াল করলে দেখা যাচ্ছে, একটি গ্রহ যখন সূর্য থেকে দূরে, তখন কক্ষপথ বরাবর যতটুকু যাচ্ছে, যেমন AB; সেটির তুলনায় সূর্যের কাছাকাছি থাকলে একই সময়ে কক্ষপথে বেশি পথ, যেমন CD পথ যায়। তার মানে, AB অংশ চলার সময় বেগ কম এবং CD অংশ অতিক্রমের সময় বেগ বেশি থাকে অর্থাৎ, গ্রহ সূর্যের যত কাছে থাকবে বেগ তত বেশি হবে এবং যত দূরে থাকবে গ্রহের বেগ তত কম হবে। অর্থাৎ, কক্ষপথে গ্রহের বেগ, গ্রহ এবং সূর্যের দূরত্বের ব্যস্তানুপাতিক।

তৃতীয় সূত্র (পর্যায়কালের সূত্র): সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক

ব্যাখ্যা: লক্ষ কর, এখানে দূরত্ব না বলে 'গড় দূরত্ব' কেন বলা হল? কারণ গ্রহগুলো সূর্যকে ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তন করছে। ফলে সূর্য ও গ্রহের মধ্যবর্তী দূরত্ব প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হচ্ছে। এ গড় দূরত্বকে অর্ধপরাক্ষ বা Semi Major অক্ষ বলা হয়। অর্ধপরাক্ষ হল উপবৃত্তের কেন্দ্র হতে ফোকাস দিয়ে এর প্রান্ত পর্যন্ত দূ কোনো গ্রহের পর্যায়কাল T এবং সূর্য হতে গড় দূরত্ব R হলে, $T^2 \propto R^3$ অর্থাৎ, $\frac{T^2}{R^3}$ অনুপাত সর্বদা ধ্রুব থা তিনটি গ্রহের পর্যায়কাল যথাক্রমে T_1, T_2 ও T_3 ও সূর্য হতে গড় দূরত্ব যথাক্রমে R_1, R_2 ও R_3 হলে, $\boxed{\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{T_3^2}{R_3^3} = \text{ধ্রুবক}}$

পড়ন্ত বস্তু এবং গ্রহের গতিপথ বিষয়ে আমরা প্রাচীন ও মধ্যযুগীয় বিজ্ঞানীদের ধারণা দেখলাম। গ্যালিলিওর পর এই বিষয়গুলো নিয়ে খুব একটা কাজ হয়নি। অবশেষে সতেরো শতকে বিজ্ঞানী নিউটন এসে পড়ন্ত বস্তু আর গ্রহ-উপগ্রহের গতিপথ নিয়ে কাজ করেন এবং প্রমাণ করে দেখান যে, দুটো গতি আসলে একই প্রকারে এবার আমরা নিউটনের ধারণাগুলো সম্পর্কে জানবো।

মহাকর্ষ

Fig 6.04

আমরা পদার্থবিজ্ঞান নিয়ে পড়ালেখা করার এই যাত্রায় একটি গল্প প্রতিনিয়তই শুনে নিউটনের মাথায় আপেল পড়ার গল্প। গল্পটা এমন, স্যার আইজ্যাক নিউটন একদিন একটা আপেল গাছের নিচে বসে ছিলেন। হঠাৎ একটি আপেল গাছ থেকে তার মাথার উপর পড়ে। তিনি ভাবতে থাকেন, আপেলটি কেন নিচের দিকে পড়লো, কেন স্থির থাকলো না বা উপরের দিকে বা অন্য কোনো দিকে গেল না। এটা নিয়ে চিন্তা করতে করতে তিনি মহাকর্ষ সূত্র আবিষ্কার করেন। গল্পটি খুব সাদামাটাভাবে বলা হলেও, এর মাহাত্ম্য অনেক। ব্যাপারটি কিন্তু এমন নয় যে আপেল পড়ার কারণেই বিজ্ঞানী নিউটন মহাকর্ষ সূত্র আবিষ্কার করতে পেরেছেন। তিনি সেটা আবিষ্কার করতে পেরেছেন তার চিন্তা করার পদ্ধতির কার আমাদের আশেপাশে কোনো ঘটনা ঘটলে সেটি নিয়ে কীভাবে চিন্তা করতে হয়, তা হলো এই কাহিনীর সারমর্ম।

তুমি একটি ক্রিকেট বলকে উপরের দিকে ছুঁড়ে মারো। কী দেখতে পাবে? বলটির বেগ ধীরে ধীরে কমতে থাকবে। এক সময় বেগ শূন্য হবে এবং তারপর নিচের দিকে পড়া শুরু করবে। নিউটনের গতির ১ম সূত্র মনে করে দেখ, বাহ্যিকভাবে বল প্রয়োগ না করলে গতিশীল বস্তু সর্বদা সমবেগে সরলপথে চলতে থাকে। ক্রিকেট বলটি কিন্তু তার বেগকে বজায় রাখতে পারেনি। নিশ্চয়ই এর উপর একটি বল (Force) কাজ করেছে যা একে ভূ-পৃষ্ঠে টেনে আনে। গাছ থেকে আপেল পড়ার সময়ও একই ঘটনা ঘটে। আপেলটি গাছে স্থির ছিল, কিন্তু একসময় স্থিরাবস্থা ভেঙে মাটিতে পড়ে যায়। এখানেও নিউটনের গতির ১ম সূত্র অনুসারে একটি বলের ক্রিয়া রয়েছে। যদি বলের ক্রিয়া না থাকতো তাহলে আপেলটি বৃন্ত থেকে আলাদা হয়ে গেলেও নিচে পড়তো না অর্থাৎ, বেগ পরিবর্তন করতো না।

আমরা সবাই জানি, চাঁদ পৃথিবীর চারপাশে প্রতিনিয়ত পরিভ্রমণ করছে। চাঁদের এ গতি কিন্তু সরলরৈখিক নয় বরং উপবৃত্তাকার। পৃথিবীর চারপাশে ঘুরার জন্য চাঁদের গতির দিক পরিবর্তন হওয়ায় বেগের পরিবর্তন হচ্ছে। (নিউটনের গতির ১ম সূত্রটি আবারও মনে কর। সে অনুসারে চাঁদের উপর একটি বল কাজ করছে যা চাঁদকে পৃথিবীর দিকে টানছে যার কারণে বেগের পরিবর্তন হচ্ছে। এই বল চাঁদের ঘূর্ণনের জন্য কেন্দ্রমুখী বল হিসেবে ক্রিয়াশীল)।

উপরে আমরা দুটি উদাহরণ সম্পর্কে আলোচনা করেছি। বিজ্ঞানী আইজ্যাক নিউটন সর্বপ্রথম দেখান যে, উভয় ঘটনাই ঘটছে একই বলের কারণে। তিনি এই বলের নাম দেন মহাকর্ষ বল (Gravitational Force)। হাজার বছর আগের গ্রিক দার্শনিক অ্যারিস্টটল বিশ্বাস করতেন পৃথিবীর বাইরের বস্তুসমূহ (Heavenly Bodies) যেমন: চাঁদ, সূর্য, তারা এগুলো যে সূত্র/নীতি দ্বারা পরিচালিত হয়, তা আমাদের পৃথিবীর তুলনায় ভিন্ন। এই মতবাদ যে সঠিক নয়, তা নিউটন তার মহাকর্ষ সূত্র আবিষ্কারের মাধ্যমে প্রমাণ করতে সক্ষম হন। মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণাই একে অপরের উপর মহাকর্ষ বল প্রয়োগ করে। দুটি বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষ বল শুধুমাত্র এদের ভর ও বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের উপর নির্ভর করে, অন্য কোনোকিছু যেমন বস্তুর আকৃতি, প্রকৃতি, অভিমুখ বা মাধ্যমে উপর নির্ভর করে না।

মহাকর্ষ: মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে। আর দুটি বস্তুর মধ্যে একটি যদি পৃথিবী হয় তাহলে তাকে অভিকর্ষ বলে। অর্থাৎ, অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ কিন্তু সকল মহাকর্ষ অভিকর্ষ নয়।

নিউটন আবিষ্কার করেন, যে বল দ্বারা পৃথিবী আপেলকে আকর্ষণ করে সেই একই বল দ্বারা পৃথিবী চাঁদকেও আকর্ষণ করে। এই বলের কারণে চাঁদের ত্বরণ হচ্ছে।

তিনি চাঁদের পর্যায়কাল ও কক্ষপথের ব্যাসার্ধের মান ব্যবহার করে চাঁদের ত্বরণ নির্ণয় করতে পেরেছিলেন। এ কাজের জন্য তিনি মহাকর্ষ বলের সূত্র ও কেন্দ্রমুখী বলের সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করেন।

যেহেতু, চাঁদ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে প্রায় বৃত্তাকার পথে ঘুরে, তাই চাঁদের ঘূর্ণনের জন্য কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন। যার যোগানদাতা বা উৎস হলো মহাকর্ষ বল।

কিন্তু এই বলের গাণিতিকরূপ কেমন? নিউটন আসলে কেপলারের সূত্র ব্যবহার করে তা নির্ণয় করেছিলেন। আমরা এখানে সম্পূর্ণ ভিন্ন পথে এগিয়ে একই সূত্র আনার চেষ্টা করব।

ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি m_1 ও m_2 ভিন্ন ভরবিশিষ্ট দুটি আপেলের কথা চিন্তা করা যাক। এদেরকে মুক্তভাবে পড়তে দিলে উভয়ই সমত্বরণে পড়তে থাকে যাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) বলে। অর্থাৎ, $\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1a_1}{m_2a_2}$

$$= \frac{m_1g}{m_2g} \ [\because a_1 = a_2 = g]$$

$$= \frac{m_1}{m_2}$$

$$\therefore F \propto m \dots\dots\dots (i)$$

অর্থাৎ, মহাকর্ষ বল বস্তুর ভরের সমানুপাতিক। যদিও এই প্রমাণটি শুধুমাত্র পৃথিবীর পৃষ্ঠের কাছাকাছি থাকা বস্তুর জন্য করা হয়েছে। কিন্তু বাস্তবে তা যেকোনো দূরত্বে থাকা বস্তুর জন্যই প্রযোজ্য।

মহাকর্ষ সূত্র আবিষ্কারের পূর্বে বিজ্ঞানীরা পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং চাঁদ ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ব জানতেন। চাঁদ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করতে গড়ে 27.3 দিন সময় নেয়। আবার চাঁদ ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব 3.84×10^8 m। যেহেতু চাঁদ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে প্রায় বৃত্তাকার পথে ঘুরে, এ ঘূর্ণনের জন্য চাঁদের কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন। এর যোগানদাতা হল মহাকর্ষ বল।

এ ধারণা অনুযায়ী, কেন্দ্রমুখী বল = মহাকর্ষ বল।

$\therefore ma_c = ma_m$ [এখানে, m =চাঁদের ভর এবং a_m = চাঁদের ত্বরণ]

$\Rightarrow a_c = a_m$

আবার, কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a_c = \omega^2 r$

$$= \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$$

$$= \left(\frac{2\pi}{27.3 \times 86400}\right)^2 \times (3.84 \times 10^8)\ ms^{-2}$$

$$= 2.72 \times 10^{-3} ms^{-2}$$

$$\therefore a_m = 2.72 \times 10^{-3} ms^{-2}$$

আবার, একটি আপেল পৃথিবীতে মুক্তভাবে পড়লে তার ত্বরণ হিসাব করে পাওয়া যায়, 9.8 ms^{-2} যা সকল ভরের বস্তুর জন্য একই।

$\therefore a_a = g = 9.8 ms^{-2}$ [এখানে, a_a = আপেলের ত্বরণ]

তাহলে এই দুটি ত্বরণের অনুপাত, $\frac{a_a}{a_m} = \frac{9.8}{2.72 \times 10^{-3}} \approx 3600$

আবার আমরা যদি পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে চাঁদের দূরত্ব ($r_m = 3.84 \times 10^8$m) ও আপেলের দূরত্ব ($r_a \approx$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) এর বর্গের অনুপাত নেই,

তাহলে পাই, $\frac{r_m^2}{r_a^2} = \frac{(3.84 \times 10^8)^2}{(6.4 \times 10^6)^2} = 3600$

অর্থাৎ, আপেল ও চাঁদের ত্বরণের অনুপাত, পৃথিবী ও চাঁদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং পৃথিবী ও আপেলের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের অনুপাতের প্রায় সমান।

অর্থাৎ, $\frac{a_a}{a_m} = \frac{r_m^2}{r_a^2}$

এ থেকে দেখা যাচ্ছে, $a \propto \frac{1}{r^2}$

বা, $F \propto \frac{1}{r^2} \dots\dots\dots (ii)$

অর্থাৎ, মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

(i) ও (ii) নং সম্পর্ক একইসাথে বিবেচনা করে পাওয়া যায়, $F \propto \frac{m}{r^2}$

মহাকর্ষ বল একটি বস্তুর ভরের সমানুপাতিক। নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী, যে বল পৃথিবী কর্তৃক বস্তুর ওপর প্রযুক্ত হয়েছে, একই বল বস্তু কর্তৃক পৃথিবীর উপরও কার্যকর হবে।

অর্থাৎ, বলটি পৃথিবীর ভরেরও সমানুপাতিক হবে।

অর্থাৎ, $F \propto \frac{Mm}{r^2}$ [এখানে, M = পৃথিবীর ভর, m = বস্তুর ভর এবং r = পৃথিবী ও বস্তুর কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব]

$\Rightarrow F = \frac{GMm}{r^2}$

নিউটন যখন মহাকর্ষ বল নিয়ে কাজ করছিলেন, তখন তিনি গ্যালিলিও মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর পরীক্ষণ এবং তার ফলাফল সম্পর্কে জানতেন। নিউটন ইতোমধ্যেই জানতেন যে, পৃথিবী কোনো বস্তুকে তার নিজের কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণের ফলে বস্তুর যে অভিকর্ষজ ত্বরণ সৃষ্টি হয় তা বস্তুর ভরের ওপর নির্ভর করে না কিন্তু মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল বস্তুর ভরের পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত হয়। এখান থেকে মূলত এ সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের ওপর নির্ভর করে। বস্তুর ভর বাড়লে বলের মান বেশি হবে, ভর কম হলে বলের মানও কম হবে। অর্থাৎ, মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের সমানুপাতিক এবং বস্তুদ্বয়ের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। এই সকল তথ্য মিলিত করেই নিউটন মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বলের সূত্র প্রকাশ করেন। চলো সূত্রটি জেনে আসি।

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র: মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণ বলের মান বস্তুকণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। এই বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

ব্যাখ্যা: মনে কর, m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু পরস্পর হতে r দূরত্বে অবস্থান করছে। এদের মধ্যকার আকর্ষণ বল F হলে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুসারে, $F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$

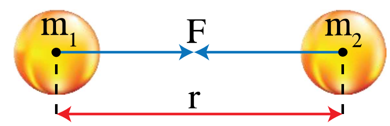


Fig 6.05

$$\therefore \boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

এখানে, G একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে বলা হয় সার্বজনীন বা বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক।

একে সার্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন? এর কারণ ধ্রুবকটির মান সর্বাবস্থাতেই একই থাকে, এমনকি মাধ্যমের পরিবর্তন হলেও এ ধ্রুবকটির মান একই থাকে। কুলম্বের সূত্র হতে প্রাপ্ত ধ্রুবক মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে পরিবর্তিত হয় কিন্তু মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের কোনো ধর্মের উপর নির্ভর করে না। একারণেই G-কে Universal বা সার্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়

$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$ সমীকরণে, $m_1 = m_2 = 1$ একক এবং $r = 1$ একক ধরলে $F = G\frac{1\times 1}{1^2}$।

জেনে রাখো

মহাকর্ষ বলের রাশিমালায় দেখা যাচ্ছে মহাকর্ষ বল নির্ভর করে সার্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G, দুইটি বস্তুর ভর m_1 ও m_2 এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব r এর উপর, যাদের প্রত্যেকেই মাধ্যম নিরেপেক্ষ অর্থাৎ মহাকর্ষ বল মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না।

অর্থাৎ, $G = F$ হয়। এখান থেকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যায়।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক: একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে অবস্থান করলে এদের মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। এর মান $6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$। ক্যাভেনডিশ এক্সপেরিমেন্টের সাহায্যে G এর মান নির্ণয় করা হয়

জেনে রাখো

নিউটনিয়া বলবিদ্যা অধ্যায়ে আমরা $F = kma$ সূত্রে নিউটন এককের সংজ্ঞা এমনভাবে দিয়েছিলাম যেন $k = 1$ হয় তাহলে, এইক্ষেত্রেও আমরা কেন এমনভাবে সংজ্ঞা দিলাম না, যাতে $G = 1$ হয়?

কারণ, মহাকর্ষও এক প্রকার বল আর বলের একক নিউটনের সংজ্ঞা আমরা নিউটনের গতি সূত্রেই দিয়ে ফেলেছি তখনই 1N এর মান আসলে কতটুকু তা নির্দিষ্ট হয়ে গেছে। এখন আর নতুন করে নিউটন এককের সংজ্ঞা দেওয়া সম্ভব নয় তাই, আমরা মহাকর্ষ ধ্রুবক এবং বল বাদে বাকি সবকিছু 1 একক ধরে G এর মান নির্ণয় করেছি

মাত্রা ও একক:

$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ থেকে বলা যায়, $G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$। G এর মাত্রা হবে এ সমীকরণের ডানপাশের মাত্রা।

তাই বলা যায়, $[G] = \frac{[ML\ ^{-2}]\times[L]^2}{[M]\times[M]} = [L^3M^{-1}T^{-2}]$ এবং মাত্রার স্থলে একক বসালে G এর একক পাওয়া যাবে, Nm^2kg^{-2}।

উদাহরণ-০২: গাছ হতে একটি আপেল ভূ-পৃষ্ঠে পড়ছে। আপেলটির ভর **300g**। আপেলটি যখন ভূ-পৃষ্ঠ হতে **10m** উচ্চতায় আছে, তখন আপেল ও পৃথিবীর মধ্যকার মহাকর্ষ বল ও এর ফলে সৃষ্ট ত্বরণ নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ভর 6×10^{24}**kg** এবং ব্যাসার্ধ **640** $\times 10^3$**m**]

সমাধান: পৃথিবীর ভর, $m_1 = 6 \times 10^{24}\text{kg}$

আপেলের ভর, $m_2 = 300\text{g} = 0.3\text{kg}$

উভয়ের মধ্যকার দূরত্ব, $r = R + h = (6400000 + 10)\text{m}$

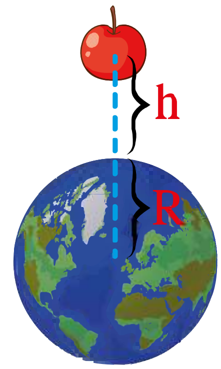
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$

∴ আপেল ও পৃথিবীর মধ্যকার আকর্ষণ বল,

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 0.3}{(6400000+10)^2}\text{N}$$

$$= 2.93\text{N}$$



এ বলের জন্য সৃষ্ট ত্বরণ,

আপেলের ক্ষেত্রে, $a_2 = \frac{F}{m_2}$

$= \frac{2.93}{0.3}\text{ms}^{-2}$

$= 9.77\text{ms}^{-2}$ (প্রায়)

পৃথিবীর ক্ষেত্রে, $a_1 = \frac{F}{m_1}$

$= \frac{2.93}{6 \times 10^{24}}\text{ms}^{-2}$

$= 4.9 \times 10^{-25}\text{ms}^{-2}$ (প্রায়)

দেখা যাচ্ছে $a_2 \gg a_1$ অর্থাৎ, পৃথিবীর ত্বরণ এতই কম যে একে নগণ্য বিবেচনা করে শূন্য হিসেবে ধরা যায়। কিন্তু আপেলের ত্বরণ 9.8 ms^{-2} যা মোটেও নগণ্য নয়। একারণেই প্রযুক্ত বল সমান হওয়ার পরও আপেল পৃথিবীর দিকে ছুটে যায়, পৃথিবী আপে দিকে ছুটে যায় না।

মহাকর্ষ বলের ভেক্টররূপ

তুমি নিশ্চয়ই জানো প্রতিটি ভেক্টর রাশির মান ও দিক থাকে। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র হতেই আমরা এর মান ও দিক উভয়টি সম্পর্কেই জানতে পারি। আগের **Fig 6.05** আবারও লক্ষ কর m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তুর মধ্যকার আকর্ষণ বলের মা , $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$। অর্থাৎ, m_1 ভরের বস্তুটি m_2 ভরের বস্তুর উপর এ বল প্রয়োগ এবং একইভাবে m_2 ভরের বস্তুটিও m_1 ভরের বস্তুর উপর একই পরিমাণ মহাকর্ষ বল প্রয়োগ করছে। নিউটনের গতির ৩য় সূত্রানুসারে এই বলদ্বয়কে আমরা ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া হিসেবে বিবেচনা করতে পা যেহেতু মহাকর্ষ বল বস্তুকণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে, তাই এ সংযোজক সরলরেখা বরাবর একক ভেক্টর নিয়ে তাকে মহাকর্ষ বলের মানের সাথে গুণ করে দিলে গুণফল হিসেবে আমরা ভেক্টররূপে মহাকর্ষ বল পেয়ে যাব।

Fig 6.06-এ m_1 ভরের বস্তুর সাপেক্ষে m_2 এর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}_{21}$, যার দিক ধরা হয় m_1 থেকে m_2 এর দিকে। তাহলে m_2 এর উপর m_1 কর্তৃক প্রযুক্ত আকর্ষণ বল,

$$\vec{F}_{21} = -\frac{G\,m_1m_2}{r_{21}^2}\,\hat{r}_{21}$$

এখানে, $\hat{r}_{21}$ হল $\vec{r}_{21}$ এর একক ভেক্টর গাণিতিকভাবে, $\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$

$= \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$

তাই বলা যায়, $\vec{F}_{21} = -\frac{G\,m_1m_2}{r_{21}^2} \times \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$

$$\therefore \boxed{\vec{F}_{21} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{21}^3}\,\vec{r}_{21}}$$

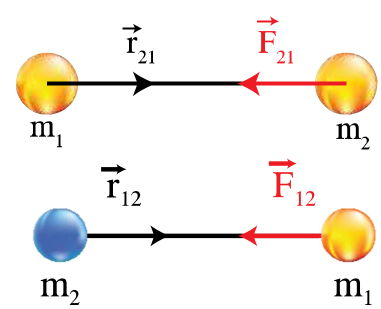


Fig 6.06

একইভাবে, m_2 ভরের বস্তুর সাপেক্ষে m_1 এর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}_{12}$ যার দিক হবে m_2 থেকে m_1 এর দিকে। তাহলে m_1 ভরের উপর m_2 কর্তৃক প্রযুক্ত আকর্ষণ বল, $\vec{F}_{12} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$

এখানে, $\hat{r}_{12}$ হলো $\vec{r}_{12}$ এর একক ভেক্টর।

গাণিতিকভাবে বলা যায়, $\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} = \frac{\vec{r}_{21}}{\mathbf{r_{21}}}$

অর্থাৎ, $\vec{F}_{12} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}^2} \times \frac{\vec{r}_{12}}{\mathbf{r_{12}}}$

$$\therefore \boxed{\vec{F}_{12} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}}$$

এখানে লক্ষণীয় যে প্রতি ক্ষেত্রেই বস্তুর সাপেক্ষে আকর্ষণ বল এবং অপর বস্তুটির অবস্থান ভেক্টর এর দিক সবসময় বিপরীতমুখী। দিক বিপরীতমুখী হওয়ায় আকর্ষণ বলের ভেক্টররূপ লেখার সময় আকর্ষণ বল এবং অবস্থান ভেক্টর বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয়

চিন্তা করো

এতক্ষণে জেনে গেছো, গাছ থেকে আপেল ভূপৃষ্ঠে পড়ে মহাকর্ষ বলের জন্য। কিন্তু এর বিপরীতটা কেন হয় না? পৃথিবী কেন আপেলের দিকে ছুটে যায় না? মহাকর্ষ সূত্রানুসারে তো আপেল পৃথিবীর উপর যে পরিমাণ আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে, পৃথিবীও আপেলের উপর একই পরিমাণ বল প্রয়োগ করে। বলের মান সমান হওয়া সত্ত্বেও আপেলই কেন পৃথিবীতে পড়ে, পৃথিবী কেন আপেলের দিকে ছুটে যায় না? প্রশ্নটা বেশ মজার হলেও উত্তরটি খুবই সোজ নিউটনের বলের সূত্রানুসারে, $F = ma$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m}$$

$$\text{অর্থাৎ, } a \propto \frac{1}{m} \; [\because F = \text{ধ্রুবক}]$$

অর্থাৎ F বল সমান বা ধ্রুবক হলে যার ভর বেশি, তার ত্বরণ কম এবং যার ভর কম, তার ত্বরণ বেশি হয়। পৃথিবীর ভর আপেলের ভরের চেয়ে অনেক বেশি, তাই পৃথিবীর ত্বরণ এতই কম হয় যে, তাকে নগণ্য হিসেবে উপেক্ষা করা যায়। কিন্তু আপেলের ক্ষেত্রে তা নগণ্য নয়, কেননা এর ভর পৃথিবীর ভরের তুলনায় খুবই কম। এ সম্পর্কিত একটি গাণিতিক সমস্যা আমরা একটু আগেই **উদাহরণ-০২** এ সমাধান করেছি।

সতর্কতা!

একটি ব্যাপার লক্ষ কর, মহাকর্ষ সূত্রের মধ্যে আমরা বস্তুকণা কথাটি উল্লেখ করেছি এর মানে কি বিস্তৃত বস্তুর ক্ষেত্রে মহাকর্ষ সূত্র খাটবে না? মহাকর্ষ সূত্র সকল বস্তুর ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য, শুধুমাত্র সূত্রেররূপ বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভিন্নরকম হয়। বিস্তৃত বস্তুটি যদি **Fig 6.07** এর মত অসম বস্তু হয়, তাহলে, বস্তুর প্রতিটি কণাকে একেকটি বিন্দু বিবেচনা করে সেখান থেকে বলগুলোর লব্ধি নির্ণয় করে মোট মহাকর্ষ বল পাওয়া যাবে। এটি সাধারণত ক্যালকুলাসের সাহায্যে করা হয়।

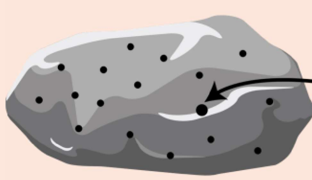


Fig 6.07 (অসম বস্তু)

Fig 6.08 (সুষম বস্তু)

আর যদি বস্তুটি **Fig 6.08** এর মত সুষম গোলক হয়, তাহলে সমস্ত ভর ভরকেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে বলে মনে করা যায়। তাহলে, সেক্ষেত্রে বস্তুর ভরকেন্দ্র থেকে দূরত্ব নিয়ে হিসাব করলেই মহাকর্ষ বল পাওয়া যাবে। এখন তোমার মনে প্রশ্ন আসতে পারে বস্তু সুষম হোক বা অসম হোক উভয়ক্ষেত্রেই তো আমরা ভরকেন্দ্র নির্ণয় করতে পারি তাহলে সুষম বস্তুর ক্ষেত্রে ভরকেন্দ্র থেকে দূরত্ব নিয়ে মহাকর্ষ বল হিসাব করা হচ্ছে কিন্তু অসম বস্তুর ক্ষেত্রে এমনটা করা যাচ্ছে না কেন? কারণটা হলো অসম বস্তুর ভরকেন্দ্রে সমস্ত বিন্দু ভরকে বিভিন্ন দূরত্ব অতিক্রম করে নিয়ে আসতে হয়েছে কিন্তু একটি সুষম বস্তুর ভরকেন্দ্রে সমস্ত ভরকে আনতে একই তলে থাকা প্রতিটি কণাকে প্রতিসাম্যের কারণে একই দূরত্ব অতিক্রম করতে হয়েছে আর আমরা জানি মহাকর্ষ বল শুধু ভার নয় বরং দূরত্বের সাথেও সম্পর্কিত। তাই অসম বস্তুর ক্ষেত্রে ভরকেন্দ্র থেকে দূরত্ব নিয়ে হিসাব করলে মহাকর্ষ বলের সঠিক মান পাওয়া যায় না এজন্যেই প্রতিটি কণার জন্য আলাদাভাবে বল হিসাব করতে হয়। এটা করা হয় ক্যালকুলাসের মা